Biblioteca del Centro Studi “Mario Pancrazi”

S/20

ARTE E MATEMATICA IN LUCA PACIOLI E LEONARDO DA VINCI

a cura di Matteo Martelli

Biblioteca del Centro Studi "Mario Pancrazi"

EDIZIONI NUOVA PRHOMOS

Si pubblicano gli Atti del Convegno internazionale (Sansepolcro, 13 e 14 giugno 2019) svoltosi con il patrocinio della Regione Toscana e del Comune di Sansepolcro.

Con il contributo di
- REGIONE TOSCANA
- COMUNE DI SANSEPOLCRO

Con la partecipazione di
- Caserma Archeologica
- Progetto Valtiberina

In copertina
L'uomo vitruviano (1490) di Leonardo da Vinci

In quarta di copertina
Lettera "A", dall'Alphabeto Dignissimo Antiquo di Luca Pacioli

Trad. in inglese della *Presentazione*: a cura di Karen Pennau Fronduti
In redazione: Matteo Martelli, Gabriella Rossi

Biblioteca Centro Studi "Mario Pancrazi"
www.centrostudimariopancrazi.it
facebook /centrostudimariopancrazi

I Edizione gennaio 2020
Edizioni Nuova Prhomos
Città di Castello (PG)
ISBN | 978-88-68535-51-3

«La pittura abbraccia in sé tutte le forme della natura»
(Leonardo da Vinci)

«La matematica è immaginazione che educa all'invisibile,
all'amore e ai morti, alle utopie e ai fantasmi,
che ci ha portato lontano lontano,
nel tempo e nello spazio»
(Chiara Valeri)

INDICE

MATTEO MARTELLI
Presentazione/Presentation 9

PRIMA PARTE
Da Luca a Leonardo: arte e matematica

PAOLA MAGNAGHI-DELFINO/TULLIA NORANDO
Arte e matematica in Luca Pacioli 25

ARGANTE CIOCCI
Luca Pacioli, Leonardo da Vinci e il disegno dei poliedri 43

BRUNO D'AMORE
Le competenze di Leonardo in matematica 87

GIUSEPPE ROSSI
Leonardo: il disegno fra pittura e matematica 101

VICO MONTEBELLI
La fisica "dotta", "pratica" e "curiosa" di Luca Pacioli 137

GIOVANNI CANGI
Leonardo e l'«arte dell'architetto» 167

SECONDA PARTE
La "mercatura", la "curiositas musicale" e la lingua (di Leonardo e della scienza del Rinascimento)

KATIA FERRI MELZI D'ERIL
La 'nobile mercatura': Francesco Melzi amministratore di Leonardo. Gli insegnamenti di Luca Pacioli da Vaprio d'Adda a Amboise 183

SALVATORE DELL'ATTI
Esiti della curiositas *del "musico" Leonardo* 191

JOHN BUTCHER
Gli scritti letterari di Leonardo da Vinci 217

ANDREA FELICI
Leonardo nel Codice Leicester. Una prima riflessione sulla lingua 225

PAOLO SENNA
Sulla lingua della scienza nel Rinascimento.
Annotazioni sulle forme dell'argomentazione 245

DOCUMENTAZIONE FOTOGRAFICA
a cura di Enzo Mattei 275

MATTEO MARTELLI

Presentazione/Presentation

Il 2019 è stato l'anno di Leonardo da Vinci, come il 2017 era stato l'anno di Luca Pacioli. Nel corso delle celebrazioni del Cinquecentenario della morte del Vinciano sono state promosse molte iniziative in Italia, in Europa e nel mondo. Sono state organizzate mostre, sono stati pubblicati volumi e numeri speciali di quotidiani e riviste. A Sansepolcro il nome di Leonardo è stato associato a quello del suo maestro di matematica. Leonardo e Luca sono stati raccontati a fumetti. In città sono venuti ragazzi e adulti a confrontarsi nel gioco degli scacchi definito da Luca a Mantova, dove si era recato con il suo amico e allievo. Sono state promosse mostre d'arte. È stato discusso il rapporto dell'arte contemporanea con la pittura del Vinciano. Sono stati esaminati i collegamenti dell'opera e dell'attività di Luca e Leonardo con l'Umanesimo matematico. E non è mancato il richiamo ai luoghi della Battaglia di Anghiari. Per il Convegno Internazionale del 13 e del 14 giugno (*Arte e matematica in Luca Pacioli e Leonardo da Vinci*) sono stati invitati a Sansepolcro studiosi e docenti universitari, che si sono confrontati nella splendida Sala della Fama di Palazzo Alberti (nei pressi di Porta Fiorentina, in Via XX Settembre 46), dimora tra '500 e '600 di una grande famiglia di artisti (architetti, scultori, pittori, incisori).

This year of 2019 has been the year of Leonardo da Vinci, as 2017 was that of Luca Pacioli. In the course of the celebrations for the quincentenary of the death of the man from Vinci many initiatives have been promoted in Italy, in Europe and throughout the world. Exhibits have been organized and published many volumes and special editions of newspapers and magazines. In Sansepolcro Leonardo's name has been associated with that of his mathematics teacher. Leonardo and Luca have been printed in cartoon version. Youngsters and adults have converged here for a chess tournament under the rules defined by Luca in Mantova, where he had sojourned with his friend and pupil. Art shows have been promoted. The relation between contemporary art and the painting of Leonardo has been discussed, and examined the connection between the works and activities of Luca and Leonardo and Humanism in mathematics. Nor was absent a concern with the site of the Battle of Anghiari. For the Convegno Internazionale of 13, 14 of June (*Art and Mathematics in Luca Pacioli and Leonardo da Vinci*) scholars and university professors were invited to Sansepolcro where they met and interacted in the splendid Sala della Fama in Palazzo Alberti (near Porta Fiorentina, in Via XX Settembre 46), the home in the 1500's and 1600's of a great family of artists (architects, sculptors, painters, engravers).

C'erano intellettuali, ricercatori, artisti, impegnati a riflettere sulla vita e sull'opera di Leonardo, e sul suo rapporto con il Frate del Borgo, per il quale nel 1498 disegna i 60 poliedri da inserire nel *Compendium de divina proportione*, pubblicato in volume a Venezia nel 1509. Gli studiosi, come documenta questo volume, hanno illustrato il percorso formativo di Leonardo, le sue scelte culturali e artistiche, la relazione con il maestro e sodale Luca, ed hanno messo in luce i rapporti tra arte e matematica nel pittore della Gioconda e nel padre della contabilità, soffermandosi anche sui percorsi sperimentali leonardiani, esaminando, insieme alla lingua, la "curiositas musicale" e gli scritti letterari.
La Prima Parte degli Atti si apre con il contributo di Paola Magnaghi-Delfino e Tullia Norando, del Politecnico di Milano. Le due studiose prendono in esame innanzitutto l'amicizia e la reciproca influenza tra Luca e Leonardo negli anni 1496-99, quando i due toscani vivono ed operano presso la corte di Ludovico il Moro, collaborando proficuamente. Il frate non manca di mettere a disposizione le sue competenze di professore di matematica; Leonardo esegue per il manoscritto della divina proporzione le figure dei 60 poliedri. Nel volume del 1509 Luca inserirà anche le sue 24 splendide tavole raffiguranti l'*Alphabeto Dignissimo Antiquo*. Nella seconda parte del loro contributo, le due studiose scelgono come oggetto di

Here gathered intellectuals, researchers, artists, concerned with a reflection on the life and works of Leonardo and on his relationship with the Frate del Borgo Luca Pacioli for whom in 1498 Leonardo drafted 60 polyhedrons for insertion in his *Compendium de divina proportione*, volume published in Venice in the year 1509. The scholars, as documented in the present volume, illustrated the formative process of Leonardo, his cultural and artistic choices and relationship with the master and companion Luca, highlighting the connection between art and mathematics in the creator of the Mona Lisa and in the father of accounting, and giving attention also to Leonardo's experimental paths, examining his language, "musical curiositas" and literary writings.
Part One of the Proceedings opens with the contribution of Paola Magnaghi-Delfino and Tullia Norando of the Politecnico di Milano. The two scholars examine above all the friendship and the reciprocal influence between Luca and Leonardo during the years 1496-99 when the two Tuscans live and work at the court of Ludovico il Moro, collaborating together with great success. The friar shares freely his competence as professor of mathematics; Leonardo creates the drawings of the 60 polyhedrons for the manuscript regarding the divine proportion. In the 1509 volume, Luca will also insert the 24 splendid figures representing the *Alphabeto Dignissimo Antiquo*. In the second part of their paper, the two authors elect as their

studio il *De viribus quantitatis*, di cui esaminano le varie parti, per concludere affermando che gli esempi riportati confermano l'unità della cultura attraverso la connessione tra matematica e arte sia in Leonardo che nel suo maestro di Sansepolcro.

Argante Ciocci prende in esame le quattro parti del *Compendium de divina proportione*, evidenziando che «l'opera … si presenta come un coacervo di tradizioni e stili matematici diversi». Quindi, illustra il lavoro svolto da Leonardo per realizzare le tavole da inserire nel manoscritto pacioliano ed esamina i disegni realizzati. Si sofferma, poi, sui poliedri regolari disegnati da Piero della Francesca e da Francesco dal Borgo, osservando che se i disegni di quest'ultimo risultano «piatti e privi di profondità», quelli inseriti nel *Libellus* pierfrancescno si possono ammirare in visualizzazioni tridimensionali, come esempio di grande arte grafica, essendo lo scopo dell'autore «quello di visualizzare graficamente la soluzione di un problema numerico di stereometria». Diverso è l'approccio del Frate del Borgo: nella sua opera gli oggetti geometrici diventano «realtà materiali», a cui corrispondono le tavole di Leonardo, che disegna oggetti reali che aveva di fronte a sé. A conferma della finalità perseguita («rendere visibili forme materiali di oggetti matematici astratti»), che conduce ad un risultato complessivo che «è un ibrido tra matematica e arte, frutto dell'incontro tra la cultura dei

subject the *De viribus quantitatis* of which they examine the various parts, concluding with the affirmation that the examples offered confirm the unity of culture through the connection between mathematics and art both in Leonardo and in his master from Sansepolcro.

Argante Ciocci takes into consideration the four parts of the *Compendium de divina proportione*, underlining that "the work ... presents itself as a jumble of diverse traditions and mathematical styles". Then, he explains the work conducted by Leonardo in order to realize the illustrations to be inserted in the Paciolian manuscript and examines the finished drawings. He then turns to the regular polyhedrons drawn by Piero della Francesca and by Francesco dal Borgo, observing that the drawings of the latter seem "flat and without depth", while those inserted in the pierfrancescan *Libellus* can be admired in tridimensional visualizations, as an example of major graphic art, the purpose of the author being "that of visualizing graphically the solution of a numerical problem of stereometry". The approach of Luca is very different: in his work the geometric objects become "material realities", to which correspond the plates of Leonardo, who was drawing real objects that he could see in front of him. This only confirms their stated purpose ("to make visible the material forms of abstract mathematical objects"), that leads to an overall result that "is a hybrid between mathematics and art, fruit of the encounter between the culture

dotti e quelle dei tecnici». E Leonardo, in tale prospettiva, prepara disegni che non seguono né l'esempio euclideo né quello pierfrancescano. «I poliedri di Leonardo e Pacioli - conclude Ciocci - sono visualizzazioni tridimensionali di oggetti materiali, che scendono dal mondo della geometria pura di Euclide e si incarnano in modelli di legno dai connotati meramente estetici. Gli sferoidi della geometria euclidea, intrisi di metafisica platonica, diventano così un genere artistico che, grazie all'ampia diffusione dell'edizione a stampa della *Divina proportione*, conosceranno nel corso nel XVI secolo un notevole successo nelle tarsie di Fra' Giovanni da Verona, nei trattati di teoria artistica di Albrecht Dürer e Daniele Barbaro; e nei prodotti di alto artigianato ispirati ai poliedri, come accade fra gli orafi di Norimberga, fra i costruttori di orologi poliedrici e fra i tipografi».

Partito dalla constatazione che il periodo rinascimentale «deve essere considerato uno dei più vivaci e stimolanti dell'intera storia della cultura occidentale», Bruno D'Amore ricorda che Leonardo fu un autodidatta, per cui restò al di fuori del dibattito culturale sviluppato nelle scuole e nelle accademie del tempo, come attestano le ricerche e le novità in campo astronomico. Gli appunti che possiamo consultare documentano la fragilità, per non dire l'inconsistenza, sui temi geologici ed astronomici, insieme alla sua genialità e alle sue «folgoranti intuizioni».

of the learned and that of the technicians". And with this in mind, Leonardo, in such a prospective, prepares drawings that follow neither the Euclidian example nor the Pierfrancescan. Ciocci concludes by saying: "The polyhedrons of Leonardo and Pacioli are three dimensional visualizzations of material objects, that descend from the Euclidian world of pure geometry and become incarnated in wooden models of merely aesthetic connotation. The spheroids of Euclidian geometry, imbued with Platonic metaphysics, thus become an artistic genre which, thanks to the ample diffusion of the printed edition of the *Divine proportion*, will enjoy wide success in the XVI century through the marquetry of Fra' Giovanni da Verona and the artistic theory tracts of Albrecht Durer and Daniele Barbaro, as well as in the products of high artisanship inspired by polyhedrons, as with the goldsmiths of Nuremberg, the makers of polyhedric clocks and typographers".

Bruno d'Amore begins with the consideration that the period of the Renaissance "must be considered as one of the most vital and stimulating in the entire western cultural history" only to remind us that Leonardo was an autodidact and therefore remind outside the cultural debate that was unfolding in the schools and academies of the time, such as the research and discoveries being made in astronomics. The notes and memos that we can consult are witness to the fragility, not

L'attività matematica di Leonardo va suddivisa in due periodi: prima dell'incontro con il Frate del Borgo e dopo. Prima di conoscere Luca Pacioli faceva errori di aritmetica elementare e di geometria con costruzioni approssimate. Dopo aver acquistato e letto la *Summa* pacioliana e, soprattutto, dopo l'incontro a Milano con il Frate molto cambia. Da Luca riceve lezioni di geometria. Si innamora della «sezione aurea», si applica nello studio della matematica, intesa in modo generico e ampio, percorrendo vie empiriche. Un riferimento finale D'Amore riserva ai «supposti teoremi» di Leonardo. Per concludere che il Genio di Vinci ha realizzato «schizzi eccellenti e disegni mirabili» che non possono essere considerati teoremi. In ogni caso, Leonardo ha saputo sfidare «la cultura e l'arte del suo tempo con acume ed una freschezza che, a distanza di mezzo millennio, non cessano di conquistare».

Per Leonardo ricerca e conoscenza poggiano sulla matematica, esordisce Giuseppe Rossi ad apertura di intervento. E spiega come la matematica fosse supporto alla ricerca leonardiana, caratterizzata da uno specifico approccio geometrico. Leonardo non ebbe alcuna educazione matematica di base, per cui agevolmente gli studiosi hanno rilevato "lacune gravissime" e una "gran confusione sulle funzioni e sui radicali". Nel corso della sua vita il Vinciano non fece altro che prendere appunti, annotare, mandare a memoria quanto osservava, a partire dall'esperienza nella

to say the inconsistency, on geological and astronomical themes, together with his geniality and his "dazzling intuitions". Leonardo's mathematical activity can be divided into two periods: before and after his meeting with the friar from Sansepolcro. Before his meeting with Luca Pacioli he committed simple errors in elementary arithmetic and fashioned approximative geometric constructions. After having bought and read Pacioli's *Summa* and, especially, after their meeting in Milan, there is a great change. He receives geometry lessons from Luca. He falls in love with the "golden ratio", he applies himself to the study of mathematics in an ample and generic sense, following empirical paths. A final reference is reserved for the "so-called theorems" of Leonardo, concluding that the Genius from Vinci realized "excellent sketches and admirable illustrations" that cannot be considered theorems. At the very least, Leonardo succeeded in challenging "the art and culture of his times with a perspicacity and a freshness that, even from the distance of half a millenium, do not cease to captivate".

For Leonardo research and knowledge are based on mathematics, is the opening thought of Giuseppe Rossi. He goes on to explain how mathematics was at the base of Leonardo's research, characterized by a specific geometrical approach. Leonardo had no basic mathematical education, for which reason researchers have easily been able to pinpoint "serious

bottega del Verrocchio. Del resto nella Firenze del Quattrocento il giovane artista percepisce tutte le novità che circolavano nel mondo del lavoro e degli studi, mentre è impegnato a "conoscere e descrivere pittoricamente e quindi scientificamente attraverso il disegno". Rossi parte dalla lettura dei manoscritti, osservando che in Leonardo scrittura e disegno sono strettamente legati all'attività dello scienziato e dell'artista. Un corpus di oltre cinquemila pagine, a partire dal *Testamento* stilato alla fine di aprile del 1519, che ha una storia di peripezie inenarrabili che il Rossi ripercorre sinteticamente, per poi esaminare la cosiddetta "matematica nei manoscritti". Innanzitutto Aritmetica e Geometria. Quindi la Geometria come appare dopo l'incontro con Pacioli (1496), che mette in moto una grande attività di apprendimento: i temi matematici sono sviluppati con la fantasia del pittore che attraverso il disegno intende cogliere "la quintessenza della realtà". Per comprendere la scienza e la matematica di Leonardo bisogna partire dai suoi disegni che fungono da strumenti di indagine e da luoghi di sperimentazione e conoscenza della natura. Sappiamo che l'incontro con Frate Luca fu fondamentale e Rossi torna su questo tema per precisare modi e significati di quella preziosa conoscenza. È soprattutto nei temi relativi alla geometria che si registra il cambiamento culturale e scientifico di Leonardo concentrato nello studio di

omissions" and a "great confusion about functions and radicals". During the course of his life, the man from Vinci constantly took notes, jotting down and memorizing all he observed since the time of the period he spent in Verrocchio's workshop. For that matter, in fifteenth century Florence the young artist perceives all of the innovations that were circulating in the workplace and in studies, at the same time that he is engaged in "learning and describing pictorially, and therefore scientifically, by means of sketches". Rossi begins with a description of the manuscripts, observing how in Leonardo writing and drawing are closely linked to the activity of the scientist and artist. A canon of more than five thousand pages, beginning with the *Testament* written in April of 1519, with a history of ineffable vicissitudes that Rossi succinctly reviews, before proceeding with an examination of the so-called "mathematics in the manuscripts". Above all Arithmetic and Geometry. Follows Geometry as it appears after his meeting Pacioli (1496) inaugurating a fervid learning stage: mathematical themes are developed with the fantasy of the artist who, through sketches, is concerned with capturing "the quintessence of reality". In order to understand the science and mathematics of Leonardo one must begin with his drawings that play the role of vehicles of research and of areas for experimentation and learning about nature. We know that his

invarianti. Il culmine viene raggiunto nello studio della quadratura del cerchio, che "appassionò Leonardo per un periodo di tempo molto lungo". Il contributo di Rossi, a questo punto, sviluppa prima l'indagine sulla matematica dei manoscritti letti con gli occhi dei nostri giorni, quindi si sofferma sui cosiddetti teoremi di Leonardo e sulla sua volontà di studiare "l'essenza dei continui mutamenti della natura". Con "I teoremi di Leonardo" lo studioso conduce a termine l'analisi del Leonardo matematico esprimendo dubbi sulla liceità di attribuire "veri teoremi" al Genio di Vinci.

Dopo aver illustrato in premessa il ruolo svolto da Pacioli come comunicatore, professore e matematico, Vico Montebelli illustra le modalità dell'approccio pacioliano alla fisica "dotta" e i percorsi scelti nella divulgazione della fisica "pratica". Esamina, quindi, l'opera più significativa a questo scopo: il *De viribus quantitatis*. Il Frate di Sansepolcro è un grande divulgatore della fisica "fatta in casa", senza ignorare la fisica "dotta", ed è un maestro nell'esaminare le applicazioni che interessano la vita quotidiana: tratta dell'"oriuolo", del sifone, del pluviometro e della bussola. E il suo scopo è dimostrare che la tecnica è facile e che gli strumenti sono di estrema utilità per l'uomo. A conclusione del contributo, lo studioso colloca, a fianco al Pacioli "dotto" e al

meeting with Fra Luca was fundamental and Rossi returns to this theme in order to specify manners and meanings of that precious connection. It is especially in themes relative to geometry that can be observed the cultural and scientific change in Leonardo concentrated on the study of invariants. The peak is reached in the study of the squaring of the circle that "impassioned Leonardo for a very long period of time". At this point, Rossi's contribution develops first an investigation into the mathematics of the manuscripts read with the eyes of today, and then concentrates on Leonardo's so-called theorems and on his desire to study "the essence of the continuous mutations of nature". The lecturer concludes his analysis of Leonardo as mathematician with "The Theorems of Leonardo", expressing doubts as to whether it is legitimate to attribute "actual theorems" to the genius from Vinci.

Following a premise in which he illustrates the role played by Pacioli as communicator, professor and mathematician, Vico Montebelli delineates the modalities of the Paciolian approach to "learned" physics and the roads chosen for the divulgation of "practical" physics. He then proceeds to examine the most significative work for this purpose: *De viribus quantitatis*. The Sansepolcro friar is a great popularizer of "homespun" physics, without ignoring the scholarly and learned, and is master of examining those applications that hold interest for everyday life: he speaks of the "timepiece", of the syphon,

Pacioli "pratico", il Pacioli "magico", che ricorre ad "esperimenti curiosi e spettacolari realizzati con materiale povero, preso dalla vita quotidiana", per concludere che il Francescano del Borgo è un vero "cronista della scienza applicata".

Riconosciuta la poliedricità di Leonardo, Giovanni Cangi si sofferma sul rapporto dell'artista con l'architettura, nelle varie accezioni. Il Genio di Vinci è stato soprattutto un pittore, ma nella sua ampia e articolata attività ha dimostrato di avere una naturale vocazione per il metodo ingegneristico: ha studiato i materiali, le tecniche, la natura fisica delle costruzioni ed ha avuto un "approccio pratico ed intuitivo", come attestano le forme degli archi disegnati, il rispetto delle regole dell'equilibrio, i progetti di ponti di legno (dove emergono "cognizioni di statica"), gli schizzi "non classificabili come veri e propri progetti". Leonardo dimostra di avere vocazione ed interesse per la progettazione architettonica, con una particolare preferenza per le questioni strutturali e tecnologiche ed una specifica cura dell'architettura militare (schizzi di castello e fortilizi, bastioni, cinte murarie, fortificazioni) e per l'ingegneria meccanica.

La Seconda Parte degli Atti presenta innanzitutto l'intervento di Katia Ferri Melzi D'Eril, che parte dalla citazione del "Privilegio": un documento firmato (Amboise, 29 novembre 1520) dal re Francesco I che nomina "gentiluomo" alla corte di Parigi il giovane lombardo,

of the pluviometer and of the compass. It is his purpose to demonstrate that technology is easy and that instruments can be of great usefulness to man. To end his presentation, the scholar places alongside a "learned" Pacioli and a "practical" Pacioli, also a "magic" Pacioli, who resorts to "curious and spectacular experiments carried out with everyday materials", concluding that our Franciscan is a true "chronicler of applied science".

After a tribute to Leonardo's versatility, Giovanni Cangi concentrates on the artist's rapport with architecture, in all of its acceptations. Our genius from Vinci was above all a painter, but in his entire concatenated career he proved to have a natural vocation for the engineering method: he studied the materials, techniques and physical nature of constructions using a "practical and intuitive approach" as attested by the shape of the arches he drafted, his respect for the laws of equilibrium, his drawings for wooden bridges where he demonstrates a "knowledge of statics", his sketches that are "not classifiable as veritable projects". Leonardo demonstrates vocation and interest for architectural projects, with particular preference for structural and technological questions and a specific attention to military architecture (sketches of castles and forts, ramparts, city walls, fortifications) and for mechanical engineering.

Part Two of the Proceedings opens with a presentation by Katia Ferri Melzi

amico ed esecutore testamentario di Leonardo da Vinci. Francesco Melzi D'Eril vantava buone relazioni in Italia e in Francia; parlava correntemente il latino, il greco e il francese; era membro della Corte di Francia; era un intellettuale formatosi nella colta Lombardia del Quattrocento. Dopo il ritorno in Italia (marzo 1523?) Francesco «fu per molti anni amministratore, senza compenso, della Prevostura di Pontirolo, per conto della Curia Arcivescovile di Milano. E fu anche, procuratore di un vescovo di Lodi». Ma, soprattutto, fu l'«erede» di Leonardo, l'amministratore dei suoi beni, che concernevano libri e "instromenti", taccuini e appunti, come risulta dal documento esposto ad Amboise nella Mostra dedicata a Leonardo 500 anni dopo la sua morte. Cresciuto alla scuola di Luca Pacioli, Francesco Melzi D'Eril è stato un manager, un fedele compagno e l'erede del Vinciano. Gli era sempre a fianco e lo accompagnò nel viaggio da Milano a Roma nel 1513. Leonardo e Francesco passarono per Sansepolcro? I due viaggiatori incontrarono il Frate nel suo Borgo? Quali problemi incontrarono alla corte di Leone X? Resta documentata l'opera di catalogazione e sistemazione degli appunti del Vinciano da parte di Francesco Melzi D'Eril (ad es. il *Libro della Pittura*); fu suo fondamentale compito la definizione di tutte le pratiche amministrative dopo la morte di Leonardo. Tanto che il re di Francia

D'Eril who begins with the "Privilege" signed by King Francois I (Amboise, 29 November 1520) naming "gentilhomme" of the Paris court the young Lombard who was friend to Leonardo da Vinci and executor of his testament. Francesco Melzi D'Eril had excellent connections in Italy and in France; he spoke fluent Latin, Greek and French; a member of the Court of France, he was an intellectual formed and educated in the cultured Lombardy of the Quattrocento. After his return to Italy (March 1523?) Francesco "was for many years the administrator, without compensation, of the Prevost's court in Pontirolo, for the Archbishopry of Milan. He was also procurator to the Bishop of Lodi". Above all, he was Leonardo's "heir", administrator of his effects which included books and "instromenti", notepads and various memos, as resulting from the document on exhibit in Amboise at the show dedicated to Leonardo 500 years after his death. Brought up in the school of Luca Pacioli, Francesco Melzi D'Eril was manager but also loyal companion and heir to Leonardo. He was constantly at his side and accompanied him in his journey from Milan to Rome in 1513. Did Leonardo and Francesco pass through Sansepolcro? Did the two travelers meet the Friar from Sansepolcro? What problems did they encounter at the court of Leo X? Documented is the work of cataloguing and reordering the notes of Leonardo on the part of

gli riconobbe un "appannaggio di 800 scudi" per due anni, come corrispettivo della consulenza prestata alla corte francese.

Dopo aver citato Luca Pacioli, che forse è il primo a definire "musico" il suo amico Leonardo, Salvatore Dell'Atti riflette intorno al termine usato dal Frate del Borgo e cita prima Benvenuto Cellini poi Paolo Giovio per ricordare come il Vinciano fosse ammirato perché cantava accompagnandosi con la lira e fosse apprezzato sia come suonatore di lira che come "dicitore di rime all'improvviso". A tutt'oggi non abbiamo opere musicali che attestino "Leonardo compositore", ma conosciamo occasioni (come la "Festa del Paradiso" del 13 gennaio 1490) nelle quali Leonardo porta il suo contributo di autore di musiche. Il Vinci, noto anche come maestro di enigmi, ha trovato da ragazzo nella bottega del Verrocchio gli stimoli verso le arti e verso la musica. Sappiamo che Leonardo ha il gusto di investigare nell'ambito della dottrina musicale (ars musica), spinto da una profonda *curiositas*, e cerca di stabilire momenti e percorsi di tipo scientifico. Il Ritratto di musico (1485 ca.) "a lui attribuito … traghetta verso la teorizzazione visiva della disciplina dei suoni". Leonardo "orienta i suoi interessi anche verso gli strumenti musicali" e indaga sui vari aspetti del suono. Passati in rassegna alcuni interessanti strumenti, Dell'Atti conclude osservando che il Vinciano, quale musico scienziato sperimentatore, teorizzò sui

Francesco Melzi D'Eril (for example, the *Libro della Pittura*); his was the crucial task of resolving all of the administrative paperwork after Leonardo's death. In recognition of this the King of France conceded him an "appanage of 800 scudos" for two years, in compensation for consultations for the French court.

After citing Luca Pacioli who was perhaps the first to define his friend Leonardo as "musico", Salvatore Dell'Atti reflects on the term used by the Friar and cites first of all Benvenuto Cellini and then Paolo Giovio as witnesses as to how much he was admired for his singing and self accompaniment on the lyre and how he was appreciated both as musician and as "maker of improvised rhymes". As of today we have no musical works that declare "Leonardo composer", but we know of occasions such as the "Festa del Paradiso" of 13 January 1490 where Leonardo figures as author of the musical entertainment. Likewise known as a master of enigmas, as a young man in Verrocchio's atelier he found stimuli in the direction of the arts and music. We know that Leonardo liked to probe into the world of musical doctrine (ars musica), driven by a profound *curiositas*, and tries to establish moments and paths of a scientific nature. The Portrait of a "musico" (1485 ca.) "attributed to him ... moves in the direction of a visual theorization of the discipline of sound". Leonardo "turns his interests also

suoni e anticipò le future concezioni e realizzazioni nell'ambito della produzione sonora.

Partito dall'illustrazione dell'ambiente culturale fiorentino del Quattrocento, in cui si è formato Leonardo, tenuto conto delle sue letture e degli elenchi dei libri posseduti, Butcher annota che l'insieme del catalogo «lascia intendere i gusti di un lettore medio, senza particolari aspirazioni a percorsi eruditi e umanistici». Non ci è pervenuto alcun trattato scientifico o «libro organico di scrittura letteraria». E la dimensione letteraria di Leonardo è una scoperta dell'età contemporanea. Detto questo, lo studioso prende in esame il volume degli *Scritti letterari*, nei quali osserva che l'autore si esprime nel "nativo toscano", non conoscendo il latino, e riflette aspetti della cultura letteraria tradizionale. Tuttavia, la lettura dei testi vinciani ci aiuta a scoprire la visione del mondo leonardiano, l'attenzione alla tradizione favolistica, le caratteristiche della sua prosa, la preferenza per le "profezie" (indovinelli) e i racconti umoristici (le "facezie"). In definitiva, ci consente di contribuire a ricostruire il profilo di Leonardo e, soprattutto, di «sfatare l'immagine della sovrumanità leonardesca».

Il tema della lingua di Leonardo è stato da sempre trascurato, anche se è molto vivo nell'opera del Genio di Vinci. Partendo, però, dagli stimoli e dalle sollecitazioni di un intellettuale come Romano Nanni, compianto direttore della Biblioteca Leonardiana

towards the instruments of music" and investigates the various aspects of sound. After describing a number of interesting musical instruments, Dell'Atti concludes by observing how Leonardo, as musician scientist experimenter, theorized about sounds, anticipating future concepts and realizations in the field of sound production.

Beginning with an overview of the cultural milieu of fifteenth century Florence where Leonardo passed his formative years, and considering his readings and the lists of the books he possessed, Butcher notes that the catalogue "tends to reveal the tastes of an average reader, without particular aspirations in the direction of erudite or humanistic itineraries". There is mentioned no scientific treatise or "organic edition of literary writings". And Leonardo's literary dimension is a discovery of our contemporary period. Having said that, the researcher gives an account of the volume *Scritti letterari*, where he observes that the author expresses himself in his "native Tuscan dialect", with no knowledge of Latin, reflecting aspects of the traditional literary culture. However, reading Leonardo's texts helps us to discover the Leonardian world view, his attention to the favolistic tradition, the characteristics of his prose, his preference for "profezie" or riddles and for humorous narratives ("facezie"). In the end, it enables us to make a contribution in the direction of redrawing a profile of Leonardo and,

di Vinci, è possibile avventurarsi nel mare magnum dei manoscritti vinciani. Ed è ciò che fa il giovane studioso Andrea Felici, consapevole delle difficoltà che il *corpus* vinciano frappone. Leonardo era ben consapevole di appartenere a quello "strato culturale intermedio" (indicato con lungimiranza da un grande studioso come Carlo Maccagni): «I' ho tanti vocavoli nella mia lingua materna, ch'io m'ho piuttosto da doler del bene intendere le cose, che del mancamento delle parole, colle quali io possa bene esprimere il concetto della mente mia». La lingua di Leonardo, in effetti, coincide con la lingua fiorentina quattro-cinquecentesca. L'artista usa la lingua della tradizione locale, acquisita nell'esperienza della bottega artigianale; attinge "a vocaboli ampiamente attestati nella tradizione volgare", ma li adatta agli specifici contesti «attraverso un procedimento di risemantizzazione (per cui il termine della "lingua materna" assume nuovo significato per metafora o analogia di forma o di funzione)». Leonardo sceglie tale procedimento semantico in molte occasioni, come attestano gli esempi riportati da Felici (canna, cassa), che – a questo punto – passa ad esaminare la sintassi e la testualità del Codice Leicester, noto come Hammer dal 1980 al 1994, redatto probabilmente tra il 1504 e il 1508, e dedicato al tema delle acque ("una sorta di canovaccio preparatorio"). Il codice documenta da un lato il legame tra la scrittura di

above all, to "debunk the image of a superhuman Leonardo".
The theme of Leonardo's language has always been overlooked, even though it is very present in his works. However, taking off from stimoli and urgings on the part of an intellectual such as Romano Nanni, dear departed director of the Biblioteca Leonardiana di Vinci, it is possible to venture into the high seas of Leonardian manuscripts. And this is precisely the task that the young student Andrea Felici takes on, conscious of the difficulties that the Leonardian *corpus* presents. Leonardo was very aware of belonging to that "intermediate cultural stratum" (pointed out with foresight by the excellent scholar Carlo Maccagni): "I have so many words from my mother language, that not so much can I complain of not understanding well the things I hear, as of the lack of words with which to adequately express the concepts I have in mind". In fact, Leonardo's language coincides with the Florentine language of the fourteen and fifteen-hundreds. The artist uses the language of local tradition, acquired through experience in the artisanal shop, drawing "from a vocabulary amply documented in the vulgar tradition", but adapting the words to specific contexts "through a procedure of resemanticizing where the term in the "mother language" assumes new meaning through metaphor or analogy of form or function".
Leonardo adopts this semantic procedure

Leonardo e i moduli tipici della lingua parlata e, dall'altro, il tentativo di avvicinamento alla lingua scritta e all'uso letterario. Rilevante è il ricorso "a schemi raziocinanti, tipici della prosa scientifica", a strutture dilemmatiche e a scelte linguistiche enumerative, fino a ricorrere a una mappa concettuale.

Paolo Senna, nel suo contributo, constata, innanzitutto, che la tradizione trattatistica latina ha "informato" l'elaborazione dei testi sia in epoca medievale che nei secoli successivi; osserva che «non è sempre distinguibile con un taglio netto quali siano i tratti sintattico-testuali tipici dei testi scientifici», ma si promette di evidenziare gli elementi sintattico-testuali nel Quattro-Cinquecento "caratterizzanti" i testi scientifici. Quindi, attraverso lo svolgimento di rilievi sintattico-argomentativi dello scritto di Melchiorre Frizzoli di Parma (*Dialogo de anima*) conferma la presenza di scelte omogenee sia nella trattatistica latina che in quella volgare. Lo studioso passa, a questo punto, ad esaminare campioni di testi tecnico-scientifici di area umanistico-rinascimentale e testi di Leonardo, osservando le modalità di scelta dei connettivi, evidenziando le formule argomentative e le scelte di natura didattica. Passando ad un esame ravvicinato della sintassi del Vinciano, svolge una precisa campionatura. Quindi, procede alla lettura del *Trattato d'abaco* di Piero della Francesca, soffermandosi sulle pagine proemiali,

in many occasions, as attested by the examples offered by Felici (canna, cassa) who, at this point, proceeds to examine the syntax and textuality of the Codice Leicester, known as Hammer from 1980 to 1994, probably written between 1504 and 1508 and dedicated to the theme of water ("a sort of preparatory sketch"). The codex documents on the one hand the link between Leonardo's writing and the typical modules of the spoken word and, on the other, his attempt to come closer to the written language and to a literary usage. Notable is his resorting "to rationalistic schemes, typical of scientific prose", to dilemmatic structures and to enumerative linguistic choices, up to the point of resorting to a conceptual map.

In his contribution, Paolo Sanna first of all asserts that the Latin tradition of treatises "informed" the elaboration of texts in the Middle Ages and also in the successive centuries. Although he observes that "typical syntactico-textual features of scientific texts are not always distinguishable in an absolute manner", he will endeavor to point out the syntactico-textual elements that characterize scientific texts in the fifteenth and sixteenth centuries. Thereupon, by means of a study of the syntax and arguments of the text *Dialogo de anima* by Melchiorre Frizzoli di Parma he confirms the presence of like choices both in Latin tracts and in ones written in the vulgar. At this point Sanna goes on to examine

e conduce l'esame del proemio della *Summa* pacioliana, per osservare che il Frate del Borgo «dà prova di una notevole capacità di modulazione della lingua», mentre il proemio al *De Prospectiva pingendi* ci dice che Piero, dal punto di vista linguistico, adotta strutture tipiche dei trattati scientifici. Leonardo, invece, (proemio al Trattato della pittura) adotta una lingua tipica della tradizione "tecnica" e, in pieno Cinquecento, Niccolò Tartaglia (*Euclide rassettato*) è cosciente della necessità di adottare formule tipiche del volgare e, nello stesso tempo, paradigmi della prosa di tradizione.

samples of technico-scientific texts in the humanist-renaissance sphere and texts of Leonardo, observing the manner of choice of conjunctives and highlighting the argumentative formulas and choices of a didactic nature. Moving on to a close examination of Leonardo's syntax, he completes a precise sampling. He then proceeds to a reading of the *Trattato d'abaco* of Piero della Francesca, concentrating on the introductory pages, and then conducts an analysis of the preface to Pacioli's *Summa*, observing that the Frate "proves to have a noteworthy capability of modulation of language", while the preface to *De Prospectiva pingendi* demonstrates that Piero, from a linguistic point of view, adopts structures typical of scientific tracts. Leonardo, on the other hand (preface to the Treatise on painting) uses a language that is typical of the "technical" tradition and, during the peak of the Cinquecento, Niccolò Tartaglia (*Euclid Reordered*) is conscious of the need for employing formulas typical of the vernacular and, at the same time, paradigms of traditional prose.

PRIMA PARTE

Da Luca a Leonardo: arte e matematica

PAOLA MAGNAGHI DELFINO - TULLIA NORANDO

Arte e matematica in Luca Pacioli

The final abstract expression of every art is number.
(Wassily Kandinsky)
Il bello consiste nella debita proporzione perché
i sensi si dilettano delle cose bene proporzionate.
(Tommaso d'Aquino)

Introduzione

Luca Pacioli, uno dei matematici più noti dei suoi tempi, dedica la sua produzione all'insegnamento e alla divulgazione più che alla ricerca di risultati originali. Il suo obiettivo principale è quello di educare i giovani artisti e artigiani al ragionamento razionale nella convinzione che sulle "certezze" della teoria geometrica si possano fondare le "pratiche" geometriche delle attività di pittura, scultura, architettura, incisione, intaglio. A questo scopo scrive libri in volgare, cioè nella lingua parlata da coloro che non potevano accedere agli studi superiori. Pacioli tratta infatti sia la teoria matematica, come nel *De divina proportione*, sia la costruzione pratica delle figure geometriche come nella seconda parte del *De viribus quantitatis*.

La frequentazione dei più grandi artisti dei suoi tempi lo sprona a cimentarsi in un prodotto artistico, come il disegno della *Porta Speciosa* e il disegno delle splendide lettere dell'*Alphabeto Dignissimo Antiquo*.

Non è solo filosofica la posizione di Luca Pacioli di fronte alla sezione aurea, ma è un reale stupore di fronte alla "bellezza" di una proporzione e sicuramente non è solo utilitaristica la richiesta a Leonardo da Vinci del contributo per il disegno dei solidi nel *De divina proportione*. Viceversa, si trova una profonda connessione tra matematica ed arte nei lavori di Leonardo da Vinci e Albrecht Dürer, che da Luca Pacioli hanno ricevuto entrambi l'insegnamento e il primo anche l'amicizia. Entrambi hanno usato o addirittura sviluppato il pensiero matematico per realizzare la loro visione artistica.

In questo lavoro prendiamo in considerazione la reciproca influenza che l'amicizia e la collaborazione tra Luca Pacioli e Leonardo da Vinci hanno avuto sulla loro opera finché gli eventi non li separarono per sempre.

Milano 1496 - 1499

Fra il 1496 e il 1499, Luca Pacioli si trova a Milano, titolare di un insegnamento di matematica istituito per lui da Ludovico il Moro. Alla

splendida corte milanese, Luca entra in contatto con Leonardo da Vinci, con cui intrattiene un rapporto di stretta amicizia e di reciproca ammirazione e collaborazione, che si protrarrà nel periodo in cui entrambi, lasciata Milano, si recheranno insieme a Ferrara, Venezia e Firenze. Leonardo legge e studia le opere del Pacioli, approfondendo le proprie conoscenze matematiche; Pacioli probabilmente gli tiene vere e proprie lezioni, in quanto Leonardo difficilmente può accostarsi da solo ai testi, scritti principalmente in latino. Leonardo stesso dichiara di aver speso "*119 soldi in aritmetica di maestro Luca*", ossia la *Summa*, e scrive "*impara la multiplicatione da maestro Luca*". A sua volta offre a Pacioli le proprie competenze artistiche, eseguendo personalmente i disegni originali dei solidi del *De divina proportione* che Pacioli ultima nel 1498 (CIOCCI, 2003). La presenza di questi disegni, apparsi per la prima volta in un trattato, non mancherà di suscitare meraviglia.

Non bisogna dimenticare che Leonardo ha offerto i propri servigi al Duca di Milano come architetto ed ingegnere, accettando solo in seguito gli incarichi artistici. Artista già maturo, Leonardo si aspetta dal soggiorno milanese la possibilità di una evoluzione artistica che soddisfi sia le sue curiosità scientifiche sia le sue competenze. Non a caso, dopo aver lasciato Pacioli a Firenze, lo troviamo alle dipendenze di Cesare Borgia, per cui progetta armi, castelli fortificati e redige progetti urbanistici. Nel 1508, durante il soggiorno veneziano, Pacioli presenta una supplica al Senato per ottenere il permesso di stampare cinque delle sue opere e per avere il privilegio che per i venti anni successivi nessun altro a Venezia possa pubblicarle. Ottenuto il permesso e accordatogli il privilegio limitatamente a quindici anni, Pacioli dà alle stampe, tra gli altri, il testo in latino degli *Elementi* di Euclide e il *De divina proportione*. Precisa di fondare la sua edizione degli *Elementi* sulla traduzione di Campano, che, a suo dire, è stata deformata dai copisti e quindi vuole restituire il testo alla originale chiarezza. Dichiara di aver corretto ben 130 figure e di averne aggiunte altre e soprattutto di aver inserito dei commenti utili a spiegare i passi più difficili.

Il *De divina proportione*, con dedica a Pietro Soderini, è costituito da tre parti autonome, di cui la prima, detta *Compendio*, si occupa della sezione aurea, dei poligoni regolari e dell'uso della prospettiva. La seconda parte, intitolata *Tractato del'architectura*, discute le idee di Vitruvio circa l'applicazione della matematica all'architettura. Questa parte inizia con una discussione sulle proporzioni del corpo umano, in cui Pacioli inserisce il profilo di una testa umana. La terza parte, intitolata *Libellus in tres partiales tractatus divisus quinque corporum regularium et dependentium*, è la traduzione in volgare del libro *De quinque corporibus regularibus* di Piero della Francesca e contiene in aggiunta le tavole con

la costruzione delle lettere capitali dell'alfabeto e le tavole dei poliedri disegnati da Leonardo da Vinci. Si può dire dunque che il libro approfondisce quel discorso sulle proporzioni che era iniziato in modo divulgativo con la *Summa*, pubblicata nel 1494, e proseguito con il testo latino degli *Elementi*. La seconda e la terza parte contengono probabilmente il materiale usato da Pacioli per le lezioni dedicate ad artisti ed artigiani.

Già si è detto del contributo di Leonardo alla rappresentazione dei solidi, testimonianza del suo interesse per l'argomento, che trova spazio anche in alcune pagine dei suoi Codici. Si possono fare diverse congetture circa la natura dell'interesse per i poliedri. Ovviamente si pensa all'importanza della conoscenza matematica dei solidi in architettura, in particolare dei solidi irregolari di 26 e 72 basi. Quest'ultimo (presente in *Elementi* XII, 14) è una buona approssimazione della sfera ed è utilizzato nel Pantheon di Roma, in San Satiro e Santa Maria delle Grazie a Milano. Pacioli del resto afferma che la causa prima della rapida rovina degli edifici moderni è dovuta all'incompetenza matematica di architetti ed artigiani. Lo storico dell'arte Bruno Zevi ha definito il Rinascimento come *una riflessione matematica svolta sulla metrica romanica e gotica*, evidenziando la ricerca, da parte degli architetti dei secoli XV e XVI, di una metrica spaziale basata su rapporti matematici elementari. La predilezione per le forme geometriche elementari e per l'armonia tra le parti portò alla costruzione di numerose chiese a pianta centrale e in questa scia si inseriscono alcuni progetti teorici di Leonardo da Vinci. Una motivazione meno evidente allo studio delle forme poliedriche potrebbe essere connesso all'aspetto filosofico di cui i solidi platonici sono portatori. Se i solidi costituiscono la forma degli elementi primordiali, loro particolari trasformazioni potrebbero essere la forma di altri elementi naturali. Una linea di ricerca plausibile per Leonardo, anche se, come altre, non portata avanti.

La proporzione divina

Nella introduzione del *De divina proportione*, Luca Pacioli cita la disputa tenuta a Milano il 9 febbraio 1498 alla presenza di illustri personaggi della corte, tra cui Leonardo, come la causa che lo ha spronato a riprendere in mano un'opera cui darà la forma di un breve trattato e a cui darà nome *De divina proportione*, in cui tratterà argomenti che sono a fondamento di tutte le scienze sia speculative sia pratiche. I solidi, disegnati e dipinti da Leonardo, con la maestria e la passione per la sperimentazione che lo contraddistinguono, hanno anche lo scopo di indicare agli artigiani come fabbricarne i modelli che Pacioli porterà con sé a scopo dimostrativo e didattico.

Pacioli dichiara nel libro di avere personalmente costruito tre serie dei 60 esemplari di solidi, consegnate rispettivamente a Ludovico Sforza, a Giangaleazzo Sanseverino e a Pietro Soderini.

Considera, inoltre, così significativa la parte grafica del suo trattato da dedicare molto tempo per seguirne la stampa a Venezia nel 1509, collaborando assiduamente con il suo editore.

Nell'opera a stampa sono inserite 24 splendide tavole, in cui Pacioli dà forma al suo *Alphabeto Degnissimo Antiquo*. Le lettere, di particolare eleganza, sono frutto di disegni dello stesso Pacioli, come si è già dimostrato (MAGNAGHI-DELFINO, NORANDO, 2018). I motivi per cui Luca si è cimentato in questa impresa consistono nella ricerca di leggi geometriche che possano essere fondamento per la costruzione dell'alfabeto, "*senza altri strumenti*", con il solo uso della "*linea retta e curva*", "*benche a me loro Idiomi non sieno noti*". Pacioli vuole dar forma al suo *alphabeto* per dimostrare *a li scriptori e minatori - che tanto se rendono scarsi* - che, senza penna e pennello, ma usando il cerchio e il quadrato si possono costruire lettere armoniose.

Nell'introduzione del *De divina proportione* compare anche una dichiarazione particolarmente significativa riguardo a tutta l'opera di Luca Pacioli:

È degno di grande stima presso Dio e gli uomini colui che, dotato di una qualche virtù, si sente di trasmetterla agli altri, assecondando il motto: "Trasmetto volentieri senza alcuna invidia quello che ho imparato" Ho impresso queste splendide parole nella mia mente come se fossero state scolpite nel marmo e ho messo a disposizione soprattutto il talento naturale per la scienza matematica di cui Dio ha voluto farmi dono.

Il metodo matematico, perfezionato da Euclide, secondo Pacioli, è l'unico che garantisce la verità, mentre le scienze non matematiche sono fondate su opinioni. La matematizzazione della realtà non è una mera ipotesi, ma una realtà che ha un fondamento metafisico. Come affermato da Aristotele e sostenuto anche da S. Agostino nel *De Civitate Dei*, Luca ricorda che il programma del suo insegnamento prevede lo studio dei primi 10 libri di Euclide, seguito dagli argomenti trattati nel *De divina proportione*. Pacioli, dopo aver ricordato che, secondo i saggi, le discipline principali sono l'Aritmetica, la Geometria, l'Astronomia e la Musica, sostiene con forza che andrebbe introdotta anche la Prospettiva. La padronanza di Geometria, Aritmetica e Teoria delle Proporzioni è necessaria in tutte le attività umane e, a beneficio del Duca di Milano, Luca cita anche l'arte militare.

I poligoni nell'architettura

Già nel 1464 nel suo *Trattato di Architettura*, Antonio Averlino, detto il Filarete, aveva presentato al Duca di Milano il progetto di una città fortificata chiamata *Sforzinda*. La città si sarebbe sviluppata su una pianta a otto punte, ottenuta sovrapponendo due quadrati ruotati rispettivamente di 45°, perfettamente inscritta in un cerchio, il quale avrebbe rappresentato il fossato. La forma stellare sarebbe corrisposta alla cinta muraria che avrebbe anticipato la definizione del fronte bastionato che sarebbe stato sviluppato alcuni decenni dopo per adeguarsi allo sviluppo delle armi militari. Ad ogni punta della stella, il Filarete colloca una torre, mentre ad ogni conca corrisponde una delle otto porte.

Nel capitolo LXVIII del *De viribus quantitatis* di Luca Pacioli il problema "*de città che à 8 porti, che cosa conviene a repararli*"[1] riprende questo tipo di configurazione e il problema si risolve, basandosi sulla figura geometrica. Nel 1490 passa da Milano Francesco di Giorgio Martini, che incontra Leonardo da Vinci, Bramante e Giovanni Antonio Amadeo in occasione di una sua consulenza per l'erezione del tiburio del Duomo di Milano, commissionata da Ludovico il Moro e per la cattedrale di Pavia.

Nel suo *Trattato di Architettura civile e militare* (Tomo II, Atlante) Francesco di Giorgio Martini dà prova di una inventiva prodigiosa nel disegnare fortezze, torri di pianta poligonale convessa o non convessa.

Poche città fortificate secondo il modello di *Sforzinda* vennero edificate in senso stretto (conformazione a stella ecc.): fra queste la città di Palmanova. Più numerose furono le fortezze, come Castel Sant'Angelo a Roma, il Castello di Livorno, Palazzo Farnese a Caprarola, tutte del tardo Cinquecento.

Il pentagono nel *De divina proportione*

Pacioli descrive 13 proprietà della Divina Proporzione, che chiama effetti. Il numero degli effetti è volutamente limitato a 13 perché, avendo dato il nome "divina" alla proporzione, Luca ritiene giusto limitare il numero a quello dei dodici Apostoli più il Salvatore. Del resto queste 13 proprietà sono sufficienti a cogliere l'armonia che risiede nei corpi regolari e in quelli derivati da essi.

Notiamo che Pacioli illustra le proprietà facendo intervenire conti algebrici, poiché per le dimostrazioni ci si può rivolgere al libro di Euclide. Il tredicesimo effetto consiste nella affermazione che senza la divina proporzione sarebbe impossibile costruire il pentagono regolare. Questo poligono ha un'importanza culturale assoluta perché senza pentagono sarebbe impossibile

[1] Un signore ordina a 8 contestabili di occupare una città che ha 8 porte. Per ogni porta deve entrare un sol contestabile il quale deve andare ad occupare una porta opposta a quella da cui entrò senza incontrarsi con quello che occuperà la sua porta di ingresso.

persino immaginare il solido più importante di tutti cioè quel dodecaedro la cui forma venne attribuita da Platone alla Quinta Essenza cioè al Cielo.

Questa affermazione di Pacioli prelude a una sua visione della costruzione del dodecaedro che non si trova nel libro di Euclide. Infatti in XIII.17 Euclide costruisce direttamente i pentagoni regolari nello spazio, senza servirsi della proposizione IV.11. La costruzione del pentagono regolare può essere fatta in diversi modi di cui i più noti sono quello di Tolomeo e quello di Euclide. Pacioli sceglie quest'ultimo (IV.11), che si basa sulla costruzione di un triangolo isoscele in cui gli angoli alla base hanno misura doppia dell'angolo al vertice.

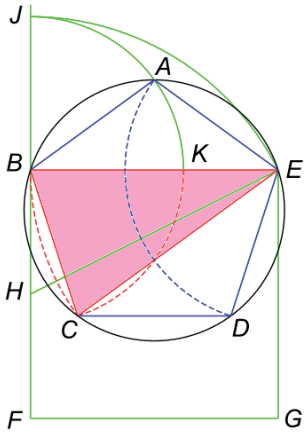


Fig. 1

La costruzione prevede innanzitutto di spezzare un segmento in base alla costruzione di Euclide II.11. Successivamente, viene utilizzato Euclide IV.10 per la costruzione di un triangolo isoscele 36°-72°-72°. Successivamente, quel triangolo si inserisce nel cerchio dato usando la costruzione Euclide IV.2. Infine, un paio di altri segmenti sono disegnati per finire il pentagono.

Pacioli osserva che in Euclide non si dice che il segmento è spezzato secondo la divina proporzione, perché Euclide nel libro II non ha ancora parlato delle proporzioni, ma afferma di dividerlo in due parti tali che il quadrato dell'una sia uguale al prodotto della rimanente per l'intero segmento. Tuttavia come si è visto, trattando il primo effetto, le due proprietà sono equivalenti.

Nel nono effetto, si afferma che le due diagonali che sottendono due angoli consecutivi di un pentagono regolare si dividono secondo la divina proporzione ed ognuna delle parti maggiori risulta uguale al lato del pentagono.

La dimostrazione di questa proprietà si trova in Euclide XIII.2. Questa proprietà suggerisce a Pacioli un modo di costruire il pentagono mediante uno gnomone.

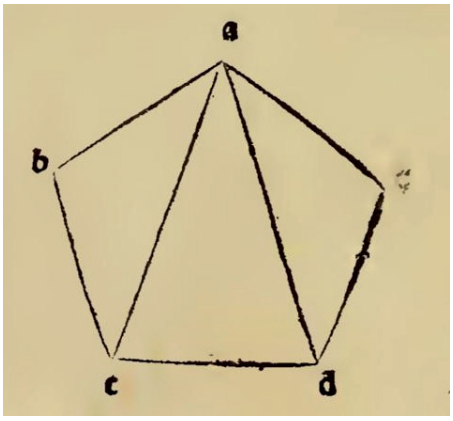


Fig. 2

Iterando la procedura su ogni vertice, si produce il pentagramma stellato, noto già ai Pitagorici.

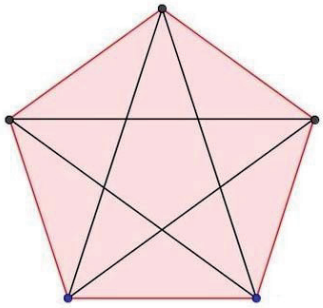


Fig. 3

La proprietà notevole di questa configurazione consiste nel fatto che le diagonali tracciano, intersecandosi, un nuovo pentagono regolare. Il processo può essere ripetuto all'infinito. Tra tutti i poligoni regolari, questa proprietà è relativa al solo pentagono.

Gli altri poligoni regolari

Negli *Elementi*, Euclide costruisce inizialmente alcuni poligoni regolari basandosi sulle caratteristiche del particolare poligono regolare; così nel Libro I descrive le costruzioni del triangolo equilatero e del quadrato. Nel libro IV costruisce il pentagono e l'esagono regolari. Applicando poi la proposizione 30 del Libro III, può raddoppiare il numero di lati di un poligono regolare, e quindi disegnare i poligoni regolari con 8, 10, 12, 16, 20, 24, ecc. Questa proposizione mostra come usare un poligono regolare di m lati e uno di n lati per costruire un poligono regolare di m $\times$ n lati, a condizione che m e n siano numeri primi. Quindi si può ottenere un poligono regolare di 15 lati, e da questo, ottenere poligoni regolari con 30, 60, 120 lati. Ne segue però che un poligono regolare di n lati può essere costruito se gli unici numeri primi che dividono n sono 2, 3 e 5, dove 2 può essere un fattore ripetuto, ma 3 e 5 non vengono ripetuti.

Ma i poligoni regolari con 7, 9, 11, 13, 17, 18, 19 lati? Euclide non dice nulla in proposito, ma gli antichi matematici greci si aspettavano che non potessero essere costruiti solo con gli strumenti euclidei di riga e compasso. Ad esempio, per quanto riguarda l'ettagono, il problema della costruzione con riga e compasso è legato a quello della trisezione dell'angolo. Giustamente Tartaglia si lamenta che in una disfida con Lodovico Ferrari, questi gli avesse proposto di risolvere un problema che prevedeva la costruzione del lato di un ettagono (TARTAGLIA, 1556, Libro I, p.16-17).

Solo nel 1796, Carl Friedrich Gauss riuscì a costruire il poligono regolare di 17 lati, legando la costruzione alla soluzione nel campo complesso dell'equazione algebrica $z^{17} = 1$. Trovare tali soluzioni significa infatti calcolare il valore numerico del coseno della 17-sima parte dell'angolo giro e costruire l'eptadecagono regolare consiste nel costruire geometricamente il numero trovato. Gauss riuscì inoltre a dimostrare che se n è un numero primo di Fermat[2], allora il poligono regolare di n lati è costruibile con riga e compasso. Più in generale Gauss dimostrò che il poligono regolare di n lati è costruibile con riga e compasso se la decomposizione in fattori di n è del tipo $n = 2^k p_1 p_2 p_3 \ldots p_s$ con $p_1, p_2, \ldots, p_s$ primi di Fermat distinti. Che la condizione fosse anche necessaria fu provato soltanto nel 1836 da Pierre-Laurent Wenzel.

I poligoni nel *De viribus quantitatis*

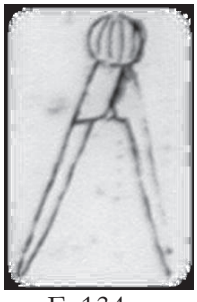
Durante la sua attività di insegnamento, in tutte le città in cui si trova di volta in volta, Pacioli scrive libri ispirati alle sue esperienze didattiche, tra cui il

[2] I numeri di Fermat F_n (dove n è un numero naturale) sono dati dalla formula $F_n = 2^{2^n}+1$. Attualmente si è dimostrato che i numeri ottenuti per n=0, 1, 2, 3, 4 sono primi.

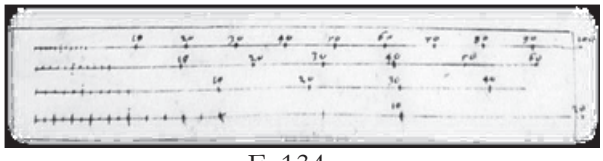
De viribus quantitatis nel 1496 (CAVAZZONI, 2010). Quest'opera è divisa in tre parti: 1) delle forze numerali cioè de Arithmetica, 2) della virtù et forza lineare et geometria, 3) de documenti morali utilissimi.

La seconda parte inizia anche con una piccola introduzione. Pacioli ricorda al lettore come possa creare infiniti giochi e problemi prendendo come base il suo lavoro, utilizzando la potenza dei numeri, e così dovrebbe essere ugualmente utilizzata la geometria del suo trattato. Pacioli parla delle principali fonti del suo lavoro e dei concetti che vi presuppone. Per i concetti fondamentali, Pacioli dà come riferimento gli *Elementi* di Euclide da lui stesso tradotti (che cita come *Magnum Opus*), cui aggiungere il *De divina proportione*. Euclide gioca un ruolo centrale anche in questa parte del trattato, infatti, soprattutto nella metà iniziale, sono riprodotte diverse costruzioni tratte dagli *Elementi*.

Dopo l'introduzione, Pacioli prosegue suddividendo il materiale in sezioni che chiama Documenti. Nel primo e secondo capitolo si occupa degli strumenti necessari per la costruzione pratica di qualsiasi figura piana, che affronterà nei successivi Documenti. Per eseguire le costruzioni che seguono, il pratico Geometra dovrebbe essere dotato di due strumenti fondamentali: la riga e il compasso. Pacioli li descrive e fornisce le istruzioni su come costruirli. Sottolinea l'importanza della precisione della riga che suggerisce di costruire in ottone o altro metallo, e della regolabilità del compasso allo scopo di ottenere la costruzione esatta. Gli strumenti sono raffigurati nel margine del manoscritto. Il compasso è chiamato *sexto*, perché con la stessa apertura si può disegnare un cerchio e dividerlo in sei parti uguali. Della riga dà anche una versione graduata con diverse scale (Pacioli consiglia da 3 a 6) di intervalli incisi uniformemente, disposti lungo linee rette parallele. Pacioli afferma che i suoi suggerimenti sono basati sull'esperienza e l'uso.



F. 134 r.



F. 134 v.

Fig. 4

Pacioli prosegue esponendo le modalità di costruzione di triangoli e quadrilateri; infine si giunge alla costruzione dei poligoni. Nel Documento 10 (F. 141 r.), mostra come si costruisce rapidamente un pentagono regolare.

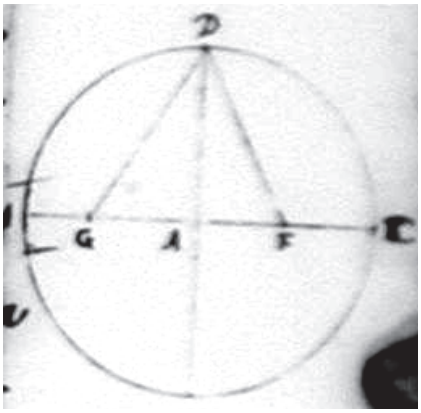


Fig. 5

Disegna un cerchio, centrato in A, grande come si desidera. Disegna i diametri ortogonali del cerchio BC e DE. Il punto intermedio di AC, F, funge da centro per la circonferenza con apertura FD. La circonferenza si intersecherà AC in G. GD è la lunghezza del lato del pentagono.

L'inscrizione del poligono in un cerchio viene lasciata al lettore.

Pacioli si riferisce a Euclide IV, 1 per il metodo scientifico di costruire il pentagono regolare e la sua spiegazione. Nel *De viribus quantitatis* favorisce il modo pratico; il lettore interessato a maggiori dettagli può consultare il suo *Magnum Opus*. Per quanto riguarda l'accuratezza del disegno del pentagono, suggerisce di utilizzare la proprietà

Se tre angoli di un pentagono avente lati uguali, presi in qualunque ordine, sono uguali, allora il pentagono è regolare. (Elementi XIII, 7)

Nei Documenti 11, 12, 13 Pacioli esalta le proprietà del pentagono:

- Documento 11: le diagonali si intersecano l'un l'altra secondo la sezione aurea (Elementi II, 11)
- Documento 12: il quadrato del lato del pentagono è uguale alla somma dei quadrati dei lati dell'esagono e del decagono. (Elementi XIII, 10)
- Documento 13: se il diametro del cerchio circoscritto è razionale, allora il lato del pentagono è irrazionale. (Elementi XIII, 11)

Nei successivi Documenti 14-20, Pacioli descrive le proprietà dell'esagono e del decagono. In particolare, nel 19, afferma che la sezione aurea del lato dell'esagono regolare è uguale al lato del decagono regolare inscritto nel medesimo cerchio. Nel 20, Pacioli dice che il lato dell'esagono regolare, il lato

del pentagono regolare inscritto nel medesimo cerchio e la sua diagonale (che è uguale al lato del decagono regolare) costituiscono una terna pitagorica.

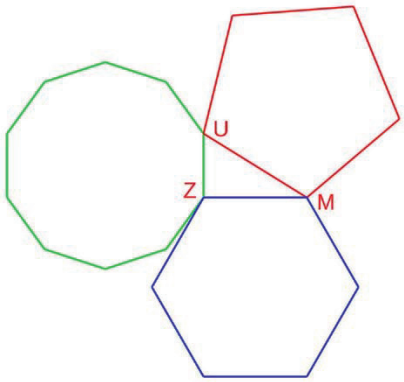


Fig. 6

Fin qui Pacioli ha sempre seguito l'impiego della riga e del compasso prescritti dai postulati di Euclide, ma ora decide di dedicarsi a disegnare figure poligonali con metodi alternativi.

Documento 21: disegno dell'ettagono.

Pacioli sottolinea la difficoltà di descrivere figure di poligoni non regolari inscritte, maggiori del pentagono. Poi dà due modi alternativi per trovare il lato di un ettagono inscritto in un cerchio, che si basano entrambi sull'esagono regolare inscritto. Il primo utilizza l'esagono regolare inscritto e il secondo il triangolo equilatero inscritto.

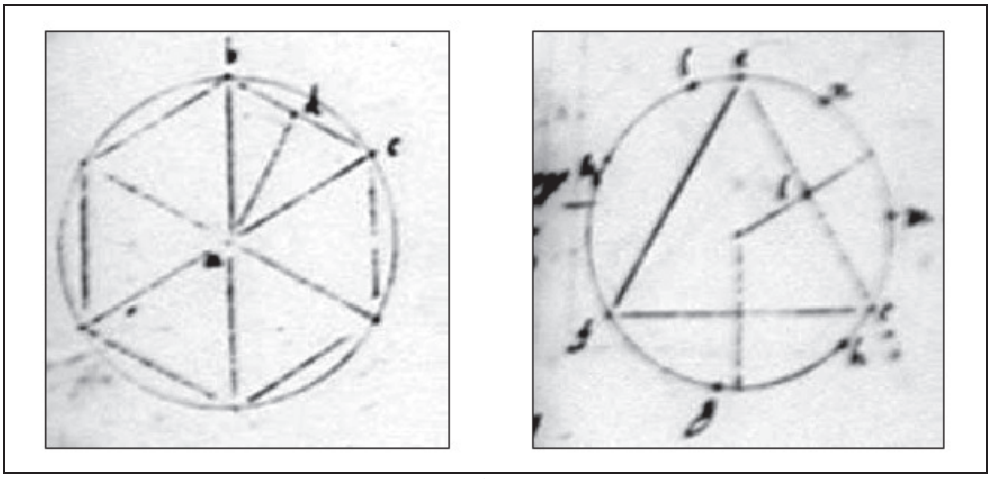


Fig. 7

Nel primo caso, il lato dell'ettagono è approssimato dal segmento perpendicolare al lato dell'esagono, spiccato dal centro del cerchio. Nel secondo caso, si può usare la metà del lato del triangolo. Per costruire la figura, Pacioli deve usare una riga graduata o un compasso ad apertura fissa. In entrambi i casi ottiene un segmento di misura (essendo R il raggio del cerchio circoscritto) e un angolo al centro che misura circa 51.32 gradi. Poiché l'angolo al centro corrispondente ad un ettagono regolare misura circa 51.43 gradi, entrambi i metodi forniscono un'approssimazione per difetto della misura corretta del lato dell'ettagono regolare. Questa costruzione ha una lunga storia e sembra sia dovuta ad Erone di Alessandria (PLEMELJ, 1920).

Nei Documenti 22, 24, 27 Pacioli mostra la costruzione esatta con riga e compasso dell'ottagono, decagono e pentadecagono regolari.

Si osserva che Pacioli fornisce la costruzione con il compasso dell'ottagono e del decagono, usando il metodo generale per raddoppiare i lati di un poligono regolare inscritto. Precedentemente aveva fornito il metodo di costruire l'ottagono troncando un quadrato.

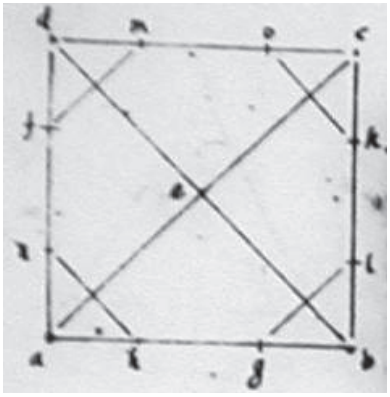


Fig. 8

Nel Documento 27, Pacioli fa uso del procedimento di Euclide (*Elementi* IV, 16), anche se suggerisce di assumere come lato 1/3 del diametro del cerchio circoscritto.

Nei Documenti 23, 25, 26, 28 fornisce la costruzione approssimata rispettivamente dei poligoni regolari di 9, 11, 13, 17 lati. In ciascun caso fornisce una regola pratica, sottolineando la difficoltà della costruzione.

Il pentagono di Leonardo

Leonardo da Vinci pensò di cimentarsi con una costruzione alternativa del pentagono regolare, così come aveva tentato la quadratura del cerchio che

pensava comunque di aver risolto per via approssimata. Seguì l'idea di usare un compasso ad apertura fissa. Nel codice B, foglio 13 verso appare la seguente figura:

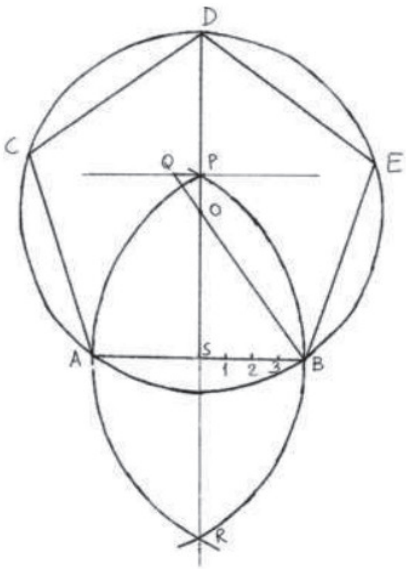


Fig. 9

Nel manoscritto A, foglio 13 verso e 17 verso, si trovano altre due costruzioni:

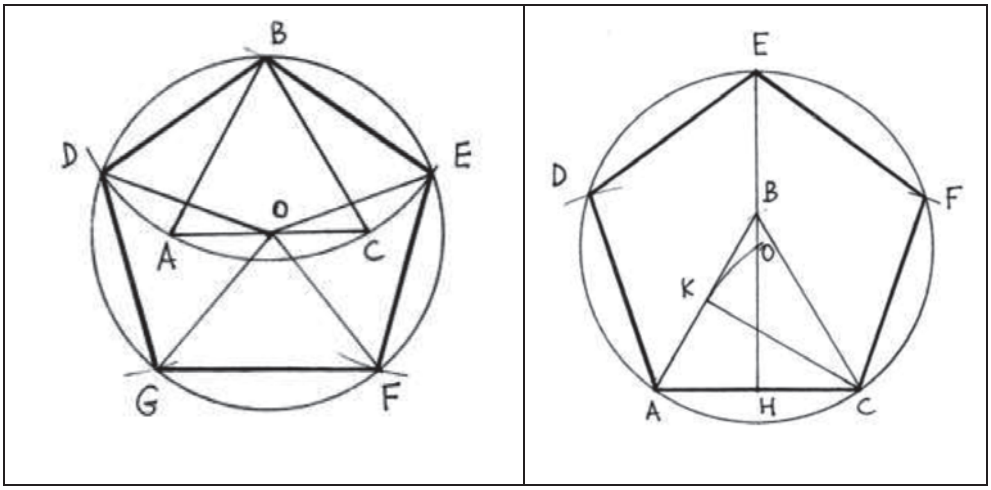


Fig. 10

Tutte e tre le costruzioni forniscono un pentagono non regolare. Delle tre la prima presenta un errore nella lunghezza dei lati CD e DE dell'ordine dell'1%. Le costruzioni avrebbero dovuto apparire in un trattato progettato da Leonardo, che avrebbe avuto titolo *De Ludo Geometrico*.

Il pentagono di Dürer

Negli ultimi anni della sua vita, Albrecht Dürer pubblicò un libro di geometria con l'intento di guidare i giovani artigiani ed artisti fornendo strumenti teorici e pratici utili per l'esecuzione delle loro opere. Lo scopo del trattato era dunque analogo a quello di Luca Pacioli che Dürer aveva incontrato a Venezia nel suo secondo viaggio in Italia. Dürer era rimasto molto colpito dalla cultura e dall'arte Rinascimentale e riteneva che gli artisti ed artigiani tedeschi fossero inferiori a quelli italiani, non nella capacità pratica e nell'immaginazione, ma nella conoscenza teorica. Riteneva infatti che la geometria fosse il corretto fondamento della pittura, essendo tuttavia consapevole del rispetto dovuto alla sensibilità e all'opinione degli artisti. Nel 1525, Dürer pubblicò i *Quattro Libri della Misura con la Riga e il Compasso*, mentre nel 1528, dopo la sua morte, furono pubblicati i *Quattro Libri delle Proporzioni dell'Uomo*. Scritti in volgare, le opere erano dirette a incisori, pittori, orafi, scultori, muratori.

Nel *Secondo Libro della Misura con la Riga e il Compasso*, Dürer affronta la costruzione dei poligoni regolari. Nel libro si occupa anche della costruzione approssimata dei poligoni di 7, 11, 13 lati. Interessante è il disegno in cui riassume il metodo per costruire i lati dei poligoni regolari di 5, 6, 10 lati e il lato approssimato del poligono di 7 lati.

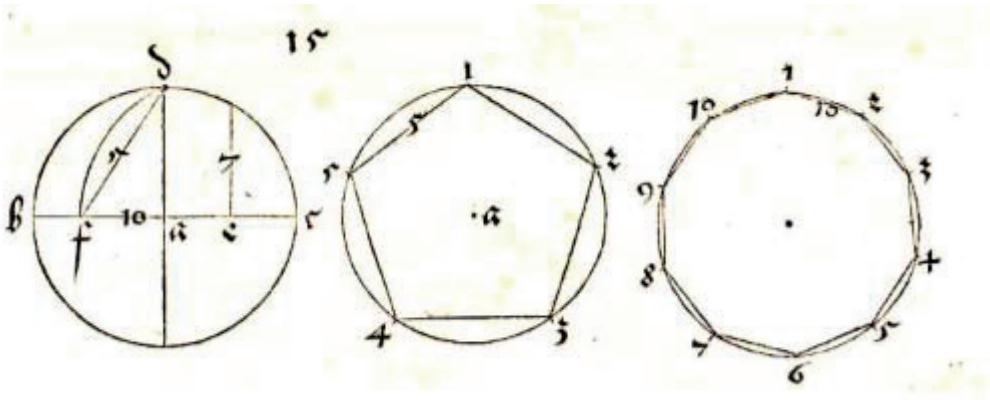


Fig. 11

La costruzione dei lati dei poligoni regolari di 5,6, 10 lati si basa sulle seguenti proprietà: il lato dell'esagono è uguale al raggio, il lato del decagono è la sezione aurea del raggio e il lato del pentagono forma con gli altri due un triangolo rettangolo. Il lato dell'ettagono è approssimato secondo la costruzione di Erone.

Dürer fornisce anche una costruzione approssimata del pentagono regolare.

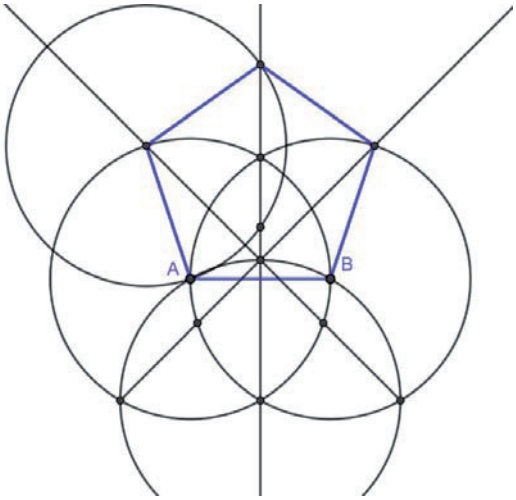


Fig. 12

Con la sua costruzione, che probabilmente si rifà a quella di Pappo di Alessandria, ottiene un pentagono equilatero ma non equiangolo (CATALDI, 1620). La dimostrazione si basa sulla trigonometria e la legge dei seni.

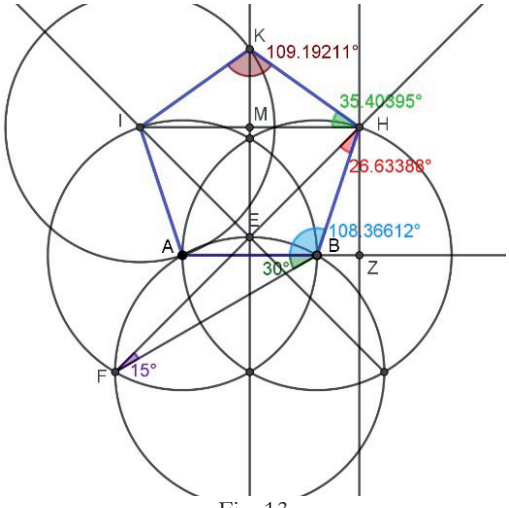


Fig. 13

Conclusione

Le autrici del presente articolo sono da tempo impegnate in attività del laboratorio FDS che riguardano la progettazione ed esecuzione di progetti interdisciplinari dedicati a studenti e docenti. Lo scopo dei progetti è quello di promuovere l'interesse per la matematica, proponendo esperienze che suscitino emozione e desiderio di approfondimento. Molti di questi progetti vedono l'interazione tra pensiero matematico e sensibilità artistica.

Noi riteniamo infatti che, dopo una lunga pausa in cui nell'immaginario comune la Scienza e le Arti erano vissute come due Culture distinte, cui aderivano spiriti creativi e pubblici separati, si sia giunti finalmente alle soglie di un nuovo Umanesimo. Luca Pacioli, insieme agli artisti suoi contemporanei, può dare testimonianza di uno scambio di punti di vista che arricchisce e feconda l'unica Cultura.

Bibliografia

[1] CALZOLANI, SERGIO, *Il De Ludo Geometrico di Leonardo da Vinci*, 2017, www.geometriapratica.it/allegatipdf/de-ludo-geometrico-Leonardo

[2] CATALDI, PIETRO ANTONIO, *Trattato Geometrico*, 1620, https://archive.org/details/hin-wel-all-00000167-001/page/n14

[3] CIOCCI, ARGANTE, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Cacucci, Bari, 2003

[4] CIOCCI, ARGANTE, *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, edizioni Aboca, Sansepolcro, 2009

[5] CONTIN, DUILIO e altri, *Antologia della Divina proportione di Luca Pacioli*, edizioni Aboca, Sansepolcro, 2010

[6] GHIONE, FRANCO, *La Divina Proporzione di fra Luca Pacioli*, LMM dell'Università di Tor Vergata, Roma, CD, 1998

[7] GIUSTI, ENRICO, MACCAGNI, CARLO, *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Giunti, Milano, 1994

[8] GLEASON, ANDREW M., *Angle Trisection, the Heptagon, and the Triskaidegagon*, M., *Angle Trisection, the Heptagon, and the Triskaidegagon*, "The American Mathematical Montly", Volume 95, Issue 3, pp. 185-194,

[9] HIRTH, TIAGO WOLFRAM NUNES DO SANTOS, *Luca Pacioli and his 1500 Book De viribus quantitatis*, Dissertazione di laurea in Storia e Filosofia della Scienza, Università di Lisbona, 2015. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/18435

[10] HUGUES, GORDON H., *The Polygons of Albrecht Dürer. 1525*, https://www.researchgate.net/publication/224872320_The_Polygons_of_Albrecht_Durer_-1525, 2012
[11] MAGNAGHI-DELFINO, PAOLA - NORANDO, TULLIA, Le Geometrie ricostruite delle lettere capitali di Luca Pacioli, *Luca Pacioli a Milano*, University Books, Umbertide, 2014, pp. 143-168
[12] MAGNAGHI-DELFINO, PAOLA - NORANDO, TULLIA, *Luca Pacioli's Alphabeto Dignissimo Antiquo a geometrical reconstruction*, "Aplimat - Journal of Applied Mathematics and Engineering", Bratislava, 2015, pp. 555-576, 2015
[13] MAGNAGHI-DELFINO, PAOLA - NORANDO, TULLIA, Luca Pacioli: letters from Venice, *Imagine Math 6*, Springer Germania, 2018, pp.100-108
[14] MAGNAGHI-DELFINO, PAOLA - NORANDO, TULLIA, Matematica ed Arte nella prolusione di Luca Pacioli, *V International Conference Pacioli* University Books, Umbertide, 2018, pp.241-253
[15] MARTINI DI GIORGIO, FRANCESCO, *Trattato di Architettura Civile e Militare*, Tipografia Chirio e Mina, Torino, 1840 http://dlib.biblhertz.it/ia/pdf/Gh-FRA4851-4410-2.pdf
[16] MASOTTI BIGGIOGERO, GIUSEPPINA, *Luca Pacioli e la sua divina proportione*, "Rend. Ist. Lomb. Scienze e Lettere", 1960, sett. A 94, pp. 3-30
[17] PACIOLI, LUCA, *De divina proportione*, Ed. Scriptorium Sassoni, Mantova, Riproduzione anastatica, 1998
[18] PACIOLI, LUCA, *De viribus quantitatis*, Edizioni Aboca, Sansepolcro, Riproduzione anastatica, 2009
[19] PANOFSKY, ERWIN, *Meaning in the Visual Arts. Papers in and on Art History*, New York, 1955, cap. 2
[20] PLEMELJ, JOSIP, *Die Siebenteilung Des Kreises*, "Monatshefte fur Math. und Phis", Wien, 1920, 23, pp. 309-311
[21] SALVI, PAOLA, *Approfondimenti sull'Uomo Vitruviano di Leonardo da Vinci*, CB Edizioni, Poggio a Caiano (PO), 2012
[22] TARTAGLIA, NICCOLÒ, *General trattato de' numeri et misure*, Libro XIV, Venezia 1556
[23] TROPFKE, JOHANNES, *Geschichte der Elementar-Mathematik*, Band IV, de Gruyter, Berlin, 1940
[24] ULIVI, ELISABETTA, *Luca Pacioli una biografia scientifica,* in *Luca Pacioli e la Matematica del Rinascimento*, a cura di E. Giusti e C. Maccagni, Giunti, Firenze, 1994, pp. 21-78.

ARGANTE CIOCCI

Luca Pacioli, Leonardo da Vinci e il disegno dei poliedri

Introduzione

Il *Compendium de divina proportione* di Luca Pacioli è un'opera che si rivolge a "tutti gl'ingegni perspicaci e curiosi", interessati alla filosofia, alla pittura, scultura, architettura, musica e alle altre discipline matematiche. Essa, infatti, oltre a risultare "utilissima" nelle applicazioni pratiche, presenta "varie questione de secretissima scientia" che invitano l'intelletto a percorrere i sentieri nascosti di una "suavissima, sottile e admirabile dottrina", che è quella dei 13 "mirabili effetti" della "proportione havente el mezzo e doi extremi".

Dell'opera furono compilate tre copie manoscritte: la prima, dedicata al Duca di Milano Ludovico il Moro, è conservata presso la Bibliothèque Publique et Universitaire di Ginevra (ms. Langues Etrangères n. 210); la seconda, donata da Pacioli a Giangaleazzo Sanseverino, è custodita presso la Biblioteca Ambrosiana di Milano (inv. S.P.6 ex Cod. F 170 sup.); la terza, offerta a Pietro Soderini, è andata perduta. Nel 1509 il *Compendium de divina proportione* fu stampato a Venezia, per i tipi di Paganino de' Paganini, come prima parte della *Divina proportione*[1].

Il *Compendium* del 1498 può essere diviso in quattro sezioni, abbastanza distinte per il contenuto, lo stile matematico e per i disegni geometrici che accompagnano il testo. Nella prima, di contenuto filosofico e teologico, dopo aver celebrato l'utilità, la certezza e la necessità delle matematiche per tutte le arti e le scienze (cap. 2), Pacioli propone di inserire la prospettiva tra le discipline matematiche in virtù dell'uso che in essa si fa delle proporzioni (cap. 3). Ad un capitolo propedeutico in cui Luca dal Borgo appronta un dizionario essenziale dei termini matematici più ricorrenti (cap. 4) segue poi un discorso a metà strada tra matematica e metafisica inerente alla "divina proportione" e alle ragioni che legittimano l'uso dell'aggettivo *divina* (cap. 5-7).

Nella seconda parte frate Luca volgarizza, mediante un linguaggio aritmetico ed algebrico, il libro XIII degli *Elementi* di Euclide, attribuendo prima 13 "mirabili effetti" alle proposizioni euclidee concernenti la divina proporzione (cap. 8-23), e mostrando poi come queste proprietà concorrano nella genesi dei 5 corpi regolari a partire dal diametro della sfera che li contiene (cap. 24-31). Questa seconda parte, nella quale il testo di Euclide viene aritmetizzato e colorato di tinte metafisiche, si conclude con un compendio dei libri spuri degli *Elementi,* il XIV e il XV, nei quali si mostrano le proporzioni tra

[1] PACIOLI 1509.

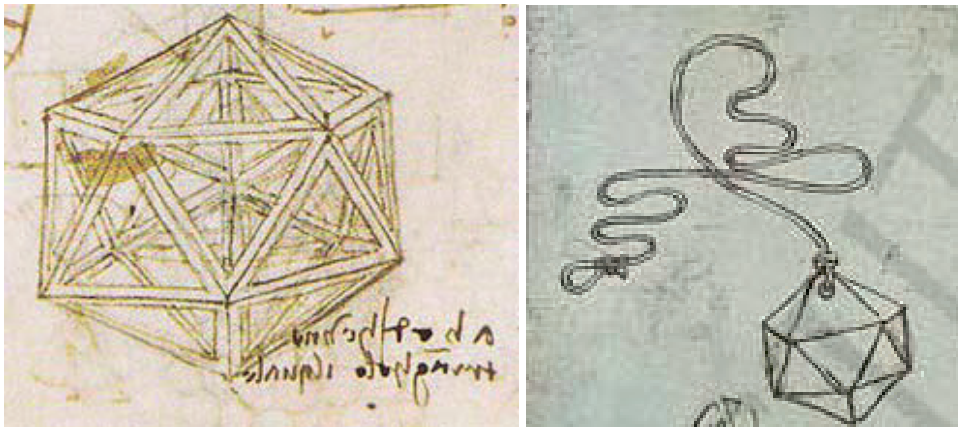
volumi e superfici dei poliedri regolari (cap. 32-33) e le loro reciproche inscrizioni (cap. 34-47). Dell'opera di Euclide vengono riportate soltanto poche dimostrazioni di teoremi, accompagnate comunque da disegni di geometria ricalcati sull'edizione del Campano.

Nella terza parte lo stile matematico cambia radicalmente (cap. 48-62). Pacioli si limita alla descrizione dei corpi "regulari e dependenti", indicando il numero degli spigoli e degli angoli solidi che concorrono a formare ciascun poliedro. La traccia degli *Elementi* di Euclide scompare del tutto e il significato del testo si evince soprattutto dalle 60 tavole che raffigurano i poliedri sia nella forma "solida" sia in quella "vacua". È questa la sezione in cui si trovano anche i solidi cosiddetti "archimedei" e i poliedri stellati derivanti dai cinque corpi regolari. In questa parte dell'opera le dimostrazioni geometriche lasciano spazio alle considerazioni filosofiche e cosmologiche derivanti dal *Timeo* di Platone e ai metodi empirici che consentono ad uno scalpellino di ricavare i poliedri da sfere di pietra.

La quarta parte del *Compendium de divina proportione* ha in comune con la terza il registro grafico (cap. 63-69). Le tavole relative ai "corpi oblonghi", cioè a piramidi, coni e parallelepipedi, si collocano, infatti, sulla scia di quelle riguardanti i poliedri. Ciò nondimeno Pacioli adotta per questi capitoli uno stile abachistico anziché euclideo e pertanto fornisce sempre per ogni tipo di solido la regola pratica per calcolare la superficie e il volume, esemplificandola talvolta con un caso numerico.

L'opera, pertanto, si presenta come un coacervo di tradizioni e stili matematici diversi. Il libro, secondo il suo autore, è degno di "non minore admiratione" per il fatto che contiene la trattazione dei cinque corpi regolari, le cui "forme ali viventi fin hora ascoste", acquistano per la prima volta una loro "visibile" configurazione spaziale proprio nelle tavole disegnate da Leonardo.

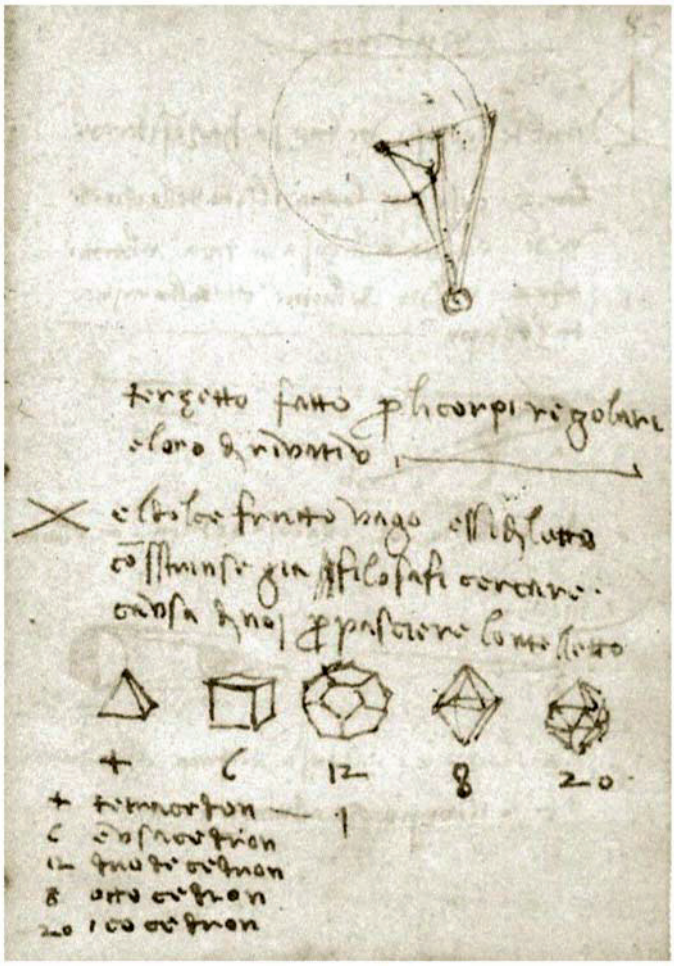
Il vinciano, che nel dipingere appariva agli occhi di Pacioli come il "principe oggi fra' mortali", era sicuramente nel campo della visualizzazione dei poliedri il degno erede di Piero della Francesca, il "monarca" della pittura, come lo aveva definito frate Luca nella *Summa*. Leonardo, infatti, realizzò tavole dei poliedri tali "ch'in prospectivo disegno - come notò lo stesso autore della *Divina proportione* - non è possibile al mondo farle meglio".



Leonardo: a sinistra Icosaedro vacuo (*Codice Atlantico*, f. 518r); a destra icosaedro appeso ad un laccio, come nelle tavole del manoscritto della *Divina proportione* di Pacioli (*Codice Atlantico*, f. 930r)

Dei lavori preparatori che Leonardo eseguì per realizzare le tavole della *Divina proportione* si conservano tracce in diversi taccuini del vinciano. E che quei disegni dei poliedri siano stati eseguiti proprio per l'opera di Pacioli è testimoniato in modo inequivocabile soprattutto dal foglio 80v del manoscritto M, che, oltre a uno schizzo dei cinque poliedri platonici, riporta la terzina che apre l'opera di Pacioli.

El dolce frutto vago essì diletto
costrinse già i filosafi cercare
causa de noi per pascere lo intellecto



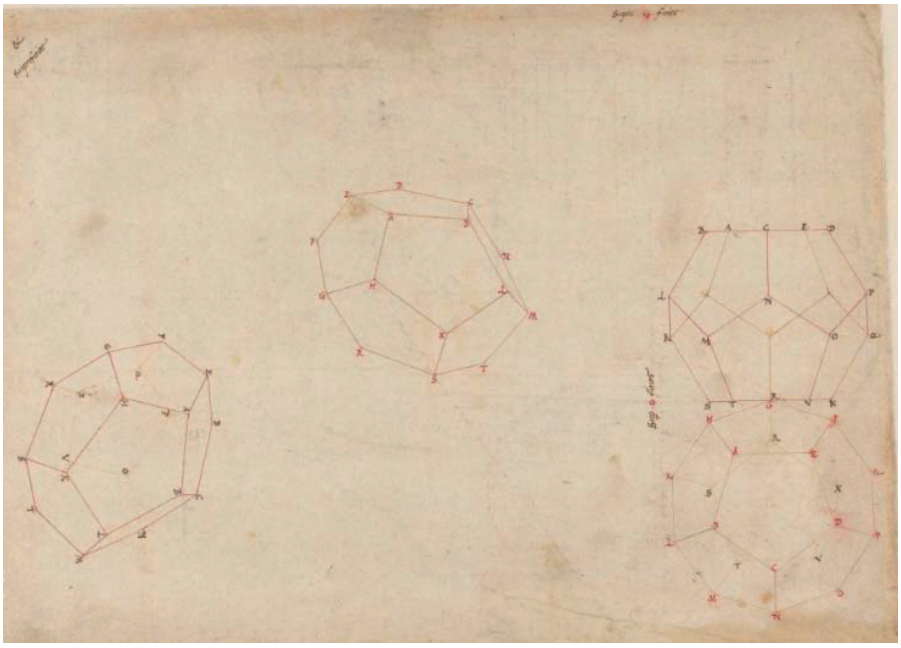
Leonardo, Manoscritto M dell'Institut de France (Parigi), f. 80v

1. Il disegno dei poliedri nel Compendium de divina proportione

Il rapporto che lega il matematico di Sansepolcro e l'artista vinciano costituisce senza dubbio uno dei casi di studio più illuminanti per la comprensione del nesso fra dotti e tecnici che si venne ad instaurare durante il Rinascimento[2]. Il frate matematico, autore della *Summa*, e l'artista universale simbolo del Rinascimento costituiscono del resto una coppia culturalmente complementare.

[2] Sul rapporto fra l'ambiente culturale dei dotti e lo strato culturale intermedio dei tecnici e degli artisti cfr. CIOCCI 2009, parte I, pp. 19-91.

Leonardo cerca nel matematico i fondamenti della geometria euclidea e un necessario ausilio didattico per l'accesso linguistico alla matematica classica, visto che per l'"omo sanza lettere" l'ostacolo del latino era pressoché insormontabile. Luca Pacioli, da parte sua, vede nella "ineffabile sinistra mano" di Leonardo la migliore soluzione al problema di rappresentare i poliedri regolari e "dipendenti" nelle 60 tavole che costituiscono il necessario corredo visuale alla sua *Divina proportione*; ma si può affermare che le tavole dei poliedri siano la trascrizione in prospettiva di elementi geometrici che il pittore andava gradualmente assimilando con l'aiuto di Pacioli? Oppure le tavole della *Divina proportione* sono il risultato dell'arte più che della scienza? In altri termini, occorrerebbe appurare se i disegni di Leonardo siano maturati in seguito allo studio della geometria euclidea trasposta prima nelle proiezioni ortogonali e poi in una prospettiva matematicamente esatta dei poliedri o se invece siano semplicemente il prodotto di una prospettiva empirica, realizzata con strumenti come il "velo" albertiano, probabilmente sulla base di modelli tridimensionali in legno costruiti prima da Pacioli[3].



Leonardo, Codice Atlantico, f 533 r. Proiezioni ortogonali di un dodecaedro.

[3] Nel *De pictura* Leon Battista Alberti introduce un procedimento meccanico per disegnare la disposizione degli oggetti nella "finestra" costituita dal piano ortogonale all'asse della piramide formata dai raggi visuali. Alberti parla di un "velo sottilissimo, tessuto raro, tinto di quale a te piace colore, distinto con fili più grossi in quanti a te piace paralleli; strumento quale io tra i miei amici soglio appellare intersegazione". ALBERTI 1980, 31, p. 54.

Un foglio del *Codice Atlantico* (533r) contiene una splendida costruzione della pianta e del prospetto di un dodecaedro. Accanto a queste proiezioni ortogonali compaiono due dodecaedri che appaiono schiacciati e costruiti in modo tale da sembrare quasi un'anamorfosi. È lecito ipotizzare, sulla base di questo solo foglio, che Leonardo abbia costruito proiezioni ortogonali e prospettiva per tutte le tavole della *Divina proportione*? La risposta al quesito mi pare che debba essere negativa.

Se si confronta il testo di Pacioli con le 60 tavole che chiudono la *Divina proportione* si nota subito che c'è una differenza sostanziale tra la costruzione dei solidi indicata nel testo e la realizzazione delle "supreme et legiadrissime figure de tutti li platonici et mathematici regulari et dependenti". Pacioli, infatti, per illustrare la seconda parte del *Compendium* (capp. 8-47) segue le procedure grafiche riscontrabili nell'edizione a stampa dell'*Euclide* di Ratdolt del 1482[4] e finalizzate alla dimostrazione matematica.

Le figure dei solidi della terza parte dell'opera (capp. 48-62)[5], si presentano invece in una configurazione spaziale prospettica che accentua le tre dimensioni dei corpi regolari al fine di visualizzarli come oggetti materiali. L'aggiunta del colore contribuisce a rendere concreta la realtà dei poliedri e pertanto a ragione Pacioli si vanta di presentare agli occhi di Ludovico il Moro "forme ali viventi fin hora ascoste"[6].

---

[4] Cfr. FIELD 1996-1997. In particolare cfr. l'appendice, *Drawing polyhedra,* pp. 277-289.

[5] L. Pacioli, *De viribus quantitatis,* ms. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna, fol. 237r. Quali sono le tavole autografe di Leonardo? Del *Compendium de divina proportione* restano due delle tre copie originali; quella dedicata a Ludovico il Moro e conservata a Ginevra (Ms, Langues Etrangères n°.210, Ginevra, Bibliothèque Publique et Universitaire); e quella offerta a Galeazzo Sanseverino, conservata a Milano (inv. S.P. 6 ex Cod. F 170 sup. della Biblioteca Ambrosiana; riprodotta in facsimile a cura di MARINONI 1982,). Secondo Marisa Dalai Emiliani "l'autografia vinciana delle tavole che illustrano i manoscritti ambrosiano e ginevrino del *De divina proportione* sembra doversi escludere per la testimonianza dello stesso Pacioli, che asseriva di conservare presso di sé i disegni originali di Leonardo: "Leonardo fece di sua mano li corpi mathematici, quali ancora presso di noi tenemo" (*De viribus quantitatis*, ms. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna, c. 106r)". Cfr. DALAI EMILIANI 1987, p. 101. Sul problema dell'autografia delle tavole contenute nei due codici della *Divina proportione* si era soffermato De Toni, che aveva riscontrato nel Codice Atlantico (fol 263r) tre disegni di Leonardo corrispondenti alle tavole contenute nel codice ambrosiano. De Toni rilevava anche corrispondenze testuali tra i taccuini di Leonardo e l'opera di Pacioli. Cfr. DE TONI 1911, pp. 52- 79; DE TONI, 1905-1906, pp. 1145-1148. Per il punto della questione, e per un bilancio della collazione fra i due codici manoscritti superstiti, ginevrino e ambrosiano, cfr. DALAI EMILIANI 1984, pp. 7-16; MARANI 2016, pp. 69-84.

[6] In realtà qui Pacioli sta tacendo il nome del vero "riscopritore" del genere dei poliedri che è Piero della Francesca. Sia nel *Trattato d'abaco,* sia nel successivo *Libellus de quinque corporibus regularibus* le forme dei poliedri platonici avevano acquistato una loro visualizzazione

L'idea peculiare e qualificante della visualizzazione di Leonardo è quella di rappresentare non astratte entità concettuali ma corpi solidi, dotati di concretezza volumetrica oppure realizzati mediante una semplice struttura-telaio, come certamente lo erano i modelli lignei che il vinciano aveva di fronte. Nelle tavole della *Divina proportione* i solidi geometrici dal mondo delle idee di Platone sembrano scesi nella bottega di un falegname e, infatti, il loro peso è sorretto da cordoncini che, anziché al soffitto, sono legati alle cartelle ansate in cui si leggono i nomi latini dei poliedri[7].

2. Francesco dal Borgo, Piero della Francesca e il disegno dei poliedri regolari

La scelta grafica di Leonardo, in questo senso, è molto diversa da quella di Piero della Francesca. Nel *Libellus de quinque corporibus regularibus* il pittore di Sansepolcro rinuncia a tutti gli artifici pittorici della rappresentazione tridimensionale e disegna corpi geometrici astratti, inscritti in sfere nitidamente delineate. Non utilizza la prospettiva né conferisce materialità ai poliedri mediante il colore o il chiaroscuro. I solidi non presentano spigoli scorciati e i vertici degli sferoidi sono generalmente costretti ad essere tangenti alla sfera nella quale sono inscritti. I poliedri regolari e semiregolari di Piero sono oggetti geometrici realizzati con procedimenti grafici che prediligono il "desegno in propia forma". I diagrammi del *Libellus*, pertanto, o sono in quella che oggi chiamiamo assonometria cavaliera o più spesso in proiezioni ortogonali. È quest'ultimo metodo in particolare a garantire la "propia forma" dell'oggetto geometrico e quindi ad assicurare la completa aderenza del disegno al testo matematico, senza alterare la figura e le proporzioni[8].

tridimensionale. La stessa *Summa* conteneva incisioni, per quanto grossolane dei corpi regolari, tratte dal *Trattato d'abaco* di Piero. Marisa Dalai Emiliani a proposito di queste incisioni xilografiche della *Summa* afferma: "Ma nessuno, mi pare, finora ha rilevato che del tutto svincolate dall'esempio di Piero sono le sgraziate figure che vi illustrano alcuni dei poliedri regolari, la cui immagine viene divulgata così per la prima volta attraverso un testo a stampa della nascente industria editoriale: si tratta di "un cubo o vogliam dire dado" (f. 44v), una piramide (f. 69r), e a foglio 70 r, del "corpo de dodici base pentagonali equilatero", cioè del dodecaedro. La rozzezza dell'esecuzione, da imputare almeno in parte al silografo dell'editore, il bresciano Paganino de' Paganini, evidenzia tuttavia un dato nuovo: scorrette quanto si vuole, le figure hanno perduto ogni carattere di geometrica astrazione mentale per assumere, attraverso il tratteggio sulle facce in ombra, quello di corpi solidi, di modelli materiali, di oggetti concreti" (DALAI EMILIANI, 1991, p. 9).

[7] DALAI EMILIANI 1987, pp. 93-109, p. 101.

[8] Cfr. SORCI 2001, pp. 169-177.

Il testo del *Libellus* possiede uno stile matematico ibrido fra la matematica pratica dei trattati d'abaco e la geometria teorica degli *Elementi* di Euclide. Da una parte, infatti, si può rilevare come 88 dei 140 problemi del *Libellus* siano già presenti nel *Trattato d'abaco* dello stesso Piero[9]. Il taglio della trattazione quindi risulta sostanzialmente allineato con le caratteristiche delle scuole d'abaco: i problemi, perciò, vengono risolti per via aritmetica e algebrica anziché geometrica. Dall'altra parte, tuttavia, non può non balzare agli occhi la novità strutturale del *Libellus,* che, rispetto alla tradizione abachistica, tende ad avvicinarsi al canone euclideo. L'uso degli *Elementi* in questo libro non si limita ad una semplice applicazione pratica dei teoremi di geometria piana e solida ma testimonia una conoscenza raffinata del testo di Euclide[10].

Il *Libellus,* che nell'unico esemplare pervenutoci - il Codice Vaticano Urbinate Latino 632 - si presenta al lettore nella veste nobile della lingua dei dotti, mantiene comunque le caratteristiche genetiche dell'abachismo, e dell'uso dell'aritmetica nella soluzione di questioni geometriche[11]. E questo lo si può vedere anche nella funzione che hanno i 174 disegni all'interno dell'opera. Alcuni, secondo il modello euclideo, sono per così dire in "corrispondenza biunivoca" col testo, nel senso che illustrano la dimostrazione scritta e allo stesso tempo ne costituiscono la necessaria integrazione. Altri invece sono costruiti con finalità descrittiva in modo tale che la figura possa fornire una "persuasione esatta"; e in questo caso quindi il disegno risulta preminente sulla scrittura. Altri ancora, infine, sono elaborati secondo la modalità abachistica e pertanto sono indipendenti dal testo, che risulta pienamente comprensibile anche a prescindere dal disegno[12].

Per quanto concerne i problemi sui poliedri la scelta di Piero per il disegno in proiezioni ortogonali o in assonometria segna comunque una discontinuità netta con la tradizione iconografica degli *Elementi* di Euclide riscontrabile nei manoscritti medioevali che tramandano le versioni di Gherardo da Cremona o l'edizione di Campano da Novara. Nella riduzione della tridimensionalità dei solidi platonici alla bidimensionalità della pagina

[9] Un confronto dettagliato e puntuale dei due testi pierfrancescani è stato compiuto da GAMBA, MONTEBELLI 1996, pp. 253-268.

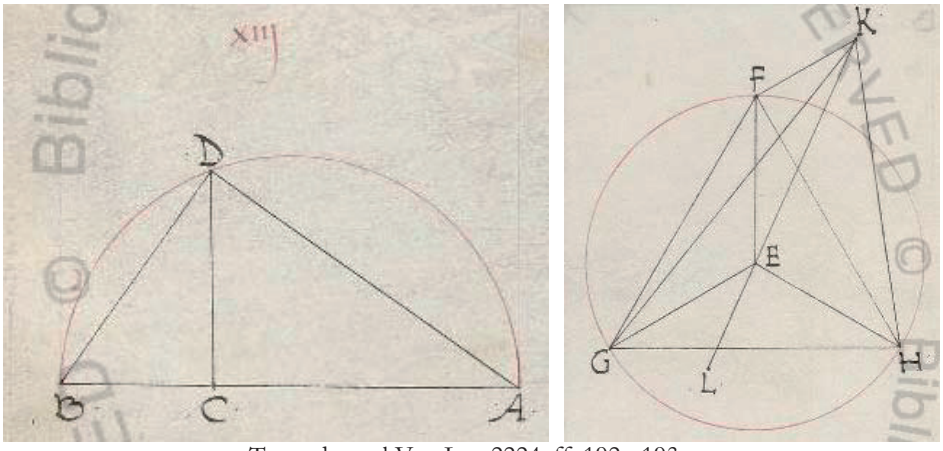
[10] "Pur dentro un contesto numerizzato - rilevano Enrico Gamba e Vico Montebelli - i teoremi figurano introdotti ed utilizzati da una persona che ne conosce bene le dimostrazioni, che ne apprezza la generalità, che ha presente la concatenazione logica dell'intero argomento" Ivi, p. 267.

[11] Piero, pertanto, può essere valutato più come abachista euclideo che come geometra euclideo contaminato dall'abachismo. PIERO DELLA FRANCESCA 1995, Introduzione, p. XX.

[12] Si noti a questo proposito la meritoria opera di studio filologico dei disegni realizzato nel secondo volume dell'edizione nazionale del *Libellus* sopra citata. Cfr., anche per le problematiche connesse a questo studio, DI TEODORO 1996, pp. 239-252.

manoscritta i copisti di Euclide tendono ad anteporre l'intelligibilità del testo alla raffigurazione dei poliedri e pertanto istituiscono una grammatica convenzionale della figura per cui l'occhio riconosce i segni, le linee e le superfici tracciate in margine della dimostrazione e l'intelletto invece segue il processo logico della deduzione e immagina la forma complessiva del solido, sulla base delle indicazioni contenute nel testo[13].

Un esempio emblematico di questa modalità di raffigurazione è costituito dai poliedri disegnati nel Vat. Lat. 2224. Questo lussuoso codice pergamenaceo fu esemplato nel 1457 da Michael Foresius su commissione di un parente di Piero, Francesco Cereo da Borgo Sansepolcro, e contiene l'edizione degli *Elementi* curata da Campano da Novara. Il committente è anche l'autore dei diagrammi geometrici e in questo caso segue pedissequamente la tradizione manoscritta che lo precede. Quando si imbatte nello spinoso problema di illustrare le proposizioni del XIII libro degli *Elementi*, che trattano dei poliedri regolari, Francesco Cereo non si preoccupa di raffigurarne la corporeità e persuadere l'occhio del lettore con effetti illusionistici prospettici, ma rispetta fedelmente la funzione del disegno di geometria; che è quella di accompagnare passo dopo passo lo svolgimento della dimostrazione di un teorema, mostrando gli uni accanto agli altri tutti i passaggi della sequenza dimostrativa di una proposizione. I disegni del Vat. Lat. 2224 inerenti ai poliedri regolari risultano, pertanto, piatti e privi di profondità.

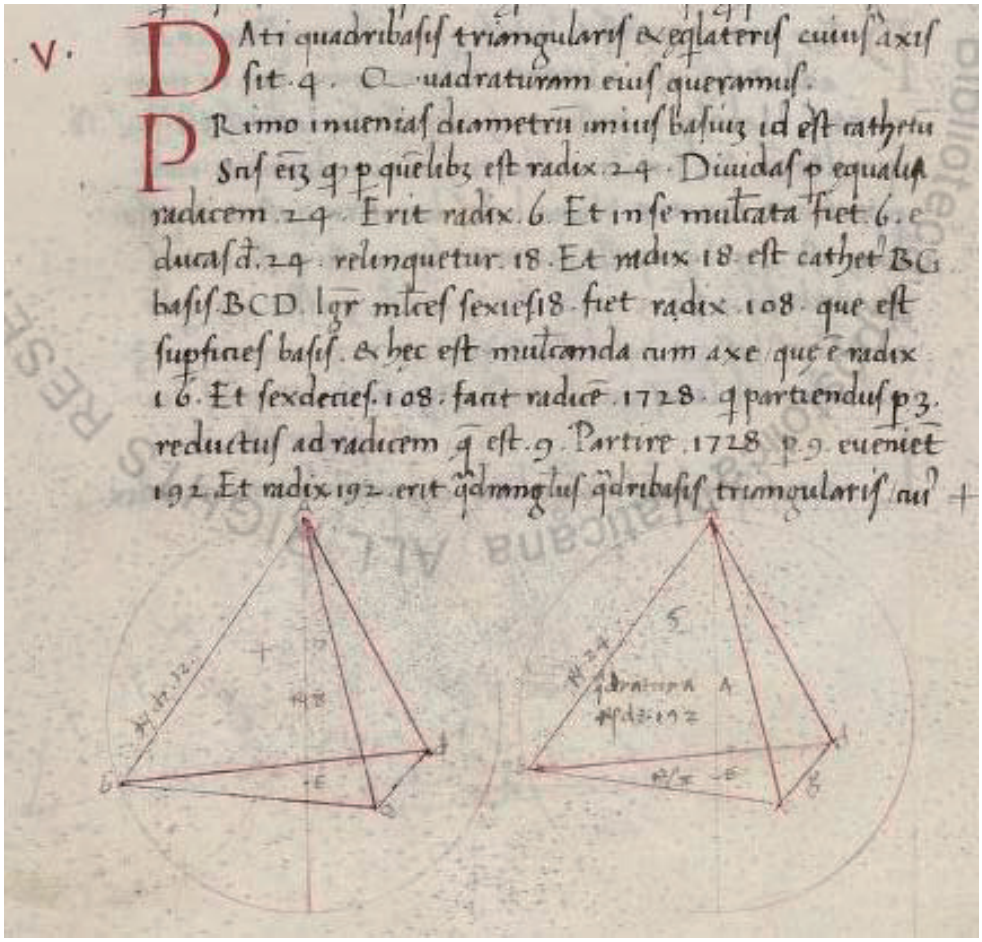


Tetraedro nel Vat. Lat. 2224, ff. 192v-193r.

Nel caso del tetraedro, le figure che illustrano la proposizione XIII. 13 degli *Elementi* sono due. La prima raffigura un semicerchio di diametro uguale

[13] SORCI 2001, pp. 145-162.

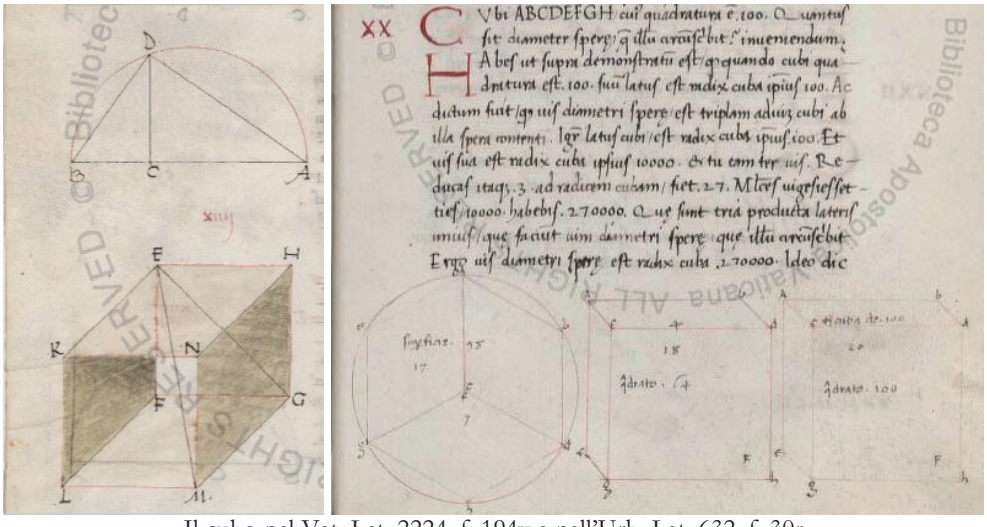
alla sfera nella quale inscrivere il solido di 4 basi triangolari equilatere. Il diametro viene ripartito in base alle proporzioni prefissate che presuppongono che il quadrato del lato del tetraedro sia uguale ai 2:3 del quadrato del diametro. La seconda figura, invece, seguendo pedissequamente il testo, iscrive un triangolo equilatero in un cerchio e poi cerca di delineare le altre tre facce laterali. Poiché la base triangolare è parallela al piano di proiezione, il disegno del poliedro risulta distorto in quanto gli spigoli elevati sulla base vengono ruotati di lato e ripiegati sulla pagina. La raffigurazione del tetraedro risulta poco convincente per l'occhio ma svolge perfettamente il compito che si prefigge: fornire all'intelletto uno strumento di costruzione della dimostrazione del teorema.



Tetraedro nell'Urb. Lat. 632, f.25v

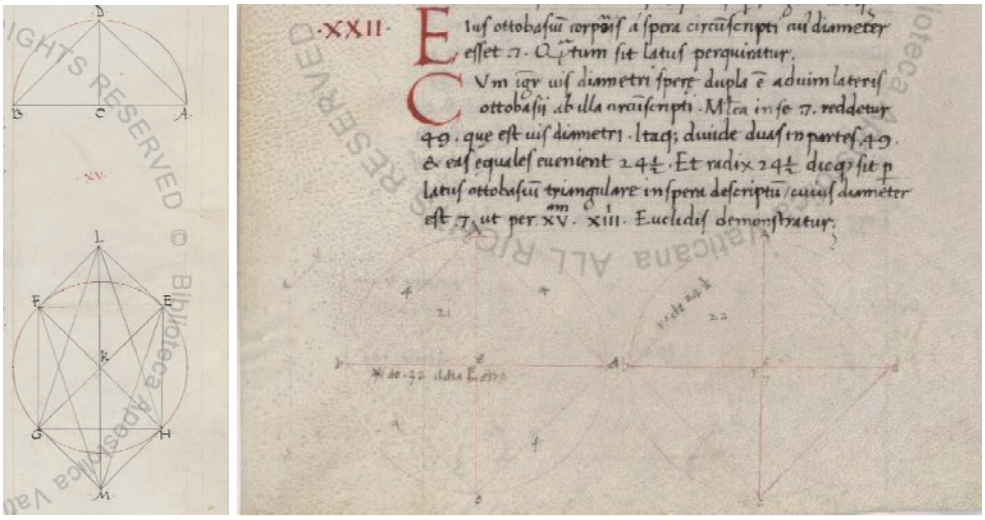
Nel *Libellus* (Urb. Lat. 632) invece Piero disegna tutti i tetraedri regolari in assonometria e li colloca all'interno della sfera in cui sono iscritti. La sfera tuttavia viene indicata con una circonferenza, che è la sua proiezione ortogonale, con la conseguenza che due spigoli del tetraedro, che galleggiano nel vuoto, devono essere immaginati tangenti alla superficie sferica. L'effetto tridimensionale è senza dubbio più convincente rispetto all'iconografia del tetraedro rintracciabile nei manoscritti degli *Elementi* di Euclide, ma occorre rilevare che al diverso stile grafico di Piero corrisponde un diverso stile del testo matematico. Euclide, infatti, sta dimostrando un teorema; Piero, invece, sta risolvendo problemi di calcolo sui tetraedri con misure di spigoli del solido e diametro della sfera che dal testo rimandano alla figura che le indica, quasi a voler rappresentare "*mensuratamente*" i termini del quesito matematico da risolvere.

Un analogo slittamento di stile grafico e testuale emerge dal confronto del cubo del Vat. Lat. 2224 e del cubo del *Libellus*. Piero due volte disegna cubi in assonometria simili a quelli rintracciabili nella tradizione manoscritta degli *Elementi*; in tre occasioni invece inscrive l'esaedro con tutti i suoi vertici tangente alla sfera che lo contiene. Anche in questo caso i disegni di Piero illustrano problemi metrici inerenti ai solidi, riportano minuziosamente le misure degli spigoli nella figura e si prefiggono uno scopo completamente diverso dal disegno di geometria rintracciabile nel Vat. Lat. 2224.



Il cubo nel Vat. Lat. 2224, f. 194v e nell'Urb. Lat. 632, f. 30r

L'ottaedro del Vat. Lat. 2224 illustra la proposizione XIII. 15 degli *Elementi*. Come per i due poliedri precedenti, anche per il corpo regolare di 8 basi triangolari equilatere compaiono due figure: nella prima viene disegnata la costruzione dello spigolo del solido in base alla proporzione 1:2 che sussiste fra il quadrato dello spigolo del poliedro e il quadrato del diametro della sfera in cui è inscritto; nella seconda viene raffigurato un quadrato che è la base comune delle due piramidi speculari che il lettore, con l'occhio della mente, è invitato ad immaginare sopra e sotto tale base.

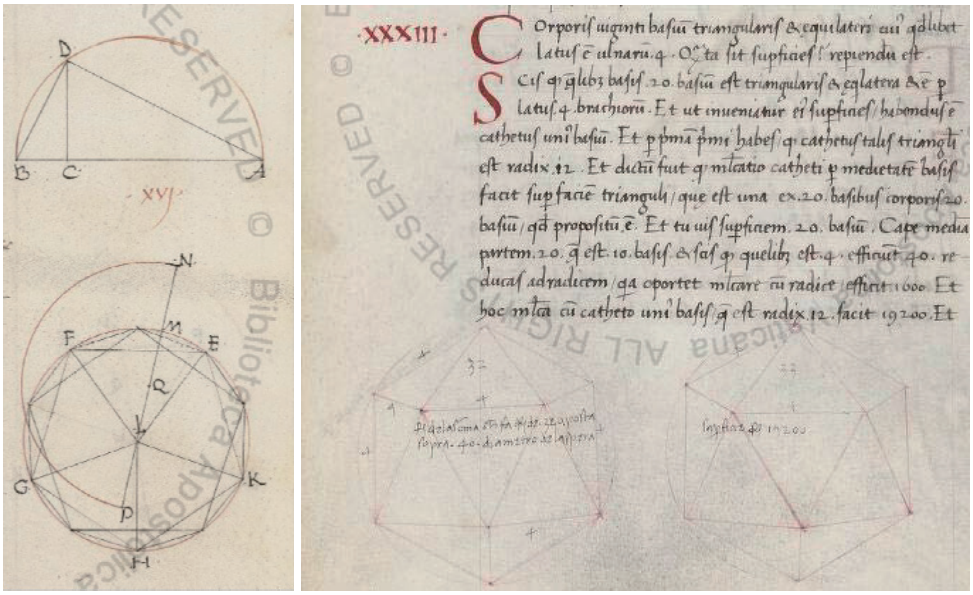


L'ottaedro nel Vat. Lat. 2224, f. 195r e nell'Urb. Lat. 632, f. 30v

Nel *Libellus* la scelta di Piero per il disegno dell'ottaedro è piuttosto singolare: un quadrato viene inscritto in una circonferenza e le otto basi del poliedro vengono lasciate all'immaginazione grazie ad una proiezione in pianta che appiattisce gli spigoli del solido nelle diagonali del quadrato. I sei problemi sull'ottaedro mantengono la stessa rappresentazione grafica e in ogni caso Piero accompagna il testo con l'indicazione nella figura delle misure degli spigoli ad esso relative.

I due solidi regolari sicuramente più complessi da disegnare sono l'icosaedro e il dodecaedro. Del primo il Vat. Lat. 2224, oltre alla figura che illustra la proporzione fra lo spigolo del solido e il diametro della sfera che lo contiene, presenta un diagramma che, seguendo i passaggi della dimostrazione euclidea della proposizione XIII.16, mostra l'inscrizione di un decagono e di due pentagoni simmetrici nella sezione circolare della sfera ma, a differenza di

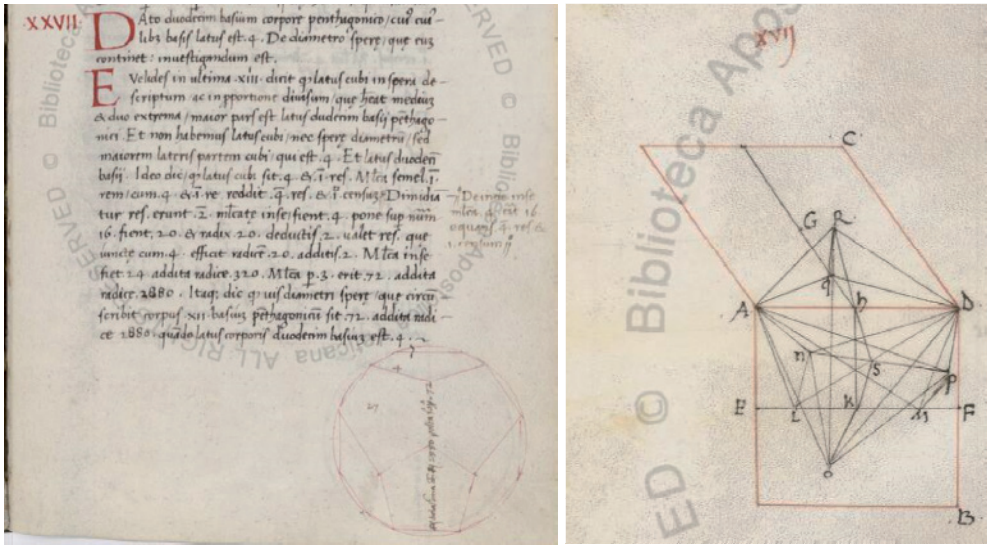
altri codici manoscritti degli *Elementi*, come il Ross. 579[14], omette l'anello di triangoli eretto sulla sezione pentagonale dell'icosaedro, anche se non manca di tracciare l'asse NP insieme al cerchio che genera la sfera circoscritta.



L'icosaedro nel Vat. Lat. 2224, f. 196r e nell'Urb. Lat. 632, f. 35v

Quella contenuta nel Vat. Lat. 2224 del resto sarà la figura dell'icosaedro dell'*editio princeps* degli *Elementi* (Venezia, 1482); una figura visibile soltanto all'occhio della mente matematica e ben diversa da quella in proiezione ortogonale che invece si può ammirare nei sei disegni del *Libellus* di Piero, che esaltano non soltanto la forma del solido, ma anche le sue misure in rapporto al diametro della sfera che li circoscrive.

[14] Come il Ross.579, anche il codice greco più importante degli *Elementi*, il Vat. gr 190 al f. 243v rappresenta l'icosaedro in maniera diversa dal Vat. Lat. 2224. La stessa figura è presente nel Vat. gr 192 (ff. 89r-92r) e nel Barb. Gr. 244, mentre la figura dell'icosaedro disegnata nel Vat. Lat. 2224 si riscontra in tutta la tradizione manoscritta del Campano, testimoniata fra gli altri codici dall'Urb. Lat. 506 (ff. 141r-143r) e dall'Urb. Lat. 507 (ff. 127r-129v).



Il dodecaedro nell'Urb. Lat. 632, f. 32r e nel Vat. Lat. 2224, f. 197v

L'ultimo corpo regolare inscrivibile nella sfera è il dodecaedro. Nella proposizione XIII. 17 degli *Elementi* Euclide lo costruisce a partire dal cubo inscritto nella stessa sfera. Da due facce del cubo viene disegnato uno dei 12 pentagoni regolari che formano il dodecaedro: il diagramma del Vat. Lat. 2224 si limita a mostrare le due facce del cubo e il pentagono sbilenco ANPDR che viene costruito in base alle indicazioni del testo.

La visualizzazione tridimensionale di questo poliedro nel *Libellus* è sicuramente un capolavoro di arte grafica. Piero utilizza le proiezioni ortogonali e, mediante accorgimenti e forzature, costringe i vertici del solido ad essere tutti tangenti alla sfera che lo circoscrive. Ciascuno dei cinque dodecaedri del *Libellus* ricalca lo stesso modello, ma contiene le indicazioni numeriche inerenti al problema specifico al quale la figura si riferisce. Piero così inventa un nuovo disegno geometrico dei poliedri, adatto ad illustrare lo stile matematico dei problemi che affronta. Lo scopo dei suoi diagrammi, del resto, non è quello di aiutare il lettore a seguire la dimostrazione di un teorema euclideo, ma quello di visualizzare graficamente la soluzione di un problema numerico di stereometria. I poliedri di Piero, comunque, restano corpi geometrici sospesi in un limbo tra il mondo intellegibile di Platone e la realtà sensibile della matematica d'abaco.

3. I poliedri di Leonardo e i modelli lignei di Pacioli

Con Luca Pacioli questi oggetti geometrici diventano realtà materiali, dotate non soltanto di numero e misura ma anche di peso. L'attenzione alla corporeità e fisicità dei corpi regolari è testimoniata, infatti, dalla costruzione da parte dello stesso frate Luca di modellini in legno dei poliedri, presentati prima al Cardinale Giuliano della Rovere nel 1489, poi a Ludovico il Moro, e infine alla Signoria di Firenze sotto il governo del Soderini[15]. Le tavole di Leonardo non contengono alcun riferimento alla costruzione geometrica dei solidi, né illustrano problemi geometrici; pertanto, costituiscono l'equivalente grafico delle sculture lignee di Pacioli e portano a compimento quel processo di visualizzazione della geometria euclidea che, cominciato con il *Trattato d'abaco* di Piero della Francesca, conduce le "forme astratte" dei solidi platonici ad incarnarsi in concrete "forme materiali", scolpite nel legno o disegnate in prospettiva.

La corrispondenza tra il testo matematico e le tavole disegnate da Leonardo sembra essere essenziale per Pacioli; per questa ragione, "a più piena intelligentia de questo nostro compendio, per saper retrovare tutte le proprie figure in prospectivo aspecto in questo sequente poste, e ancho le materiali, secondo lor publica tavola", il frate spiega a Ludovico il Moro come riferire i numeri romani disseminati nel testo alle tavole che chiudono l'opera.

E quel medesimo numero - chiarisce Pacioli - «aponto farete de trovare de sotto dove in questo dicti corpi sonno per ordine tutti figurati. El qual numero similmente in quel luogho in margine sirà posto…E quella tal figura sirà del dicto corpo facto in piano con tutta perfectione de prospectiva, commo fa el nostro Lionardo Vinci. E questi medesimi numeri anchora recercarete fra le forme materiali de dicti corpi dependenti con lor nome in greco e in latino, posti in un breve sopra ciascuno, afixo nel suo cordiglio, fra doi ambre negre, pur referendo ognuno commo è dicto al numero posto in margine dove di quel se tracta. E V. Celsitudine a l'uno e al'altro modo harà loro dispositioni, le quali non de vil materia (commo per inopia a me è stato forza) ma de prezioso metallo e fine gemme meriterieno essere ornati»[16].

---

[15] L. Pacioli, *Summa,* seconda parte c. 68v. Anche per Ludovico il Moro e Galeazzo Sanseverino Pacioli costruì 60 modellini in legno, connessi alle tavole della *Divina proportione* (cfr. PACIOLI 1509, prima parte, c. 28v.). La costruzione dei poliedri è attestata anche dal fatto che Frate Luca il 30 agosto del 1502 riceve un compenso di 52 lire e 9 soldi per i modelli in legno dei corpi regolari, donati alla Signoria di Firenze (ASF, Operai di Palazzo, 10, c. 67r. Cfr. Boncompagni 1879, p. 411; ULIVI 1994, p. 26).

[16] MARINONI 1982, cap. LXX, c. 83v- 84r.

La descrizione di Pacioli non può essere più chiara: le tavole disegnate "con tutta perfectione de prospectiva" da Leonardo si riferiscono alle "forme materiali" descritte nel testo e costruite in legno. Disegno, scultura lignea e dimostrazione matematica si integrano a vicenda al fine di "incarnare" i corpi geometrici di Euclide in oggetti concreti, "ciascuno afixo nel suo cordiglio", quasi ad evidenziarne il peso e la solidità.

La stessa impressione di concretezza dei corpi regolari si ha dal ritratto di Luca Pacioli conservato a Napoli presso il Museo di Capodimonte, dove il testo degli *Elementi*, aperto su una pagina del libro XIII, è affiancato da un dodecaedro ligneo appoggiato sopra la *Summa*. In questo ritratto del frate sono presenti tutte le operazioni necessarie a trasformare gli oggetti astratti descritti nel testo in corpi concreti tridimensionali: la proposizione degli *Elementi*, indicata dalla mano sinistra di Pacioli, riceve una prima visualizzazione grafica nella lavagna a destra del frate, sul bordo della quale è inciso il nome "Euclides". La successiva operazione del passaggio dall'astratto al concreto è simbolicamente rappresentata da due solidi: il dodecaedro ligneo posto alla sinistra del frate e il corpo di 26 basi, appeso per un filo, come i solidi delle tavole di Leonardo[17].

L'idea di costruire esemplari solidi dei poliedri ad uso didattico compare, del resto, già in Campano. Il commentatore di Euclide, infatti, riflettendo sull'opportunità o meno di disegnare a margine del testo figure tridimensionali dei solidi, rilevava:

Non est autem huius rei ideoneum figuram in plano depingere; ideoque restat ut quod dicitur mente concipias ipsumque si placet actu et opere compleas[18].

Il disegno di geometria, infatti, per Campano ha lo scopo di illustrare la dimostrazione e pertanto nel caso dei solidi non è necessario disegnare tutte le linee che compongono la figura "ne multitudo linearum confunderet intellectum"[19]. Le tre dimensioni di un solido possono essere immaginate dalla mente o, al limite, costruite materialmente, ma al fine della dimostrazione geometrica esse non sono indispensabili. Il riscontro visivo di oggetti tridimensionali concreti, resta, tuttavia, un utile ausilio didattico[20]. Proprio per fini didattici, infatti, Pacioli si ingegna di realizzare modelli lignei dei poliedri.

[17] Sul Doppio ritratto cfr. BALDASSO 2010, Vol. XCII, n°. 1-2, pp. 83-102; GAMBA 2010, pp. 81-97; CIOCCI 2011, n. 15, pp. 107-130; BALDASSO, LOGAN 2017, pp. 130-149.
[18] EUCLIDES 1482, XV.4.
[19] Ivi, XV.1. Sul ruolo del disegno di geometria e la rappresentazione dei poliedri in età medievale cfr. SORCI 2001, pp. 145-162.
[20] L'uso di costruire i poliedri è attestato anche nel *De arte mensurandi* (ca.1344) di Johannes de Muris. L'autore, infatti, diffida della possibilità di immaginare i poliedri e narra di come egli

Nella *Divina proportione* frate Luca indica anche il procedimento costruttivo impiegato. Parlando di come "in la sphera se collochino tutti li 5 corpi regulari", Pacioli la considera come se "fosse una pietra de bombarda" sulla quale segnare i punti per ricavare i poliedri regolari. La procedura di fabbricazione è descritta nel capitolo LVII del *Compendium de divina proportione*. Si parte da una sfera di pietra o di legno e si eseguono le operazioni di sfaccettatura della sua superficie in questo modo:

«Prima del tetracedron; se sopra la sua superficie, cioè la sua spoglia over veste, se segnino over imaginano 4 ponti equidistanti per ogni verso l'uno dal'altro, e quelli per 6 linee recte se congionghino, le quali de necessità passaranno dentro dala sphera, sirà formato aponto el corpo predetto in essa. E chi tirasse el taglio per imaginatione con una superficie piana per ogni verso secondo dicte linee recte protracte, remarebe nudo aponto dicto tetracedron. Commo aciò per questo gli altri meglio se aprendino, se la dicta sphera fosse una pietra de bombarda e sopra lei fossero dicti 4 ponti con equidistantia segnati, se uno lapicida over scarpelino, con suoi ferri la stempiasse, over sfaciasse, lasciando li ditti 4 ponti aponto de tutta dicta petra harebe facto el tetracedron»[21].

Il procedimento che serve allo "scarpelino" per modellare gli altri 4 poliedri regolari viene dettagliatamente descritto da Pacioli sulla falsariga di quello usato per il tetraedro. È il procedimento probabilmente adoperato dallo stesso Luca dal Borgo e si basa essenzialmente sulla determinazione dei punti dai quali effettuare i tagli. Per quest'ultima operazione la rozza pratica dei "lapicidi" non è sufficiente, come dimostra l'episodio di uno degli scalpellini del conte Girolamo Riario, vittima di un sarcastico scherzo del frate[22]. Pacioli, infatti, propone al malcapitato lapicida di eseguire un poliedro regolare diverso dai 5 costruiti geometricamente da Euclide.

stesso abbia progettato la fabbricazione concreta, poi eseguita da uno scalpellino: "Fortassis autem talium corporum figuram imaginatio non capit satis prompte, igitur consulo corpora 5 regularia in materia sensibili fabricari sicut et ego manu propria lineavi et postmodum per artificem latomorum in materia lapidis feci predicta corpora preparari me presente ne in errorem propter linearum multitudinem latomus verteretur. Et tunc sensus et intellectus in die illa concordes facti sunt pariter et amici" (JOHANNES DE MURIS, 1998, pp. 338-39).

[21] MARINONI 1982*,* c. 65r-v.

[22] Nel riferire l'episodio Frate Luca è particolarmente sarcastico con quei pratici che per ignoranza della geometria ritengono di poter costruire poliedri regolari che non siano i 5 platonici, "le quali cose tutte sonno impossibili". Contro "dicti lapicidi" che "non sano né curan de imparare" Pacioli racconta di aver avuto "solazzo in questo modo arguendo loro ignoranza"; come quando "quel carpentiere domandato che farebe non si trovando pialla respose farne una con un'altra. E l'altro marangone disse la sua squadra essere troppo grande per giustare una piccola: prosuponendo gli angoli recti fra loro variarse. E quello che postoli doi verghette equali in forma de tau, cioè così T, innanze agli occhi suoi; ora una ora l'altra più longha giudicava. E altri assai simili capassoni". Ivi, c. 67r.

Con uno de questi tali - racconta compiaciuto Pacioli - al tempo dela fabrica del palazzo dela bona memoria del conte Girolimo in Roma, in sua presenza, confabulando commo achade discorrendo - la fabrica siandovi molti degni in sua comitiva de diverse facultà, fra gli altri a quel tempo nominato pictore Melozzo da Frullì - per dar piacere ala speculatione exhortamo Melozzo e io el Conte che facesse far un certo capitello in una de queste forme: non chiarendo noi col conte la difficultà ma solo che seria degna cosa.

Il lapicida, di fronte alla proposta di Girolamo Riario, si mostra sicuro di riuscire nell'impresa, che era "piccola facenda e che n'avia fatte più volte". Il conte, messo al corrente da Pacioli dell'impossibilità dell'opera, organizza una scommessa, vista l'insistenza dello scalpellino che continua a mostrarsi sicuro di portare a termine l'opera in 4 giorni. Il finale è scontato:

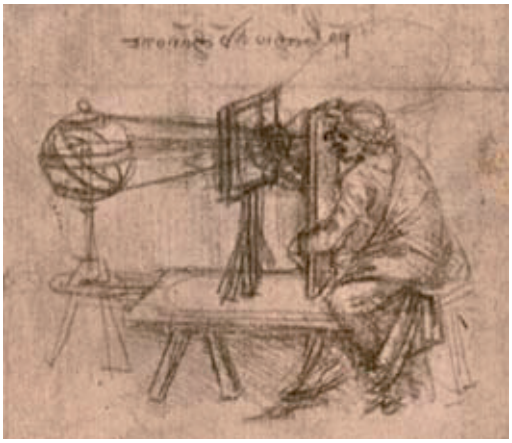
Acchade - conclude Luca dal Borgo - che guastò molti marmi e feci un 0 per aboco. Finaliter el conte non l'obligò se non al danno dele pietre e rimase scornato; ma non cessò mai che volse sapere l'origine dela proposta e seppe essere del frate in modo che non poco rancore da poi me portò e trovandome dixe: Messer io non vi perdono del'ingiuria facta se non me insegnate el muodo a farla e io me li offersi quanto valeno. E per più giorni sopra stando in Roma non li fui vilano e aprieli de queste e d'altre cose a lui pertinenti.

Numerosi indizi contenuti nel *Compendium* dimostrano che l'opera dedicata al Moro era corredata, oltre che dalle tavole illustrative, anche da esemplari lignei dei poliedri regolari e archimedei che Pacioli aveva costruito. La conferma di forme materiali "colorate e adornate" si ha in un passo del *Tractato di architectura* contenuto nell'edizione veneziana del 1509.

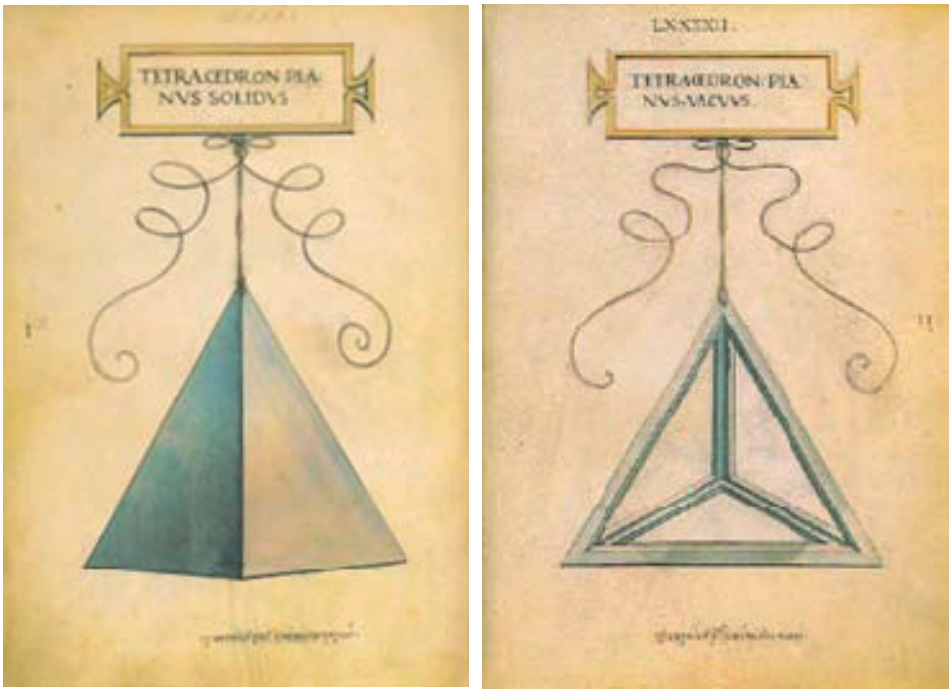
E le forme de ditti corpi materiali, bellissime, con tutta ligiadria, quivi in Milano de mie proprie mani disposi, colorite e adorne e forono numero 60 fra regulari e lor dependenti. El simile altretanti ne disposi per lo mio patrone Galeazzo Sanseverino in quel luogo. E poi altretante in Firenze a la exempla del nostro signore Confalonieri perpetuo Petro Soderino, quali al presente in suo palazo se ritrovano[23].

È presumibile quindi che i disegni di Leonardo riproducessero oggetti reali che il pittore aveva di fronte[24]. A questo punto è lecito ipotizzare che il pittore, più che una rigorosa costruzione dei corpi in pianta, alzato e sezione, abbia usato uno strumento prospettico empirico, come il piano trasparente descritto in una nota del ms. B. dell'Institut de France e disegnato nel Codice Atlantico[25].

[23] PACIOLI L 1509, c. 28v.
[24] KEMP 1995, p. 191.
[25] La nota del ms. B.n. 2038, 24r (LEONARDO DA VINCI 1970, par.523), è intitolata *Del modo del ritrarre un sito corretto*. Leonardo consiglia di porre un vetro tra l'occhio e l'oggetto, in



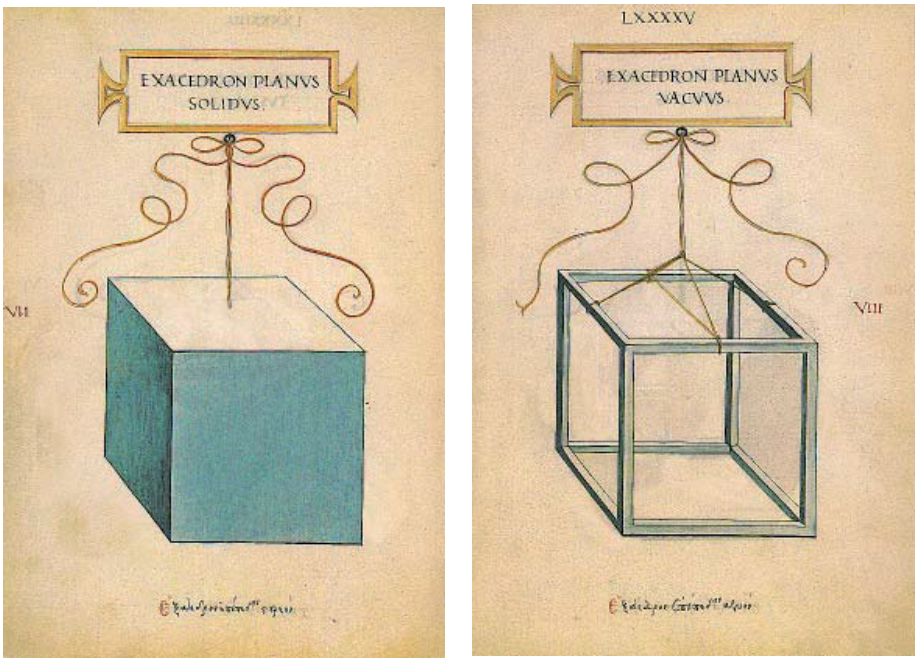
Codice Atlantico, f. 1bis r-a [5r]



Tavole I.II: "Tetracedron piano, solido over vacuo"

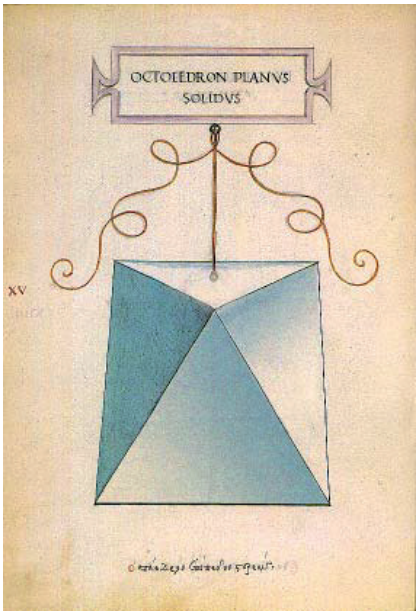
modo che "ti poni lontano col ochio al detto vetro 2/3 di braccio e ferma la testa con uno strumento in modo non possi muovere punto la testa; di poi serra o ti copri un ochio". Si traccia, quindi, l'oggetto sul vetro con un pennello e infine si riporta il disegno su carta, "e – conclude Leonardo – dipingila se ti piace, usando bene poi la prospettiva aerea". Per corpi complessi come una sfera armillare o un poliedro regolare questo metodo era sicuramente più veloce di quello "scientifico". Cfr. MARANI 2014, pp. 41-43.

Se si analizzano le tavole della *Divina proportione*, contenute nel codice dell'Ambrosiana (inv. S.P.6 ex Cod. F 170 sup.) e del codice di Ginevra (Ms. Langues Etrangères n°. 210), ci si rende conto in primo luogo che non tutte le tavole sono in prospettiva[26]. Il tetraedro "abscisus" e il cubo, ad esempio, sembrano seguire le indicazioni geometriche del testo di Pacioli e appaiono del tutto analoghi a quelli disegnati dallo stesso frate. Gli effetti tridimensionali sono ottenuti da Leonardo soprattutto con il colore e il chiaroscuro[27]. La prospettiva usata negli altri casi evidenzia inoltre un continuo cambiamento del punto di vista da una tavola all'altra. È molto probabile quindi che il lavoro di Leonardo, finalizzato a rendere visibili le "forme materiali" dei poliedri, consistesse più in un accomodamento a occhio della migliore prospettiva adatta allo scopo illustrativo che ad una meticolosa costruzione di pianta, alzato e profilo, usata poi per la corretta prospettiva dei solidi [28].



Tavole VII-VIII: "Exacedron o vogliam dir cubo, piano solido over vacuo: ha 12 linee over lati o coste e 24 anguli superficiali e 8 solidi e 6 basi, over superficie, quali lo contengono, tutte quadrate, equilatere e anco equiangule, simile ala forma del diabolico instrumento, altramente detto dado over taxillo". c. 53r.

[26] Molte immagini tratte dal codice di Ginevra della *Divina proportione* (ms. langues etrangères n°. 210) sono riprodotte in CONTIN, ODIFREDDI, PIERETTI 2010.
[27] Cfr. ROVETTA 1998, pp. 134-139.
[28] Cfr. FIELD 1996-199, pp. 241-289, p. 262.



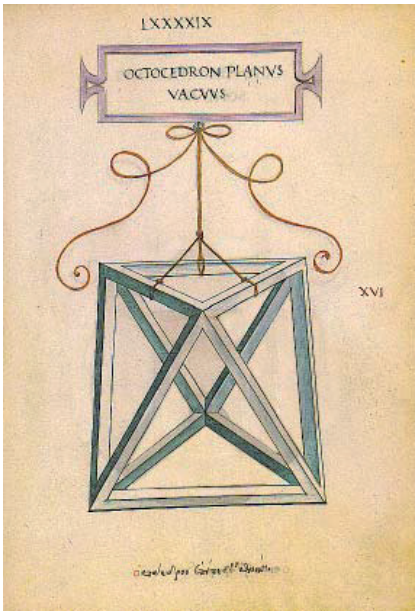
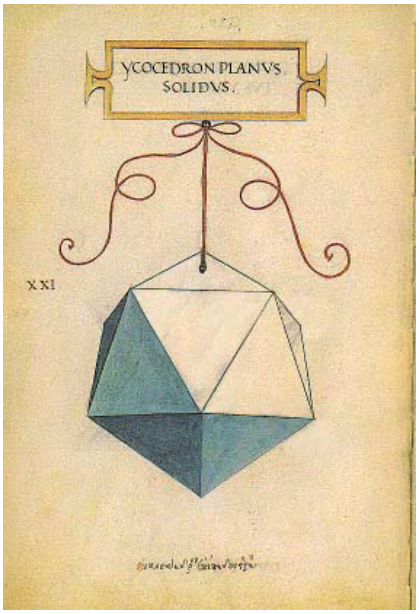
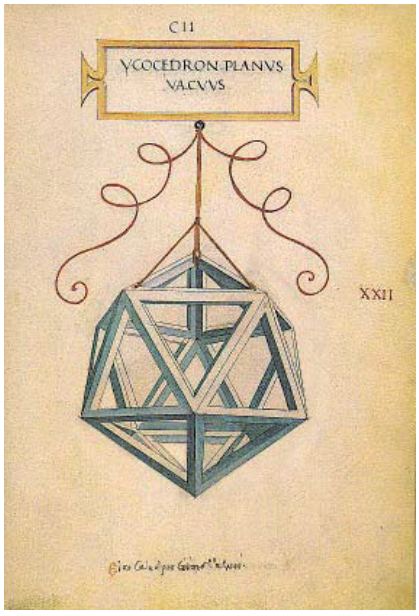
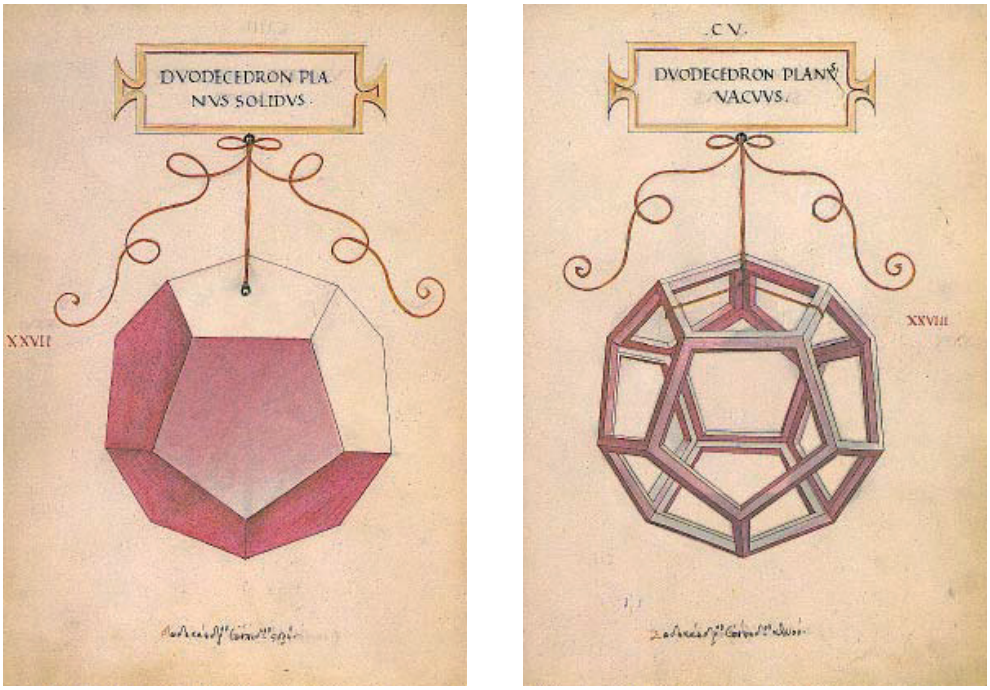


Tavola IL dell'Ottaedro solido e vacuo





Tavole XXI-XXII: "Ycocedron piano solido over vacuo: contene 30 linee, over lati, tutte fra loro equali, e queste in lui causano 60 anguli superficiali e 12 solidi, E ancho formano in epso 20 basi tutte triangulari, equilatere e equiangule. E ciascuno de dicti anguli solidi son facti over contenuti da 5 anguli superficiali de dicte basi triangule. Che la sua figura similmente materiale lo demostra" (L. Pacioli, *De divina proportione*, c. 55r)



Tavole XXVII e XXVIII: dodecaedro "solido e vacuo"

Dopo il disegno, eseguito a partire dai modelli lignei fatti costruire da Pacioli, la seconda fase della realizzazione delle tavole dei due manoscritti della *Divina proportione* probabilmente consistette nel preparare dei "cartonetti" dei poliedri, dai quali, tramite la tecnica dello spolvero, i disegni di Leonardo furono poi riprodotti nel Codice Ambrosiano e in quello di Ginevra[29]. Dei due manoscritti, esemplati dallo stesso copista, Giovanni Battista Lorenzi, il primo sicuramente contiene le migliori copie dei disegni del vinciano, che intervenne molto probabilmente di persona sul Codice Ambrosiano a curare le tavole dei poliedri più complessi[30].

Lo scopo delle tavole della *Divina proportione* non è quello di fornire figure adatte ad illustrare dimostrazioni geometriche ma quello di rendere visibili forme materiali di oggetti matematici astratti. A questo proposito risulta emblematica la stessa suddivisione dello stile grafico dell'opera di frate Luca in due parti nettamente distinte. Nella prima, dove i disegni servono a condurre in

[29] MARANI 2016, pp. 69-84. Sull'uso dei cartoni in Leonardo cfr. BAMBACH 1999, pp. 111-114; MARANI 2013, pp. 99-108.

[30] La migliore qualità artistica delle tavole VIIII, XI, XV, XVIII, XX-XXII, XIX, XXX e XXXV (ff. 95v, 96v, 98v, 100v, 101r, 101v, 102r, 106v, 107r e 108v), lasciano ipotizzare un intervento diretto di Leonardo. Cfr. MARANI 2016, p. 70.

porto le dimostrazioni di Euclide, le figure seguono lo stile arabo-latino presente anche nell'edizione di Ratdolt del 1482; nella seconda, dove inizia il rimando alle tavole con i numeri romani ai margini dei fogli, non compare alcuna dimostrazione matematica ma la semplice descrizione dei poliedri. In quest'ultimo caso il testo è al servizio della figura e non viceversa[31].

Le tavole che corredano la *Divina proportione*, pertanto, sono il frutto della pratica prospettica a servizio della scienza matematica, che Leonardo è tenuto a studiare per poter conoscere come si costruiscono geometricamente quei solidi che deve disegnare per conto di Pacioli[32]. Il risultato complessivo è un ibrido tra matematica e arte, frutto dell'incontro tra la cultura dei dotti e quella dei tecnici.

4. I poliedri nell'edizione a stampa del 1509

Frate Luca, che intuì subito il ruolo rivoluzionario della stampa per gli sviluppi delle scienze, affidò all'incisore che lavorava per Paganino de' Paganini la realizzazione delle tavole per l'edizione della *Divina proportione* del 1509[33]. È proprio sulla base di quel testo, e non certo tramite le copie manoscritte del compendio del 1498, che il genere dei poliedri conobbe una diffusione rilevante nel XVI secolo.

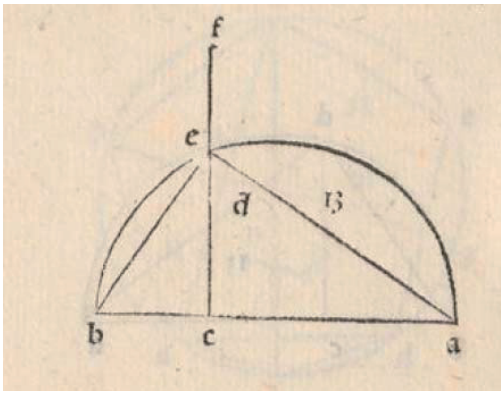
---

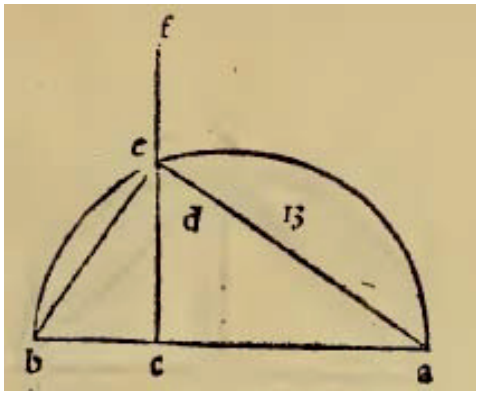
31 Ciò non toglie tuttavia l'importanza dei disegni di Leonardo anche per il matematico. Pacioli ci tiene a ribadire, infatti, che essi costituiscono una parte integrante della *Divina proportione* e arricchiscono la geometria euclidea di "schemata", cioè di immagini che – come rileva frate Luca nella dedica a Pietro Soderini -, "opticen instructionem reddere possent"; che possono, in altri termini, rendere visibili gli oggetti di cui parlano le proposizioni degli *Elementi*.

32 La dottrina dei corpi regolari, oltre che un carattere matematico, in seguito agli insegnamenti di Pacioli assume per Leonardo anche un significato filosofico. Nel Ms. F, dell'Istitut de France, datato 1508-09, Leonardo ribadisce l'importanza "de' cinque corpi regolari contro alcuni commentatori che biasimano li antichi inventori donde nacquero le gramatiche e le scientie, e fansi cavalieri contro alli morti inventori e, perché essi non han trovato de farsi inventori, per la pigritia e comoditate dei libri, attendono al continuo con falsi argomenti a riprendere li lor mastri…" (LEONARDO DA VINCI 1970, *Ms. F, c. 27v,* nn. 1422 e 939).

33 A questo proposito M. Dalai Emiliani rileva come le incisioni per la stampa del 1509, tradivano le novità del linguaggio rappresentativo dei disegni originali di Leonardo. "Una traduzione visuale così misera, - rileva la studiosa - nonostante il ruolo che pure sarebbe destinata a svolgere nel corso del secolo XVI, soprattutto per la cultura scientifica e figurativa d'oltralpe, come veicolo di diffusione della ricerca speculativa sui poliedri - da Dürer a Jamnitzer fino a Keplero -, esclude a priori un possibile intervento diretto di Leonardo, intervento che pure è stato ripetutamente e infondatamente ipotizzato, con l'argomento che la *Divina proportione* sarebbe stato il solo libro che egli avrebbe avuto l'opportunità di seguire fino alla stampa" (DALAI EMILIANI 1991, p. 14).

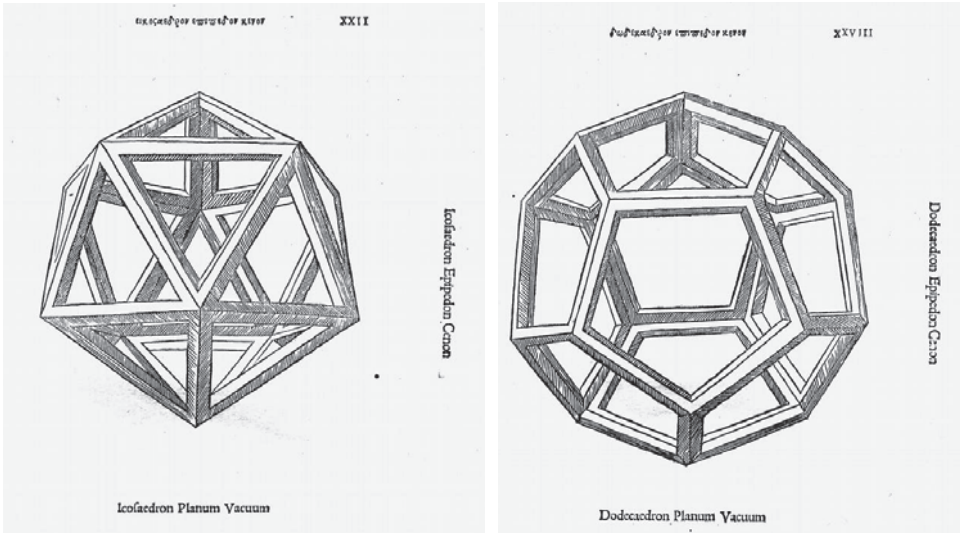
L'opera a stampa del 1509 contiene ben tre diverse tipologie di disegni dei poliedri regolari. Nei capitoli 24-31 della prima parte del *Compendium de divina proportione* Pacioli volgarizza il libro XIII degli *Elementi* di Euclide ed illustra i cinque poliedri regolari con i diagrammi della tradizione manoscritta dell'opera di Euclide. Nello stesso anno a Venezia, con lo stesso editore Paganino de' Paganini, frate Luca pubblica una revisione degli *Elementi* nella "versione" di Campano da Novara. Ebbene, le matrici dei disegni usate per le xilografie che illustrano i poliedri regolari sono identiche nei due volumi perfino nei particolari, come si può evincere dal diagramma della proposizione XIII.13 degli *Elementi* inerente al tetraedro di f. 127v.





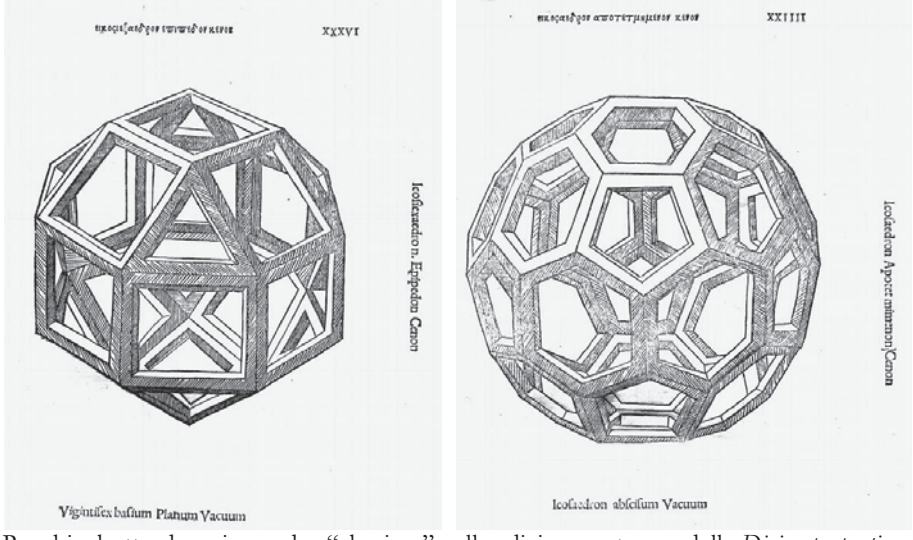
Il segmento *be*, per una imperfezione tecnica connessa alla matrice usata per la stampa degli *Elementi*, non raggiunge il punto *e*. La figura di f. 9r della *Divina proportione* presenta lo stesso difetto; ma quello che più conta è che il numero 13 che si legge in quest'ultimo volume non corrisponde alla proposizione sul tetraedro della *Divina proportione*, che è invece descritta nel cap. XXVI. Poiché la numerazione delle figure dei poliedri è identica nei due volumi, e nella *Divina proportione* questa numerazione non corrisponde affatto al testo, è praticamente certo che siano state usate le stesse matrici di stampa.

A questa prima tipologia di rappresentazione, allineata con la tradizione manoscritta degli *Elementi*, segue poi quella delle tavole di Leonardo, che illustrano i capitoli 48-62 della *Divina proportione*; nel volume a stampa sono separate dal testo e collegate ad esso dal numero romano di rimando.



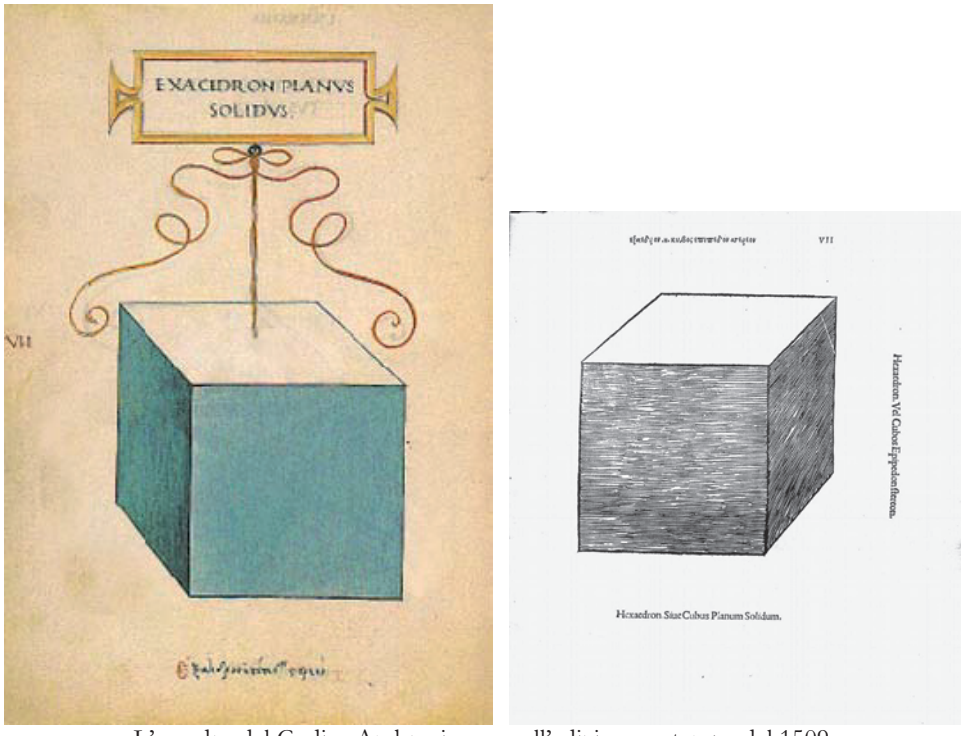
Icosaedro e dodecaedro nella edizione a stampa della *Divina proportione*, Venezia 1509

Rispetto alle tavole del manoscritto ambrosiano e di quello ginevrino molte caratteristiche di concretezza dei solidi vengono perse. Scompaiono i colori e pertanto la resa tridimensionale dei poliedri è affidata soltanto al chiaro-scuro, realizzato peraltro con tratteggi piuttosto grossolani. Mancano inoltre i lacci con i quali, nei due manoscritti, sembra che i solidi regolari, come oggetti materiali, siano appesi.



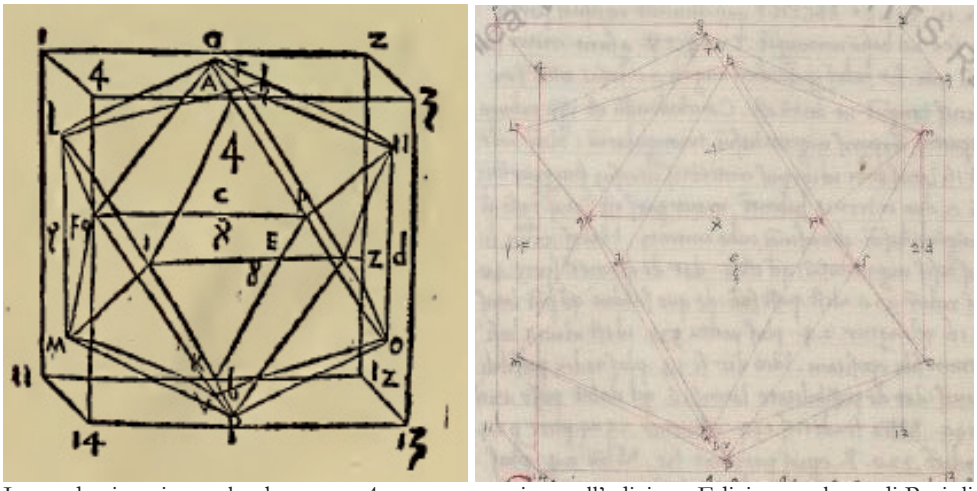
Rombicubottaedro e icosaedro "abscisus" nella edizione a stampa della *Divina proportione*, Venezia 1509

Le tavole dell'edizione del 1509, ciò nonostante, sono generalmente ricalcate su quelle leonardesche, come dimostra peraltro l'immagine del cubo, che nel libro a stampa, per il procedimento necessario a realizzare la xilografia, è speculare rispetto a quella del manoscritto (tavola VII). Analoga inversione speculare, presente in tutti i disegni a stampa rispetto ai codici manoscritti, è costituita dall'illuminazione dei poliedri: anche per questo particolare le matrici a stampa dimostrano di essere state realizzate a partire dai disegni utilizzati anche per realizzare le tavole dei due codici manoscritti.



L'esaedro del Codice Ambrosiano e nell'edizione a stampa del 1509

La terza modalità di raffigurazione dei poliedri presente nel volume a stampa della *Divina proportione* è quella contenuta nella versione volgare del *Libellus* di Piero della Francesca. Per quanto rozze e a volte grossolane le figure che accompagnano il testo geometrico ricalcano quelle del codice Urb. Lat. 632 e pertanto assolvono una funzione diversa sia dal disegno di geometria della prima parte della *Divina proportione* (cap. 26-31), sia dalle tavole che illustrano i capitoli 48-62.



Icosaedro inscritto nel cubo, casus 4, tractatus tertius, nell'edizione Edizione volgare di Pacioli del 1509, f. 15v e nell'Urb. Lat. 632, f. 40v

È degno di nota il fatto che nei problemi del *Libellus* che riguardano le iscrizioni reciproche fra poliedri compaiano diagrammi che, sebbene riconducibili allo stile grafico di Piero, colmano una lacuna della tradizione iconografica degli *Elementi* relativa al XV libro. Anche se siamo di fronte ad un libro spurio non attribuibile ad Euclide, durante il Medioevo questo testo sulle iscrizioni reciproche fra poliedri era parte integrante degli *Elementi*, ma, nella tradizione di Campano, non possedeva alcun diagramma; e infatti né nell'edizione di Euclide del 1509 curata da Pacioli, né nel testo della *Divina proportione* sono presenti figure illustrative.

Piero alterna assonometria e proiezioni ortogonali e ottiene una soluzione grafica innovativa per i 13 problemi trattati. Nel caso di inscrizione dell'icosaedro nel cubo, inoltre, si spinge oltre le colonne d'Ercole degli *Elementi* e il suo diagramma illustra un problema non previsto dal testo di Euclide[34].

Nell'edizione a stampa del 1509 pertanto sono contenute tre scelte grafiche diverse per rappresentare i poliedri. A queste tre scelte grafiche corrispondono tre diversi stili del testo matematico, ciascuno con un suo preciso scopo e intento.

[34] SORCI 2001, pp. 172-173.

5. I poliedri semiregolari di Leonardo

Pacioli inizia con il capitolo 48° la trattazione dei corpi "dependenti", ricavati o tagliando e asportando uniformemente i vertici degli sferoidi o collocando su ogni loro faccia una piramide. Si avranno quindi rispettivamente poliedri "abscisi" o "scapezzi" e poliedri "elevati o puntuti". In entrambi i casi, naturalmente, non si ottengono poliedri regolari, dato che facce e spigoli non sono più tutti uguali. Ai poliedri "dependenti" sono dedicate molte delle tavole (28 su 60), disegnate da Leonardo, che chiudono il *Compendium de divina proportione*.

La descrizione dei poliedri semiregolari fornita da Pacioli è piuttosto scarna e consiste nell'elenco del numero dei lati, degli angoli "superficiali e solidi" e delle basi che costituiscono ciascun singolo corpo. Sul metodo usato per costruirli compaiono soltanto indicazioni lapidarie del tipo: "si commo la experientia nella sua propria forma materiale al'ochio rende chiaro e nasci dal precedente neli suoi lati per terzo uniformi tagliati"[35].

La divisione dei lati uniformemente tagliati "per terzo" o a metà è quella del *Particularis tractatus circa corpora regularia* contenuto nella *Summa* e pertanto si tratta di un metodo di costruzione da attribuire a Piero della Francesca, che nel trattato IV del *Libellus,* risolve sei problemi che contengono misure e dati relativi al corpo di 72 basi e ad altri 5 poliedri archimedei: l'icosaedro tronco (20 esagoni+12 pentagoni, *casus 2*); il dodecaedro tronco (20 triangoli equilateri+12 decagoni, *casus 3*); l'ottaedro tronco (6 quadrati+8esagoni, *casus 4*); il cubo tronco (6 ottagoni+8 triangoli equilateri, *casus 5*); il tetraedro tronco (4 esagoni+4 triangoli equilateri, *casus 6*)[36].

Nel disegno dei poliedri archimedei Piero della Francesca utilizza diverse soluzioni al fine di illustrare il processo che, a partire dalla sfera nella quale sono inscritti i poliedri regolari, porta alla loro costruzione, tramite troncamento degli spigoli. Per l'icosaedro tronco viene raffigurato nel *Libellus* soltanto l'esito finale della costruzione del corpo di 32 basi (12 pentagoni e 20 esagoni regolari), disegnato in proiezione ortogonale e racchiuso nel contorno circolare della sfera.

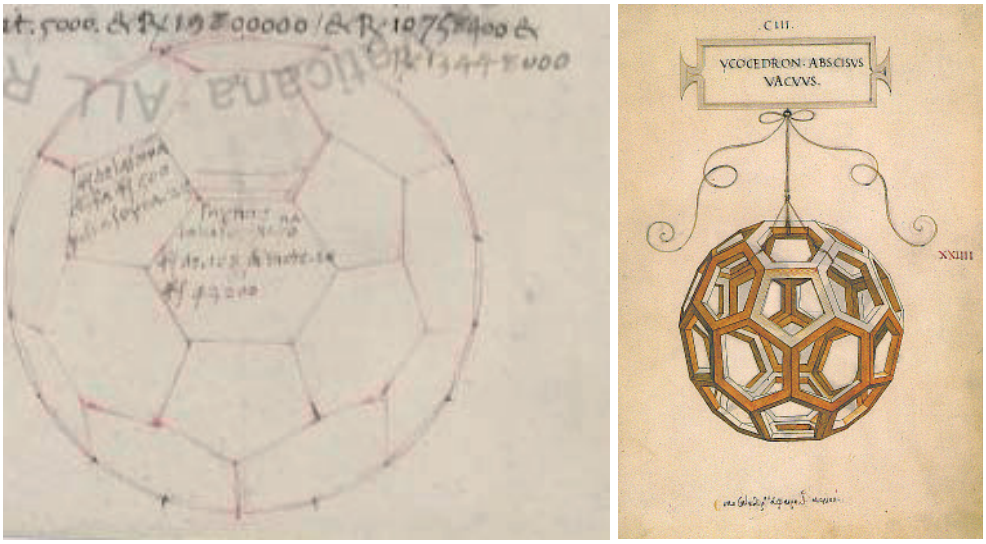
La figura di Piero contiene le indicazioni numeriche fondamentali per la risoluzione del casus 2 del quarto libro del *Libellus*; quella disegnata da Leonardo per la *Divina proportione* invece mostra tutta la sua corporea bellezza, evidente soprattutto nella forma scheletrica più che in quella solida.

---

[35] MARINONI 1982, c. 54v.

[36] Il *Trattato d'abaco,* del quale Pacioli aveva pubblicato nella *Summa* la sezione relativa ai solidi regolari, presentava soltanto due solidi semiregolari: il tetraedro tronco e il cubottaedro.

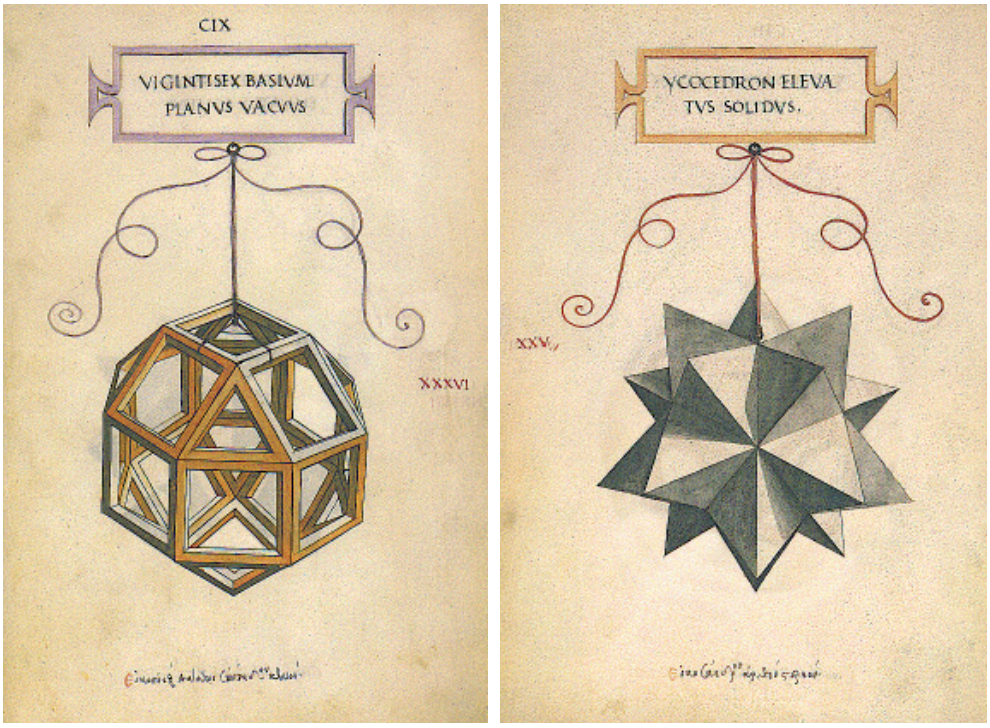
La stessa differenza di stile grafico è rintracciabile negli altri tre poliedri comuni alle due opere: il tetraedro tronco, l'ottaedro tronco e il cubo tronco, per quanto negli ultimi due casi Piero si limiti a disegnare soltanto una faccia del poliedro.



Icosaedro tronco nel *Libellus*, f. 52r e nella *Divina proportione,* tavola XXIV

Per altri poliedri regolari come il rombicubottaedro o il dodecaedro scapezzo, così come per tutti i poliedri stellati, non rintracciabili nelle opere di Piero, ma soltanto in quelle di Pacioli, le soluzioni di Leonardo, pur nella diversità dei punti di vista prospettici, mantengono costantemente una caratteristica: l'illuminazione del solido proviene sempre dal punto in alto a destra.

I corpi disegnati da Leonardo sono così materiali, impenetrabili e opachi che, specialmente le piramidi di quelli stellati non soltanto possiedono facce in ombra opposte alla fonte luminosa, ma proiettano la loro ombra anche sulle altre facce del poliedro.



Rombicubottaedro vacuus e icosaedro stellato

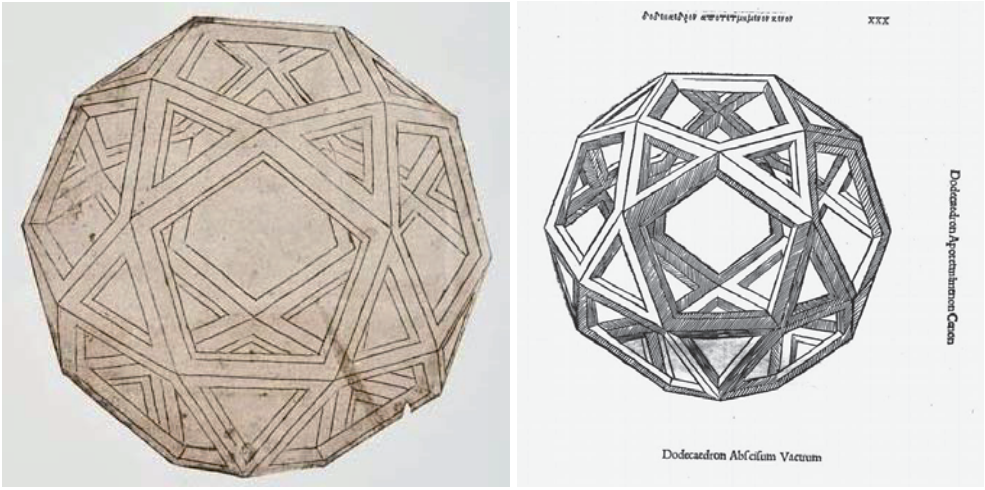
Nei manoscritti di Leonardo è possibile rinvenire una evidente traccia degli schizzi disegnati per la realizzazione delle tavole della *Divina proportione* e degli studi sui corpi archimedei o semiregolari ispirati dall'opera di Pacioli.

Emblematici a questo proposito sono i fogli 263r-c [708r] e 263r-b [707r] del Codice Atlantico che contengono i disegni del dodecaedro absciso pieno e vacuo sulla base dei quali vennero poi realizzate le tavole della *Divina proportione*[37]. Il poliedro, costituito da 12 pentagoni regolari e 20 triangoli equilateri, non compare nelle opere di Piero della Francesca, e si ottiene tagliando a metà i lati dell'originario dodecaedro, secondo un metodo ben noto a Pacioli e a Leonardo.

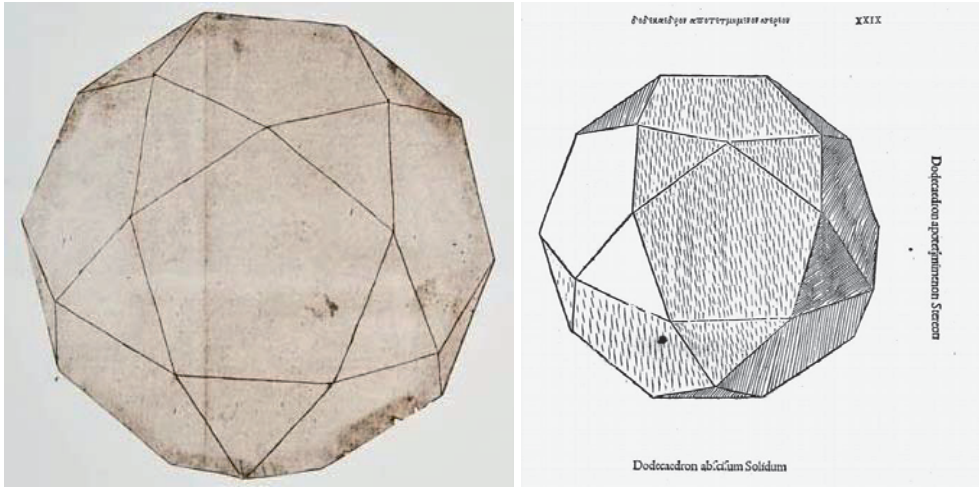
L'analisi di questi disegni eseguita da Pietro Marani ha mostrato in modo convincente che da essi derivano le corrispondenti tavole XXIX e XXX del Codice Ambrosiano (ff. 105v- 106r) e del Codice di Ginevra (ff.89v- 90r), realizzate a partire da un modello preparatorio tramite la tecnica dello spolvero[38]. Per quanto riguarda invece l'edizione a stampa una variante nella

[37] Cfr. PEDRETTI 1979, p. 82; BAMBACH 1990, pp. 129-131; VERSERIO 2010, pp. 142-145.
[38] MARANI 2016, pp. 69-84.

tavola del dodecaedro tagliato solido, ravvisabile nella faccia triangolare inferiore, lascia supporre una modifica del disegno originario.



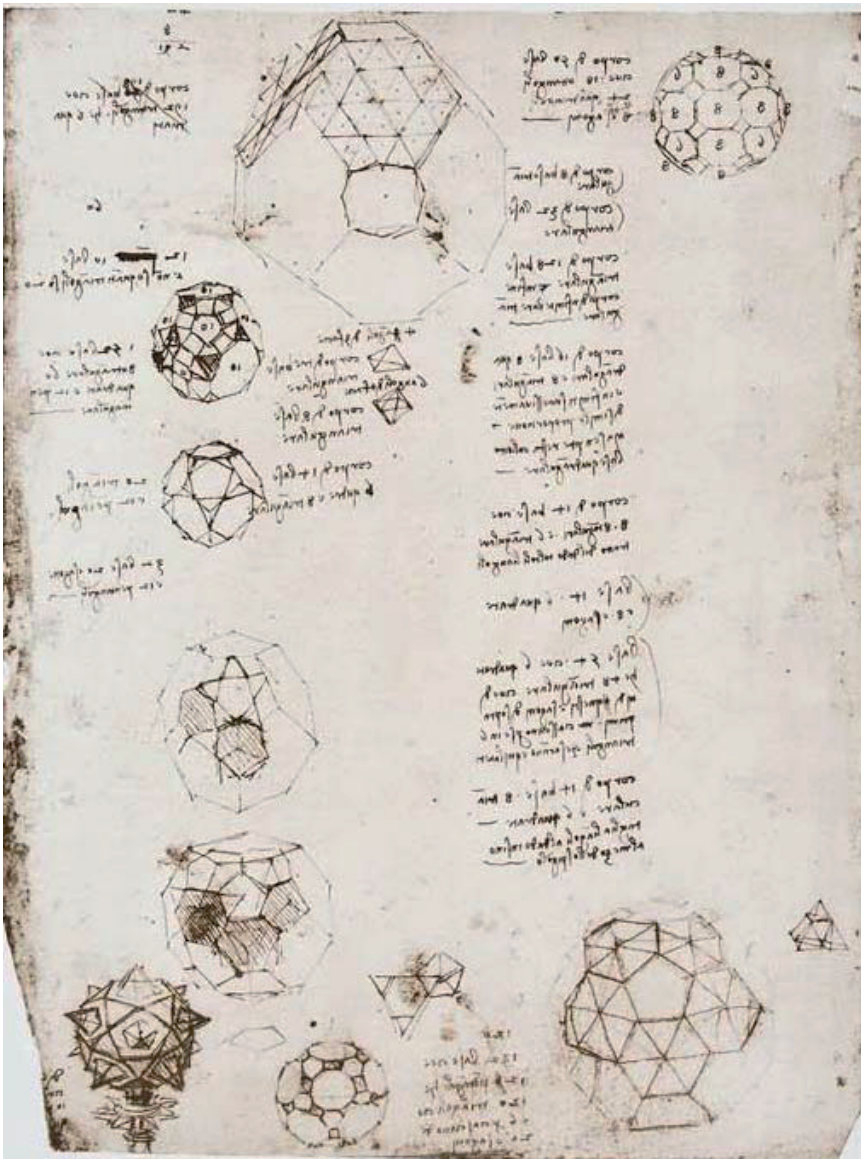
Leonardo: Codice Atlantico, f. 707r. (Dodecaedro absciso vacuo). Pacioli, *Divina proportione,* 1509. Tavola del dodecaedro absciso vacuo.



Leonardo: Codice Atlantico, f. 708r. (Dodecaedro absciso). Pacioli, *Divina proportione*, 1509. Tavola del dodecaedro absciso vacuo.

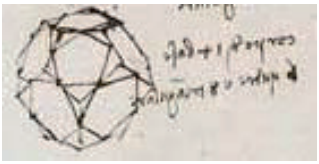
Indizi di questo metodo dei tagli a metà o a 1/3 degli spigoli del poliedro originario si trovano anche in un foglio del Codice Atlantico nel quale compaiono peraltro anche poliedri semiregolari non contenuti nei manoscritti (1498) e nell'edizione a stampa (1509) della *Divina proportione*.

Il foglio 735v del Codice Atlantico contiene 9 poliedri semiregolari e mostra anche le fasi operative della loro costruzione.

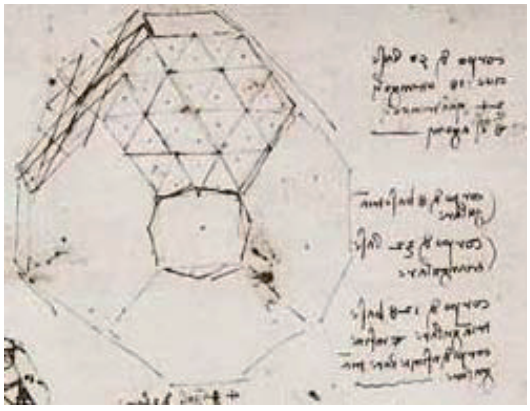


Leonardo da Vinci, *Codice Atlantico*, f. 735v. Costruzione di poliedri semiregolari

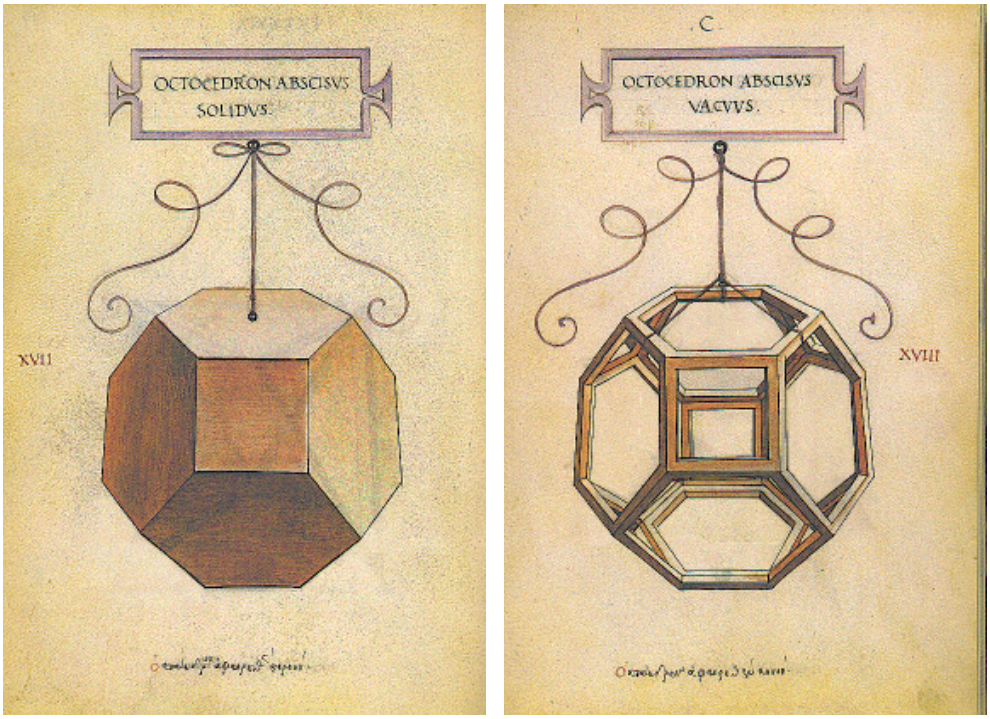
La costruzione del dodecaedro absciso o "scapezzo" è rintracciabile in questo schizzo di Leonardo dove i lati del dodecaedro vengono tagliati a metà dando origine a 12 pentagoni e 20 triangoli equilateri.



Lo stesso metodo viene utilizzato dal vinciano nei tentativi di costruzione degli altri solidi semiregolari presenti in questo foglio. Il poliedro in alto al centro è un ottaedro tronco o, come dice Pacioli "scapezzo", costituito da 8 esagoni e 6 quadrati.

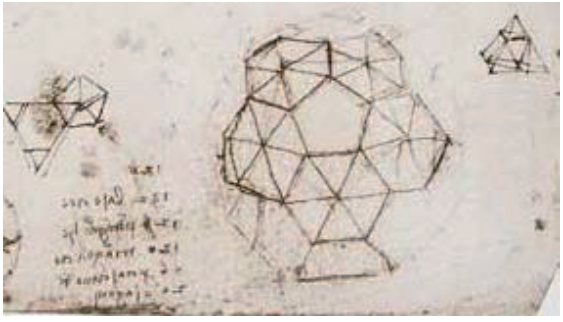


Questo poliedro si ottiene dall'ottaedro regolare tagliando tutti gli spigoli del solido ad una distanza di 1/3 della lunghezza dei lati ("nella terza parte de ciascun suo lato uniforme tagliato"). Pacioli lo descrive nella *Divina proportione* (c. 54v) e lo correda delle tavole leonardesche (XVII e XVIII). Nel foglio del Codice Atlantico compare soltanto uno schizzo con l'indicazione (nella colonna scritta a sinistra) del numero delle facce: "Base 14: 6 quadrate e 8 esagonali". Leonardo poi si diverte a dividere gli esagoni in triangoli equilateri per ottenere il corpo di 54 basi: "Base 54: cioè 6 quadrate e 48 triangulare, cioè dividi questi esagoni di sopra primi, ciascuno per sé in 6 triangoli che saranno equilateri".



Tavole XVII-XVIII: Ottaedro scapezzo, solido e vacuo

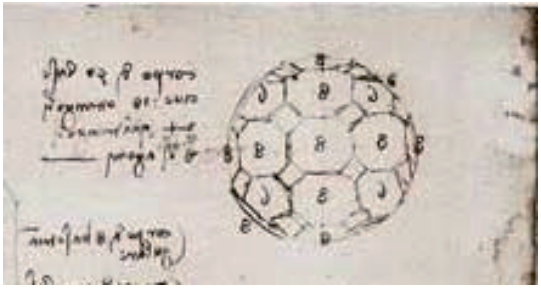
Un altro corpo archimedeo presente nella *Divina Proportione* (tavole XXIII e XXIV) e schizzato in questo foglio del Codice Atlantico è l'icosaedro tronco, costituito da 20 esagoni e 12 pentagoni e ottenuto dall'icosaedro "quando - come dice Pacioli - ciaschun suo lato nela sua terza parte uniforme se taglino".



Nello schizzo di Leonardo è presente sia il disegno dei tagli di ciascuna base triangolare ad un terzo del lato (in alto a sinistra di questo particolare), sia il risultato intermedio ottenuto, in cui si mostra un pentagono e 5 esagoni.

Ciascun esagono viene poi diviso nei 6 triangoli equilateri costituenti per ottenere quello che Leonardo considera un corpo di 132 basi (12 pentagoni e 120 triangoli).

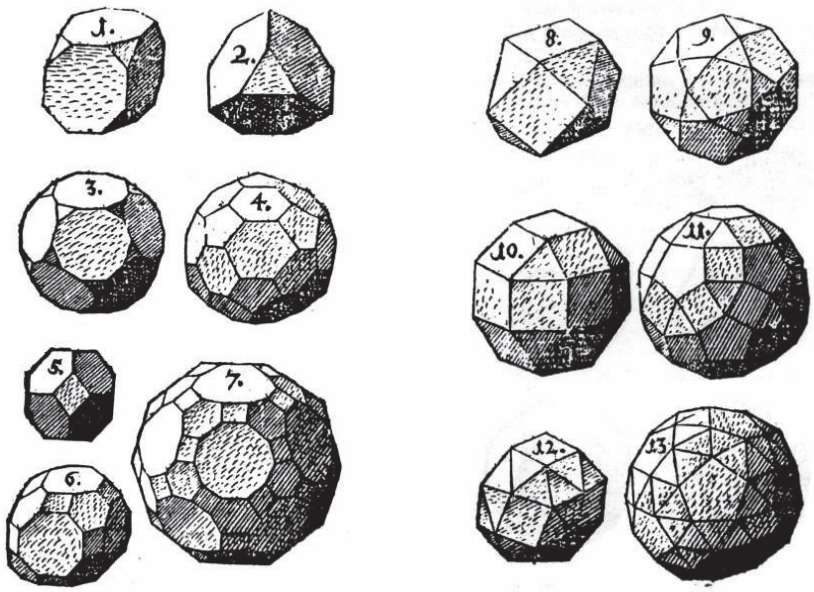
L'interesse di Leonardo per i poliedri, nato senza dubbio dall'incontro con Pacioli e dalla necessità di disegnare le tavole per illustrare la *Divina Proportione*, evidentemente non si limitò a una superficiale e pedissequa riproduzione di modelli già costruiti in legno. Proprio gli schizzi di questo foglio del Codice Atlantico dimostrano che il vinciano si esercitò nella costruzione di corpi che esulano anche dall'opera pacioliana e mostrano l'abilità di Leonardo nell'inventare nuovi sferoidi, diversi da quelli realizzati dal frate di Sansepolcro. È questo il caso, ad esempio, delle altre figure disegnate dal vinciano nel foglio 735 verso del Codice Atlantico. Partiamo con quella in alto a sinistra:



Leonardo si limita ad indicare, mediante i numeri scritti sulle facce dei poligoni, il tipo di figura che ipotizza. Si tratta di un poliedro di 50 basi costituito - come precisa Leonardo- da "18 ottangoli [ottagoni regolari], 24 quadrangoli, 8 esagoni". Nulla però si aggiunge sulla sua genesi, né il poliedro è uno dei 13 archimedei descritti successivamente da Kepler in *Harmonices mundi libri V*.

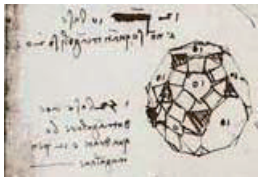
Un altro poliedro degno di attenzione è quello disegnato in fondo al foglio 753 nella zona centrale:

Nel testo di Leonardo non è presente alcuna indicazione circa questo sferoide ma si può riconoscere in esso un icosidodecaedro tronco (30 quadrati, 20 esagoni e 12 decagoni). Così del resto viene indicato e descritto nell'opera di Kepler, classificato al n°. 7 tra i 13 poliedri archimedei.



J. Kepler, *Harmonices mundi libri V*, Linz 1619, libro II, pp. 63-64. Classificazione dei poliedri Archimedei: **1) esaedro tronco** (6 ottagoni+8 triangoli equilateri); **2) tetraedro tronco** (4 esagoni + 4 triangoli equilateri); **3) dodecaedro tronco** (12 decagoni+20 triangoli equilateri); **4) icosaedro tronco** (12 pentagoni+20 esagoni regolari); **5) ottaedro tronco** (6 quadrati+8 esagoni); **6) cubottaedro tronco** (12 quadrati+8esagoni+6ottagoni regolari); **7) icosidodecaedro tronco** (30 quadrati+20 esagoni+12 dodecagoni); **8) cubottaedro** (6 quadrati+8 triangoli equilateri); **9) icosidodecaedro** (12 pentagoni + 20 triangoli equilateri); **10) rombicubottaedro** (18 quadrati+8 triangoli equilateri); **11) rombicosidodecaedro** (12 pentagoni+30 quadrati+20 triangoli equilateri); **12) cubo mozzato** (6 quadrati + 32 triangoli equilateri); **13) dodecaedro mozzato** (12 pentagoni + 80 triangoli).

Potrebbe sembrare archimedeo anche il poliedro della colonna di sinistra che Leonardo dice essere composto di 152 basi ("cioè 80 triangulare, 60 quadrate e 12 pentangulare").

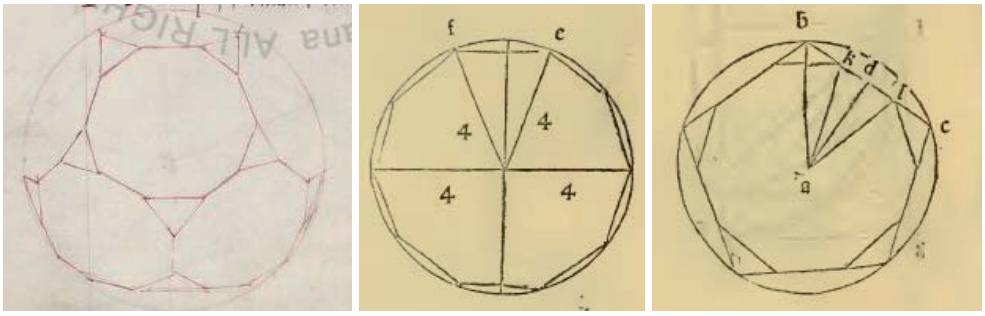


Di esso compare schizzata soltanto una parte che sembra assomigliare al rombicosidodecaedro di Kepler (n°.11, 12 pentagoni, 30 quadrati, 20 triangoli equilateri). A far sorgere dubbi, però, è il numero eccessivo delle facce indicate

da Leonardo (152 anziché 62). Perché l'artista vinciano fornisce questa cifra di 152 facce? Leonardo probabilmente, dopo aver costruito su una faccia decagonale del poliedro originario un pentagono, 5 quadrati e 5 triangoli equilateri, moltiplica tutto per 12 e ottiene 12 pentagoni, 60 quadrati e 60 triangoli. A questi ultimi 60 triangoli aggiunge poi i 20 triangoli equilateri del poliedro originario ottenendo quindi 80 triangoli per un totale di facce pari a 152. Qui Leonardo non tiene conto del fatto che moltiplicare per 12 il numero dei triangoli e dei quadrati è errato poiché 30 quadrati e 60 triangoli sono in comune ai 12 pentagoni e quindi il numero complessivo delle facce è 62 anziché 152.

Il 10 ripetuto sulle facce del poliedro originario e i calcoli da noi eseguiti dimostrano che il poliedro dal quale parte Leonardo è il dodecaedro tronco (n°. 3 della classificazione di Keplero), costituito da 12 decagoni e 20 triangoli equilateri.

Anche di questo poliedro non v'è traccia nella *Divina proportione*, ma il poliedro è presente nel *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero (casus 3 del IV trattato), ben noto a Pacioli che ne pubblica una versione volgare nell'edizione a stampa della *Divina proportione* del 1509, nella quale però sono presenti soltanto le figure preliminari della costruzione e non la forma del poliedro inscritta nella sfera, che invece si trova nell'Urb. Lat. 632[39].



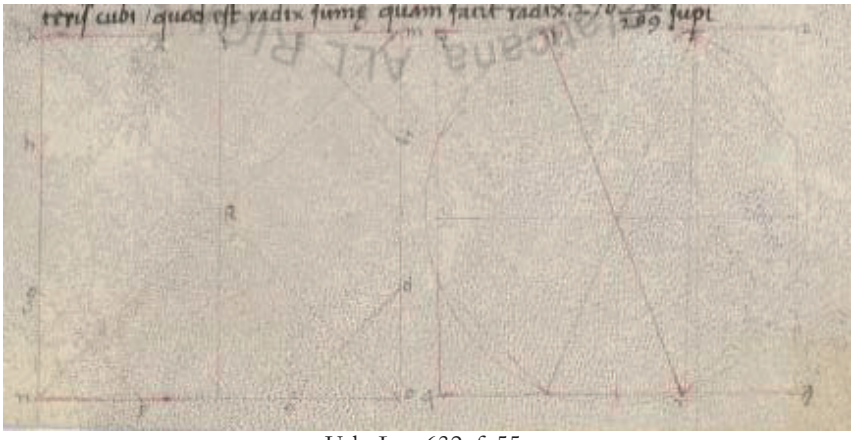
Dodecaedro tronco nell'Urb.Lat.632, f. 53v, Disegni relativi al *casus 3* del *Libellus*, sulla costruzione delle facce decagonali del dodecaedro tronco nell'edizione volgare di Pacioli del 1509, f. 21v.

[39] Il disegno delle due figure relative al *casus 3* del *Libellus* (il dodecaedro tronco), mostra come ricavare il lato del decagono a partire dalla base pentagonale del dodecaedro originario, ma non fa apparire le tre dimensioni del solido, limitandosi alla pianta di una delle 12 basi del dodecaedro. Si vuole prendere sulla "parte media" del lato *bc* del pentagono (fig. a sinistra), un segmento *kl* pari al lato del decagono regolare inscritto nello stesso cerchio. Il raggio del cerchio è pari al lato dell'esagono in esso inscritto, e "per la 9ª del 13° de Euclide, a devidere il lato delo exagono secondo la proportione avente mezzo e doi extremi, la magiore parte è lato del decagono in uno medesimo circulo descritti". Procedendo con i calcoli, sulla base dei dati del problema, si ottiene la misura del lato *kl* dei 12 decagoni e quindi dei 20 triangoli che compongono il dodecaedro tronco.

Non è azzardato ipotizzare per questo foglio del Codice Atlantico una certa dipendenza di Leonardo dall'opera di Piero sui poliedri semiregolari. È probabile che Pacioli abbia sottoposto all'attenzione di Leonardo i problemi di rappresentazione di alcuni poliedri presenti nel *Libellus* di Piero e descritti soltanto nelle loro misure e nel procedimento costruttivo. Non a caso nell'edizione a stampa del *Libellus* Pacioli, in un brano da lui aggiunto al testo di Piero, si rammarica con il lettore di non poter rappresentare tutti i poliedri trattati nel testo per la mancanza di "un bono perspectivo", in grado di disegnarli.

Lectore non te maraviliare se de simili corpi composti de diverse e varie base non te se mette sempre in margine loro figure conciosia che le sieno difficilime farle in desegno, però che bisogna che sieno facte per mano de bono perspectivo quali non si possano sempre havere a sua posta, sì comme per sua humanità feci el nostro Lionardo da Vinci, siando a Milano, ali medesimi stipendii delo excellentissimo signor Duca di quello Ludovico Maria Sforza etc. Ma quando in questo de sopra e ancora sequente se sieno posti dinanze in principio in perspectiva de sua mano recorri però che da quelli, comme a suo luogo denanze fo dicto al capitulo LV, lor forme procedano in infinito e se ben guardi fra quelli non fo formato el corpo de decagoni pur in questo l'abiam messo al terzo tractato per terzo caso e tu degli altri potrai el simile fare, etc.

A ben guardare, in realtà, oltre al corpo formato "de decagoni", cioè il dodecaedro tronco, non si trova tra le tavole della *Divina proportione* nemmeno il cubo tronco. Questo poliedro compare, però, nel *casus 5,* (n°1 della classificazione di Keplero) del IV trattato del *Libellus* e presenta, il disegno finalizzato ad esemplificare il procedimento costruttivo di una delle sei facce ottagonali descritto nel testo[40].

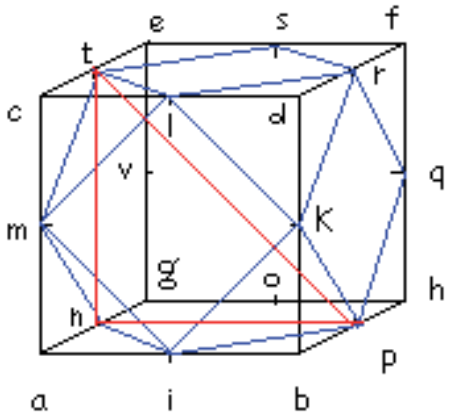


Urb. Lat. 632, f. 55r

[40] Piero della Francesca, *Libellus de quinque corporibus regularibus,* Biblioteca Apostolica Vaticana, ms. Urb. Lat. 632, f. 53v.

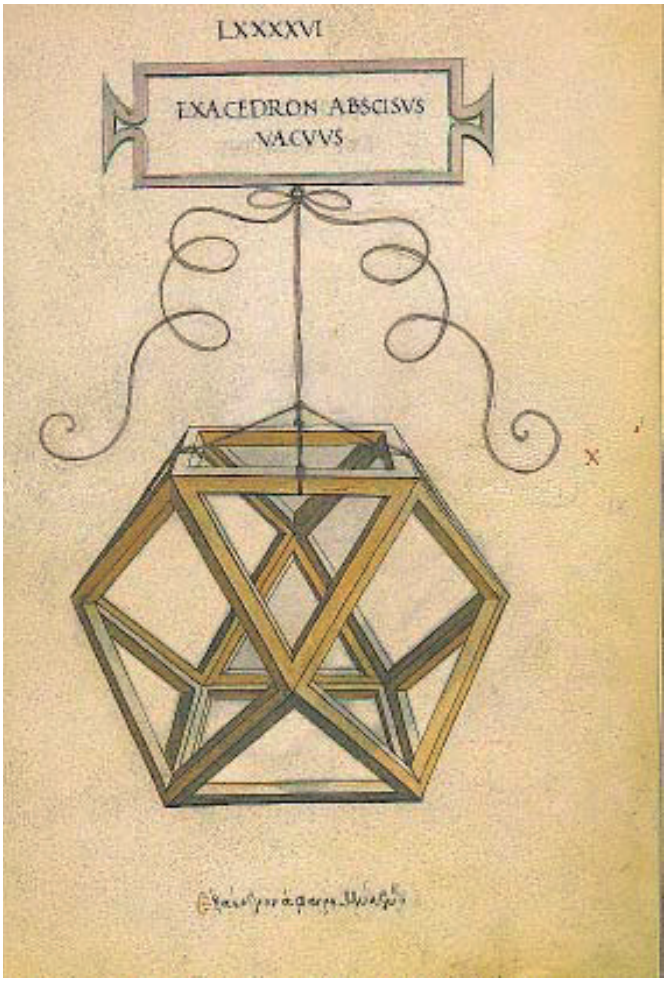
Pacioli confida nella capacità del lettore ("tu degli altri potrai el simile fare") di visualizzare tridimensionalmente i poliedri descritti, ma è certo che la descrizione della costruzione non è affatto sufficiente a questa operazione.

Leonardo nel foglio 735 del Codice Atlantico visualizza in tre dimensioni il dodecaedro tronco e allude anche al cubo tronco, quando, nell'elenco di poliedri contenuto nella colonna di sinistra del foglio, scrive: "Corpo di 14 base: 6 ottangulari e 8 triangulare, tratto dal dado, toltoli gli angoli". Del cubo tronco (n°. 1 della classificazione di Keplero dei poliedri archimedei), che Leonardo chiama dado, non c'è traccia. Fra gli schizzi del foglio 735v, compare però la figura del "corpo del 14 base - 8 triangulare e 6 quadrate" cioè del cubottaedro (n°. 8 della classificazione di Keplero) già trattato da Pacioli nella *Summa*,[41] di cui Leonardo descrive lapidariamente il metodo per disegnarlo: "Taglia gli angoli al dado insino al mezzo dello spigolo" - e il "corpo di 16 base: 8 quadrangulari e 8 triangulari, e infiniti successivamente de simile proporzione".



Costruzione del cubottaedro a partire dal cubo.

[41] Cfr. CIOCCI 2003, pp. 106-107.



Cubottaedro nella *Divina proportione*. Tavola X

Di altri corpi semiregolari, descritti o disegnati da Leonardo, non furono poi prodotte tavole da inserire nella *Divina proportione* di Pacioli. Il testo a stampa, tuttavia, sebbene entro i limiti grafici consentiti dalle incisioni, presentava ad artisti e matematici la novità di disegni che traducevano in immagini tridimensionali le verità geometriche dimostrate da Euclide.

Conclusione

Nella rappresentazione dei cinque solidi platonici e di quelli da essi dipendenti, la tradizione iconografica che precede l'opera di frate Luca è riconducibile sostanzialmente a due modelli: quello della trasmissione manoscritta e dell'*editio princeps* degli *Elementi* di Euclide; e quello di Piero della Francesca contenuto nel *Libellus de quinque corporibus regularibus*. Nel primo caso il disegno di geometria è funzionale all'intelligibilità delle dimostrazioni euclidee dei teoremi contenuti nel XIII libro dell'opera di Euclide; nel secondo, invece, i disegni di Piero dei poliedri, in proiezione ortogonale o in assonometria rappresentano una scelta grafica tanto originale quanto adatta ad illustrare i problemi di stereometria di contenuto euclideo risolti con lo stile tipico dei trattati d'abaco. I due stili grafici corrispondono a due diversi stili del testo matematico: Euclide dimostra i teoremi che riguardano l'inscrizione dei poliedri regolari nella sfera; Piero risolve aritmeticamente problemi sugli sferoidi, sfruttando le proprietà dimostrate negli *Elementi*.

Le tavole della *Divina proportione* non assolvono né l'uno, né l'altro compito. I disegni di Leonardo non hanno lo scopo di aiutare il lettore a costruire i passaggi delle dimostrazioni di Euclide, né illustrano problemi di stereometria risolti mediante i metodi aritmetici tipici della matematica abachistica. I poliedri di Leonardo e Pacioli sono visualizzazioni tridimensionali di oggetti materiali, che scendono dal mondo della geometria pura di Euclide e si incarnano in modelli di legno dai connotati meramente estetici. Gli sferoidi della geometria euclidea, intrisi di metafisica platonica, diventano così un genere artistico che, grazie all'ampia diffusione dell'edizione a stampa della *Divina proportione*, conosceranno nel corso nel XVI secolo un notevole successo nelle tarsie di Fra' Giovanni da Verona, nei trattati di teoria artistica di Albrecht Dürer e Daniele Barbaro; e nei prodotti di alto artigianato ispirati ai poliedri, come accade fra gli orafi di Norimberga, fra i costruttori di orologi poliedrici e fra i tipografi[42].

[42] Sulla fortuna della *Divina proportione* cfr. CIOCCI 2003, pp. 149-170.

BIBLIOGRAFIA

ALBERTI 1980, L. B. Alberti, *De pictura*, a cura di C. Grayson, Roma-Bari, Laterza, 1980, 31, p. 54.
BALDASSO 2010, R. Baldasso, *The Portrait of Luca Pacioli and Disciple: a New Mathematical Look*, in "Art Bulletin" March-June 2010, Vol. XCII, n°. 1-2, pp. 83-102.
BALDASSO, LOGAN 2017, R. Baldasso - J. Logan, *Between Golden Ratio and a Semiperfect Solid: Fra Luca Pacioli and the Portrayal of Mathematical Humanism* in *Visual Culture and Mathematics in the Early Modern Period*, edited by Ingrid Alexander-Skipnes, New York and London, Routledge, 2017, pp. 130-149.
BAMBACH 1990, Bambach Carmen C., *Pounced Drawings in the Codex Atlanticus*, in *Achademia Leonardi Vinci*, 3 (1990), pp. 129-131.
BAMBACH 1999, Bambach Carmen C., *Drawing and Painting in the Italian Renaissance Workshop: Theory and Practice, 1300-1600*, Cambridge, Cambridge University Press, 1999, pp. 111-114.
BONCOMPAGNI 1879, Boncompagni Baldassarre, *Intorno alle vite inedite di tre matematici (Giovanni Dank di Sassonia, Giovanni de Lineriis e Fra' Luca Pacioli da Borgo San Sepolcro)*, in «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche» vol. XII, 1879, p. 352-438.
CIOCCI 2003, Ciocci Argante, *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere*, Bari, Cacucci, 2003.
CIOCCI 2009, Ciocci Argante, *Luca Pacioli. Tra Piero della Francesca e Leonardo*, Sansepolcro, Aboca Museum Edizioni, 2009, parte I, pp.19-91.
CIOCCI 2011, Ciocci Argante, *Il Doppio ritratto del poliedrico Luca Pacioli*, in "De Computis. Revista Española de Historia de la Contabilidad ", dicembre 2011, n. 15, pp. 107-130.
CONTIN, ODIFREDDI, PIERETTI 2010, Contin Duilio, Odifreddi Piergiorgio, Pieretti Antonio, *Antologia della Divina proportione*, Aboca Museum Edizioni, 2010.
DALAI EMILIANI 1987, Dalai Emiliani Marisa, *Raffaello e i poliedri platonici,* in *Studi su Raffaello. Atti del Congresso Internazionale di Studi su Raffaello*, a cura di M. Sambucco Hamoud e M.L. Strocchi, Urbino, 1987.
DALAI EMILIANI 1991, Dalai Emiliani Marisa, *Figure rinascimentali dei poliedri platonici: qualche problema di storiografia e autografia*, in P.C. Marani (a cura di), *Fra Rinascimento, Manierismo e Realtà. Scritti di storia dell'arte in memoria di Anna Maria Brizio*, Firenze, 1984, pp. 7-16.
DE TONI 1905-1906, De Toni G.B., *Leonardo da Vinci e Luca Pacioli*, in "Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", LXV, 1905-1906, pp. 1145-1148.

DE TONI 1911, De Toni G. B., *Intorno al codice sforzesco "De divina proportione" di Luca Pacioli e i disegni geometrici di quest'opera attribuiti a Leonardo da Vinci*, in "Frammenti vinciani", parte V, Modena, Vincenzi e Nipoti, 1911, pp. 52-79.
DI TEODORO 1996, Di Teodoro Francesco Paolo, *Per una filologia del disegno geometrico,* in *Piero della Francesca tra arte e scienza*, in M. Dalai Emiliani e V. Curzi (a cura di), *Piero della Francesca tra arte e scienza*, Venezia, Marsilio, 1996, pp. 253-268.
EUCLIDES 1482, Euclides, *Opus elementorum Euclidis…in id quoque Campani perspicacissimi Commentationes finiunt…*, Erhardus Ratdolt Augustensis impressit, Venetiis, 1482.
FIELD 1996-97, Field Judith Veronica, *Rediscovering Archimedean Polyhedra: Piero della Francesca, Luca Pacioli, Leonardo da Vinci, Albrecth Dürer, Daniele Brabaro, and Johannes Kepler*, in "Archive for History of Exact Sciences", n. 50 (3-4) 1996-1997, pp. 241-289.
GAMBA 2010, Gamba Enrico, *Proviamo a rileggere il "Doppio ritratto" di Luca Pacioli* in F. M. Cesaroni, M. Ciambotti, E. Gamba, V. Montebelli, *Le tre facce del poliedrico Luca Pacioli*, Quaderni del Centro Internazionale di Studi Urbino e la Prospettiva, Urbino, Age, 2010, pp. 81-97.
GAMBA, MONTEBELLI 1996, Gamba Enrico, Montebelli Vico, *La geometria nel* Trattato d'abaco *e nel* Libellus de quinque corporibus regularibus *di Piero della Francesca: raffronto critico*, in M. Dalai Emiliani e V. Curzi (a cura di), *Piero della Francesca tra arte e scienza*, Venezia, Marsilio, 1996, pp. 253-268.
JOHANNES DE MURIS 1998, Johannes de Muris *De arte mensurandi. A geometrical Handbook of the Fpurteenth Century*, a cura di H.L.L. Busard, Stuttgart 1998.
KEMP 1995, M. Kemp, *La scienza dell'arte*, tr. it., Firenze, Giunti, 1995.
LEONARDO DA VINCI 1970, *The Literary Works of Leonardo da Vinci*, a cura di H. P. Richter, 2 voll. New York e Londra, 1970.
MARANI 2013, Marani Pietro C., *Lo "spolvero" dei cartoni e dei disegni di Leonardo: Nuove evidenze per la duplicazione, la seriazione e la correzione delle immagini*, in *Studi in onore di Maria Grazia Albertini Ottolenghi*, eds. Marco Rossi, Alessandro Rovetta, Francesco Tedeschi, Milano, Vita e Pensiero, 2013, pp. 99-108.
MARANI 2014, Marani Pietro C., *L'occhio di Leonardo. Studi di ottica e prospettiva. Disegni di Leonardo dal Codice Atlantico*, Novara, De Agostini, 2014.
MARANI 2016, Marani Pietro C., *Leonardo's* Cartonetti *for Luca Pacioli's Platonic Bodies* in Constante Moffat and Sara Taglialagamba (eds.), *Illuminating Leonardo. A Festschrift for Carlo Pedretti Celebrating His 70 Years of Scholarship (1944-2014)*, Leiden-Boston., Brill, 2016, pp. 69-84.

MARANI 2016, Pietro C. Marani, *Leonardo's* Cartonetti *for Luca Pacioli's Platonic Bodies* in Constante Moffat and Sara Taglialagamba (eds.), *Illuminating Leonardo. A Festschrift for Carlo Pedretti Celebrating His 70 Years of Scholarship (1944-2014)*, Leiden-Boston., Brill, 2016, pp. 69-84.
MARINONI 1982, Luca Pacioli, *De divina proportione*, Fontes Ambrosiani LXXII, a cura di Augursto Marinoni, Milano, 1982.
PACIOLI 1509, Pacioli Luca, *Divina proportione.Opera a tutti gl'ingegni perspicaci e curiosi necessaria Ove ciascun studioso di Philosophia: Prospectiva Pictura & Sculptura: Architectura: Musica e altre Mathematice: suavissima, sottile e admirabile docrtina consequirà e delelcterassi con varie questione de secretissima scientia*, M. Antonio Capella eruditiss. recensente. A. Paganius Paganinus Characteribus elegantissimis accuratissime imprimebat, Venetiis, 1509.
PEDRETTI 1979, Pedretti Carlo, *The Codex Atlanticus of Leonardo da Vinci: A Catalogue of Its Newly Restored Sheets, Part Two, Volumes VII-XII*, New York, Johnson Reprint Corporation-Harcourt Brace Jovanovich, 1979.
PIERO DELLA FRANCESCA 1995, Piero della Francesca, *Libellus de quinque corporibus regularibus. Corredato dalla versione volgare di Luca Pacioli*, Edizione Nazionale degli scritti di Piero della Francesca, a cura di C. Grayson, M. Dalai Emiliani, C. Maccagni, 2 voll., Firenze, Giunti, 1995.
ROVETTA 1998, Rovetta Alessandro, *I dipinti di Leonardo e dei leonardeschi* in *L'Ambrosiana e Leonardo*, exh, cat., Milano, Biblioteca-Pinacoteca Ambrosiana, 1 Dicembre 1998-30 Aprile 1999, ed. Pietro C. Marani, Marco Rossi, Alessandro Rovetta, Novara, Interlinea 1998, pp. 134-139.
SORCI 2001, Sorci Alessandra, *"La forza de le linee", prospettiva e stereometria in Piero della Francesca*, SISMEL, Edizioni del Galluzzo, 2001.
ULIVI 1994, Ulivi Elisabetta, *Luca Pacioli: una biografia scientifica*, in Maccagni Carlo, Giusti Enrico (a cura di), *Luca Pacioli e la matematica nel Rinascimento*, Firenze, Giunti, 1994.
VERSERIO 2010, Marco Verserio, Codex Atlanticus: *Leonardo, la politica e le allegorie: Disegni di Leonardo dal Codice Atlantico*, exh., cat., Milano, Biblioteca Ambrosiana, Novara De Agostini, 2010, pp. 142-145.

BRUNO D'AMORE

Le competenze di Leonardo in matematica

1. Introduzione

«Scienza e umanesimo: un tema antico e anche un po' consunto», osserva non senza ragione, J. Bruner. «Quando si evocava questo vecchio tema, lo si faceva o per mettere in luce la ricchezza e il calore perenni delle discipline umanistiche (in contrasto con la freddezza della scienza) o per esaltare la distaccata razionalità della scienza (in contrasto con l'evanescenza e la partigianeria delle discipline umanistiche)» (BRUNER, 2005, p. 56).

Questa posizione merita un approfondimento: infatti, seguendo ancora Bruner, al di là di una vecchia contrapposizione ormai insostenibile, «scienza e discipline umanistiche hanno finito per essere viste entrambe come prodotti artificiali della mente umana, come creazioni che scaturiscono da diversi modi di usarla. Il mondo del *Paradiso perduto* di Milton e quello dei *Principia* di Newton non esistono solo nella mente degli uomini; entrambi esistono nel "mondo oggettivo" della cultura» (BRUNER, 2005, pp. 56-57; il riferimento conclusivo è a Popper (1983); uno spunto critico può essere visto ad esempio in: D'AMORE, 2001).

Proprio nel mondo oggettivo della cultura è dunque necessario inquadrare ogni momento della storia del pensiero umano e in particolare quella grande "rivoluzione rinascimentale" che L. Geymonat e R. Tisato riassumono in tre componenti: «1) recupero del mondo classico e formazione di una nuova concezione, della natura e di Dio; 2) travaglio religioso e frattura del *corpus christianorum* in Chiesa riformata e Chiesa cattolica; 3) elaborazione del metodo matematico-sperimentale e conseguente avvio alla scienza moderna» (GEYMONAT, TISATO, 1970, p. 7). Se spesso gli elementi 1) e 2) sono stati considerati di primaria importanza dagli storici, recentemente «si comincia a comprendere che il terzo fu forse più importante, da un punto di vista storico generale, dei primi due, ai quali peraltro - in specie al primo - è strettamente connesso» (GEYMONAT, TISATO, 1970, p. 7; CONTI, 1992).

Il fatto che la rivoluzione rinascimentale sia da porre in relazione con l'esordio della scienza moderna evidenzia che il periodo a cui facciamo riferimento deve essere considerato uno dei più vivaci e stimolanti dell'intera storia della cultura occidentale e che la sua influenza sulla vita e sulla cultura dei giorni nostri è vasta e importante; anche solo un primo accostamento critico a esso, dunque, può rivelarsi assai delicato. Gli interessi coltivati (non solo scientifici), i parametri metodologici, gli standard di rigore sono, tra il

Quattrocento e il Cinquecento, in pieno divenire: la diffusione della stampa a caratteri mobili, ad esempio, si sviluppa dalla seconda metà del XV secolo (ROMANO, 1969). Al Rinascimento va fatta risalire la svolta che portò artisti e matematici a elaborare le regole precise per la rappresentazione del reale (CASSINA, 1921; BONELLI, 1978), norme codificate in importanti trattati sistematici: le idee di Filippo Brunelleschi (1377-1446) furono riprese da Leon Battista Alberti (1404-1472), autore del lavoro *Della Pittura* (1435-1436, stampato nel 1511). Piero della Francesca (1412?-1492), uno dei massimi pittori del XV secolo e di tutta la storia dell'arte, è anche un profondo matematico (ARRIGHI, 1982): egli nel 1475 circa scrisse *De prospectiva pingendi*, il più importante trattato sulla prospettiva rinascimentale (PIERO DELLA FRANCESCA, 1982); ricordiamo che Piero è anche autore di due opere di argomento matematico: una di esse è *De quinque corporibus regularibus* (ripresa e pubblicata a Venezia nel 1509 in lingua italiana da Luca Pacioli nella III parte del *De divina proportione*: MANCINI, 1915); l'altra opera matematica di Piero è il *Trattato d'abaco* (BAGNI, D'AMORE, 1994). Paul K. Feyerabend (1924-1994) osserva tuttavia che «una tendenza dominante nelle discussioni metodologiche è quella di accostarsi ai problemi della conoscenza, per così dire, *sub specie aeternitatis*. Le formulazioni vengono affrontate fra loro senza alcun riguardo alla loro storia» (FEYERABEND, 2003, p. 119). Non sarà forse superfluo chiarire che non esiste alcuna forma di sapere (scientifico o di qualsiasi altra specie) che possa essere considerata indipendente da una collocazione storica. Accettiamo dunque, da parte dello stesso Autore, la convinzione che l'intera conoscenza umana «è un *processo storico* complesso ed eterogeneo che contiene anticipazioni ancora vaghe e incoerenti di future ideologie accanto a sistemi teorici molto sofisticati e a forme di pensiero antiche e fossilizzate. Alcuni suoi elementi sono disponibili nella forma di asserzioni scritte chiare e precise, mentre altri sono nascosti e diventano noti solo per contrasto, per confronto con opinioni nuove e insolite» (FEYERABEND, 2003, p. 120, corsivi nel testo).

Queste premesse saranno utili per considerare nella sua ricchezza la figura di Leonardo da Vinci (1452-1519) e i suoi rapporti, non semplici, con la matematica.

2. Leonardo da Vinci

Secondo A. Rupert Hall e Marie Boas Hall, «nel XV secolo l'Italia era la più prospera e colta regione d'Europa. Fu qui che per primo, e con maggior rigoglio, fiorì il Rinascimento dell'arte e della letteratura, della scienza e della tecnologia» (HALL, BOAS HALL, 1979, p. 177). E fu in questo ambiente che uomini come Leonardo ebbero la possibilità di esprimere la propria eccezionale,

ricchissima personalità. Eppure, anche se le università italiane del XVI secolo eccellevano per il livello dei loro insegnamenti (seguiamo ancora: HALL, BOAS HALL, 1979, p. 177), dobbiamo tuttavia ricordare che Leonardo fu per tutta la vita amareggiato d'essere "omo sanza lettere", per sua stessa dichiarazione, in quanto i suoi studi da autodidatta non gli avevano permesso di conoscere né il latino né il greco, e ciò rendeva impossibile un accesso diretto alle opere classiche, specialmente scientifiche, scritte appunto in quelle due lingue. Dunque Leonardo sviluppò il proprio genio ai margini o addirittura al di fuori delle scuole di pensiero "ufficiali" (BAGNI, D'AMORE, 2006).

Potrà essere interessante fare riferimento, ad esempio, a uno dei campi di ricerca ritenuti, all'epoca, più importanti e significativi: l'astronomia. I grandi pionieri rinascimentali, Georg Peurbach (1423-1461) e Johannes Müller Regiomontanus (1436-1476), speravano che la disponibilità dell'*Almagesto* tolemaico in lingua greca potesse portare a una rivisitazione dell'antico sistema geocentrico che, nella versione originale, era affetto da notevoli deficienze (evidenziate dal pesante scostamento delle osservazioni dalle previsioni). Invece le riflessioni di un astronomo che fu profondo conoscitore di Tolomeo, riflessioni maturate proprio durante i suoi studi a Padova, a Ferrara e soprattutto a Bologna (con Domenico Maria Novara negli ultimi quattro anni del XV secolo) portarono a un vero, radicale e definitivo ribaltamento di prospettiva: quell'astronomo, Nicola Copernico (1473-1543), comprese che proprio la sfera che Tolomeo assegnava a ogni pianeta e al Sole rifletteva il moto reale della Terra e tra il 1507 e il 1515 iniziò a scrivere il proprio *De revolutionibus orbium coelestium* (che pubblicò solo poco prima di morire, nel 1543). In una fase così vivace dello sviluppo dell'astronomia, quale fu la posizione assunta da Leonardo?

Nel Codice Atlantico e nel Codice Leicester (ex Codice Hammer) troviamo innumerevoli annotazioni e spunti. Ma il carattere sempre incostante di Leonardo (VASARI, 1964, NARDINI, 2004) gli impedì di concretizzare il progetto di un trattato sul "cielo" e sul "mondo" che avrebbe dovuto affiancare gli studi di astronomia a quelli di geologia. I pochi appunti che ci restano appaiono spesso contraddittori: da un lato indicano che Leonardo riteneva la Terra al centro del sistema, dall'altro esprimono a volte perplessità a proposito del moto del Sole; in alcune occasioni lo studio dei corpi celesti veniva poi ricondotto a questioni di illuminazione, proprio nella prospettiva di quella "arte-scienza" che si traduce «in un vantaggio per il pittore, ma anche in un forte impegno della sua attività intellettuale, [vera] chiave del progetto leonardesco, di per sé assurdo, di ricomporre globalmente il sapere» (CHASTEL, 1978, p. 815). Un progetto forse assurdo, come sottolinea André Chastel (1912-1990), ma una

sfida affascinante, maturata nello spirito (anche se, come rilevato, al di fuori della cultura "ufficiale") dell'epoca: il genio del mancino di Vinci si sviluppò dunque in termini quasi anarchici, in forma spesso isolata.

Dall'astronomia è spontaneo passare alla matematica. Karl Jaspers (1883-1969), grande filosofo e psichiatra tedesco, in una conferenza tenuta più di mezzo secolo fa al Kunsthistorisches Seminar dell'Università di Basilea, rileva che «in Leonardo il discorso matematico è in verità frequente. Ci sono rimasti di lui molti schizzi matematici»; ma «ci si può domandare: sa in generale Leonardo cosa sia la matematica?» (JASPERS, 2001, p. 36; inoltre: LORIA, 1929-1933; MARCOLONGO, 1937; MARINONI, 1982). In effetti, i rapporti tra Leonardo e la matematica furono influenzati da molti fattori, tra i quali l'importante amicizia (MARINONI, 1986) con Luca Pacioli (1445-1514), e non portarono, come vedremo, a risultati davvero significativi, frutto di ricerche organiche. Come sopra notato, il carattere incostante ha portato Leonardo a indagare di tutto, frequentemente con folgoranti intuizioni che si sono però limitate a restare tali. Anche Jaspers ammette: «un dato di fatto è evidente: Leonardo era un frammentario»; tuttavia bisogna ricordare che «l'opinione secondo la quale egli si sarebbe disperso, perché lunatico, è contraddetta dall'ostinazione e dall'estrema esattezza del suo effettivo lavoro» (JASPERS, 2001, p. 103).

3. Leonardo e il suo tempo

Non è semplice, in generale, accostarsi a un personaggio storico. Hans G. Gadamer (1900-2002) osserva che spesso lo studioso di storia sceglie «i concetti con cui descrive la caratteristica fisionomia storica dei suoi oggetti senza fare esplicitamente attenzione alla loro origine e alla loro giustificazione […] senza rendersi conto che l'appropriatezza descrittiva che trova nei concetti che sceglie può essere estremamente pericolosa per le sue intenzioni, nella misura in cui appiattisce ciò che è storicamente lontano su ciò che è familiare» (GADAMER, 2000, p. 809). Dunque la valutazione di un'epoca lontana non può non risentire del bagaglio culturale, e in particolare metodologico, dello storico stesso, dei suoi parametri di valutazione. Una scelta opposta sarebbe inevitabilmente illusoria: sempre riferendosi al comportamento dello storico, Gadamer nota che «la sua ingenuità diventa davvero abissale quando egli comincia a rendersi conto della problematicità della sua posizione, e arriva per esempio a porre come principio che, nella comprensione storica, si debbano lasciar da parte le proprie idee, cercando di pensare solo secondo i concetti dell'epoca che si vuole conoscere» (GADAMER, 2000, p. 809). E si noti, a tale riguardo, che «l'ingenuità non consiste nel fatto che questo principio della coscienza storica rimane lettera morta, perché l'interprete non riesce mai a raggiungere l'ideale di metter

completamente da parte se stesso» (GADAMER, 2000, p. 809). Il problema centrale è ben diverso e certamente più profondo; infatti «*pensare storicamente* significa in realtà *portare a compimento quella trasposizione che i concetti del passato subiscono* quando noi cerchiamo di pensare in base ad essi. Il pensare storicamente comporta sempre costitutivamente una mediazione tra quei concetti e il proprio pensiero» (GADAMER, 2000, pp. 809-811, corsivo nel testo).

Dunque, il nostro sguardo sulla vita e sulla personalità di Leonardo da Vinci non può né dovrebbe prescindere dal nostro moderno bagaglio culturale. Anzi, è proprio la relazione dialettica tra la nostra cultura e i "concetti del passato" che rende infine possibile la nostra comprensione e costituisce ciò che chiamiamo "storia". D'altro canto, com'è ovvio, sarebbe errato pensare di poter trasferire semplicemente gli attuali riferimenti culturali (ad esempio le nostre moderne concezioni sulla delicata questione del "rigore" metodologico) nella considerazione di un periodo storico: una mediazione *deve* comunque avvenire. L'ineliminabile presenza di una «lente non del tutto trasparente» (CONFREY, SMITH, 1994, p. 173), determinata dalle concezioni moderne, rende opportuna l'adozione consapevole di un punto di vista, considerando le distorsioni che ciò ovviamente può introdurre e tenendo presente che, attraverso l'adozione di tale prospettiva, stiamo ponendo in contatto due culture «diverse ma non incommensurabili» (RADFORD, BOERO, VASCO, 2000, p. 165; inoltre: RADFORD, 1997).

La personalità di Leonardo (ma, naturalmente, non intendiamo con ciò affermare che considerazioni analoghe non possano valere anche per altri personaggi dell'epoca) può essere importante e forse decisiva per inquadrare ruolo e attività dello scienziato-artista rinascimentale. Nota Morris Kline (1908-1992) che «gli artisti rinascimentali erano uomini universali, cioè venivano ingaggiati dai principi per portare a termine ogni tipo di incarico, dalla creazione di grandi dipinti alla progettazione di fortificazioni, canali, ponti, macchine da guerra, palazzi, edifici pubblici e chiese. Erano perciò obbligati a imparare la matematica, la fisica, l'architettura, l'ingegneria, il taglio delle pietre, la lavorazione dei metalli, l'anatomia, la lavorazione del legno, l'ottica, la statica e l'idraulica. Lavoravano manualmente e nello stesso tempo affrontavano i problemi più astratti. Almeno nel XV secolo, erano i migliori fisici matematici» (KLINE, 1991, I, p. 271; si vedano in particolare le pp. 253-269; SRUIK, 1981; BAGNI, 1996; GALLUZZI, 1996). E Jaspers sottolinea: «è necessario risalire alla condizione sociologica dell'artista nel Rinascimento. Tutti gli uomini erano sudditi, compreso l'artista, essendo egli assegnato al servizio dei potenti, come principi, città e Chiese. Tuttavia l'artista dotato di qualche talento era ricercato e corteggiato. Lui soltanto non era un suddito, ma uomo libero […] Non aveva importanza la sua

origine, nel suo talento stava la sua patente di nobiltà. Era in suo potere imparare a conoscere tutto quanto esisteva al mondo» (JASPERS, 2001, p. 83).

4. Leonardo e la matematica

Come accennato, è opportuno distinguere l'attività matematica di Leonardo in "prima dell'incontro con Luca Pacioli" e poi. Inizialmente Leonardo non sembra trovarsi a proprio agio neppure con l'aritmetica elementare, ad esempio con le frazioni. Riportiamo alcuni dei tentativi di operare con esse (BAGNI, D'AMORE, 2006):

Codice Atlantico, foglio 191 v.

Leonardo scrive: «(…) sarà $\frac{12}{12}$ cioè $\frac{1}{0}$». Poco oltre, sta trattando con i seguenti numeri: $1\frac{1}{12}$, $1\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{2}$; li trasforma (correttamente) in frazioni improprie: $\frac{13}{12}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{3}{2}$; ora Leonardo somma queste tre frazioni e ottiene $\frac{216}{78}$. Il risultato è del tutto sbagliato, in quanto dovrebbe essere $\frac{45}{12}$ cioè $\frac{15}{4}$. Leonardo sembra non riconoscere 12 come denominatore comune e giunge a quell'improbabile 78.

Codice L, foglio 21 v.

Si deve ridurre la frazione $\frac{270}{360}$ ai minimi termini, operazione che ci aspettiamo fatta con perizia da qualsiasi studente; si vede subito che si può intanto semplificare per 10 ma, con un minimo di acume, direttamente per 90. Ma Leonardo pasticcia un po', giungendo alla frazione corretta $\frac{3}{4}$ più per intuito e analogia che per matematica.

Codice L, foglio 10 v.

Leonardo deve eseguire $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$; sa che si dovrebbe ottenere $\frac{8}{9}$ (lo dice) ma contesta il risultato: «Quest'è falso imperò ch'egli è più $\frac{8}{9}$ che non è $\frac{2}{3}$». La contestazione è facilmente spiegabile: se si divide A per B, ottenendo C, C deve

essere minore di A, altrimenti, che razza di "divisione", cioè "partizione", è? (D'AMORE, OLIVA, 1994).

Codice Atlantico, foglio 665 r.

Si vuol moltiplicare $\frac{2}{2}$ per sé stesso; scrive Leonardo:

«2 ½ vie 2/2 fa 4/2 cioè 2
R 1 è 1
R 2 è 2/2
R 3 è 3/3
R 4 è 4/4
R 5 è 5/5».

Cioè in simboli moderni:

$\frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{2}$ cioè 2. Da ciò deduce che $\sqrt{2} = \frac{2}{2}$ e dunque estende, generalizzando: $\sqrt{3} = \frac{3}{3}$, $\sqrt{4} = \frac{4}{4}$.

Per quanto riguarda la geometria, G. Loria osserva che Leonardo si sarebbe «grandemente giovato dei due splendidi volumi in-f. del dotto e battagliero filologo Giorgio Valla (1406-1457), pubblicati postumi a Venezia nel 1501 col titolo *De expetendis, et fugiendis rebus opus*; ché ivi si trovano importanti squarci di scienziati latini e greci (quali Boezio, Erone, Ippocrate da Chio ecc.) che sino a quel giorno non avevano avuto l'onore della stampa» (LORIA, 1929-1933, p. 263, n. 1). Non escludiamo che Leonardo possa aver tratto giovamento dalla pubblicazione citata; ma non possiamo dimenticare la scarsissima dimestichezza dell'"omo sanza lettere" con il latino dei testi geometrici del periodo. Pertanto gli spunti eventualmente riconducibili a pubblicazioni come quella citata avrebbero richiesto la continua collaborazione di qualche traduttore esperto in cose matematiche; un'analoga considerazione vale anche per Euclide: la versione italiana degli *Elementi* curata da Tartaglia riassumeva le sue lezioni veneziane, iniziate nel 1534, e dunque fu resa pubblica dopo la morte di Leonardo (LORIA, 1929-1933, p. 292). Grande interesse dimostra Leonardo verso la costruzione dei poligoni regolari con riga e compasso; divide la circonferenza in 3, 4, 5, 6, 7, 8 e così via in altre quantità di parti uguali, fino al massimo di 48 lati (Codice A, Parigi, f. 11 v.), anche se queste divisioni appaiono in pagine sparse ed in diversi Codici. Molte di tali costruzioni sono solo approssimate.

Spesso Leonardo non dà spiegazioni del perché delle sue indicazioni di procedura, mentre altre volte dichiara di voler dare la "ragione" (dimostrazione); più che di dimostrazioni, però, si tratta sempre di semplici spiegazioni dell'operato. Nel Forster III (f 68 v. e 69 r), ad esempio, affronta il problema di costruire un quadrato somma di due dati, fornendo un procedimento solamente approssimato. Leonardo trascriveva comunque quel che studiava, spesso con commenti personali; tali appunti, per quanto concerne la matematica, sono sempre in volgare, mai in latino, segno del fatto che studiava i trattati che riusciva a capire; questo vezzo non lo abbandonò mai, per cui avremo, anche prima dell'incontro con Pacioli, trascrizioni di suo pugno di interi brani della *Summa* del frate toscano.

Il problema collegato alla lettura del latino e del greco non impedì comunque a Leonardo di accedere alla cultura matematica del tempo. Ma nel 1493 a Urbino o nel 1494 a Venezia, esce finalmente a stampa non in latino, l'opera enciclopedica di Luca Pacioli, *Summa de aritmetica, geometria, proportioni et proportionalita*. Leonardo ne acquista senza indugio una copia che ordina da Milano e paga 119 soldi (come annota, con la solita minuzia, nel codice Atlantico, foglio 288 r). La studia e ne trae mille ispirazioni, fino a riassumere i capitoli relativi alla teoria delle proporzioni nel codice Madrid 8936. Ma, più che altro, lo affascina la geometria e in particolare la quadratura del cerchio e la teoria delle lunule.

L'incontro vero e proprio tra Leonardo e Luca avviene a Milano nel 1496, quando il secondo è incaricato dal Duca di insegnare pubblicamente la matematica. L'amicizia e la reciproca stima tra i due sono immediate e fortissime, con frequenti scambi di visite e di favori. Lo stesso Pacioli narra, nelle prime pagine del *De divina proportione*, di un dibattito («scientifico duello») avvenuto alla corte di Ludovico il Moro il 9 febbraio 1498, con la presenza di ecclesiastici, teologi, medici, ingegneri e «inventori di cose nuove» (tra questi ultimi è inserito Leonardo). Da Luca, Leonardo impara che cosa vuol dire "dimostrazione" e assume la denominazione di "avversaria" per l'enunciato da refutare (ancora nel XVIII secolo, il frate sanremese Gerolamo Saccheri chiamava "inimica" l'ipotesi dell'angolo acuto che voleva dimostrare inaccettabile per liberare Euclide da ogni neo ed eliminare ogni possibile geometria non o anti-euclidea: D'AMORE, MATTEUZZI, 1985). La geometria del Nostro si fa dunque più colta, i problemi proposti sono quasi sempre tratti dall'opera di Pacioli, spesso a sua volta tratti da Euclide. In particolare, Leonardo si innamora della sezione aurea, presentatagli da Luca, che la chiama "divina proporzione". Molti dei disegni e molte delle riflessioni delle pagine

geometriche dei codici leonardeschi hanno come tema la sezione aurea (spesso, però, i calcoli che accompagnano le figure sono piuttosto maldestri).

Per esempio, nel Codice K, f. 74 v, Leonardo divide una "linea" (segmento) in sezione aurea, usando la proposizione XI del II Libro di Euclide, che illustra come «dividere una retta [segmento] data in modo che il rettangolo compreso da tutta la retta e da una delle parti sia uguale al quadrato della parte rimanente» (FRAJESE, MACCIONI, 1970, p. 185; si noti che tale problema viene affrontato anche nella proposizione XXX del VI libro degli *Elementi*, con l'impiego delle proporzioni). Leonardo trova le misure 4 e 8, approssimando in maniera assai sbrigativa; calcoli appena più corretti danno invece rispettivamente: 4,5835921 e 7,4164079. Ovviamente, si tratterebbe di valori irrazionali, cosa che Leonardo avrebbe anche potuto non sapere; in ogni caso, anche volendo esprimere i risultati approssimati, tra 7,4164079 e 8 c'è notevole differenza…

Leonardo, tuttavia, si innamora della matematica, man mano che l'apprende, tanto da scrivere, come preludio al suo trattato di Anatomia (Quaderno IV, f. 14 r): «Non mi legga chi non è matematico nei miei principi» (come non ricordare l'antico ammonimento di Platone?). Ma, non lo si dimentichi, per Leonardo, "matematica" è termine da intendersi in senso vasto, come continua a dichiarare nel Codice G, f 96v: «Delle scienze - Nessuna certezza è dove non si po applicare una delle scienze matematiche, ovver che non sono unite con esse matematiche», tanto che (Codice E, f. 8 v): «La meccanica è il paradiso delle scienze matematiche, perché in quella si viene al frutto matematico».

Altro tema amato da Leonardo riguarda il settore che oggi va sotto il nome di "problemi classici della geometria", i problemi lanciati nell'antichità greca nella speranza che fossero risolubili con riga e compasso e che invece si dimostrarono (dopo secoli) impossibili da risolvere operando solo con questi mezzi (KLINE, 1991; D'AMORE, 1993). Tra essi, spiccano per interesse e insistenza quelli della quadratura del cerchio, della trisezione di un angolo generico e della duplicazione del cubo. I Greci diedero soluzioni diverse a ciascuno di questi tre problemi; ma si trattava sempre di soluzioni ottenute con metodi diversi da quello "con riga e compasso". Nel Codice Atlantico, Leonardo affronta il problema cosiddetto di Delo, cioè della costruzione di un cubo di volume doppio di uno dato (D'AMORE, MATTEUZZI, 1976): nel f. 161 Leonardo pone come titolo: «De' due cubi i quali son doppi l'uno dell'altro, come si prova nel quarto delli *Elementi Macchinali* da me composti». Si considerano un cubo di lato 4 (dunque di volume 64) e un altro di lato 5 (dunque di volume 125) affermando che il secondo è il doppio del primo. Ora, effettivamente, poiché la radice di 128 (doppio di 64) è approssimativamente 5,039, la differenza tra questo

lato (voluto) e quello proposto 5, è davvero minima; dal punto di vista matematico, la proposta di soluzione di Leonardo è inaccettabile, mentre, dal punto di vista empirico, effettivamente la proposta è ragionevole.

Certamente una delle passioni geometriche più longeve di Leonardo, alla quale dedicò molte energie e molti fogli di vari codici, è la quadratura di figure curvilinee e in particolare lo studio delle lunule. Non va sottaciuto il fatto che già Leon Battista Alberti, un autore che Leonardo leggeva avidamente, aveva scritto un *De lunularum quadratura*. Forse il sogno di quadrare il cerchio, che accompagnò Leonardo tutta la vita, prende le mosse proprio da questa opera dell'Alberti (D'AMORE, 2005).

Veniamo ora a una questione che spesso chiama in causa il Leonardo matematico. Diversi autorevoli Autori citano supposti "teoremi di Leonardo" relativi a tassellature del piano e a gruppi di simmetrie. In varie pagine del Codice Atlantico ed anche altrove, Leonardo disegna delle tassellature del piano con piastrelle che non sono poligoni regolari: ma si tratta soltanto di disegni accompagnati da commenti, mai da discorsi teorici al riguardo. Leonardo studiò anche approfonditamente le simmetrie in molti codici, per esempio nel Codice Atlantico, in quelli conservati a Parigi, nell'Ashburnham, nel B, nel MSB57, come rilevato con estrema puntigliosità in RICHTER (1970) e BRAMLY (1991). Tali studi hanno, però, una ragione architettonica e uno scopo estetico assai evidenti: si tratta di studiare come disporre, in grandi cappelle circolari o sotto maestose volte, delle cappelle tutto attorno, in modo che siano simmetriche, in tutte le disposizioni simmetriche possibili. In base a questi disegni e grazie ad una ricorrente mistica del lavoro del Nostro, vari autorevoli studiosi hanno accennato in maniera più o meno esplicita a teoremi di Leonardo sulle simmetrie e, in particolare, sui gruppi ciclici di simmetria. Ma che c'è di vero?

Seguiamo P. Odifreddi: «Ancora una volta questi esempi» (quelli del gruppo delle simmetrie delle croci a braccia uguali, normali o uncinate) «sono caratteristici. Leonardo ha infatti dimostrato che i gruppi diedrali ed i gruppi ciclici costituiscono i soli insiemi di simmetrie possibili per i *rosoni*, le *volte* o le *cupole*. Per quelle figure, cioè, come le finestre delle cattedrali gotiche, o le decorazioni dei capitelli o dei foulard, che ammettono soltanto un numero finito di simmetrie e un centro: ossia, un punto che non viene mosso da nessuna di queste simmetrie. Se invece di un solo punto rimane invariato un intero segmento, allora l'unica possibile simmetria è una riflessione» (ODIFREDDI, 2005, p. 81). Inoltre: «Per classificare il tipo di simmetria di un rosone, dunque, bastano due osservazioni. Il suo gruppo è diedrale se il rosone appare uguale guardandolo dai due lati del muro, cioè di fuori e di dentro

l'edificio, altrimenti è ciclico. E l'ordine del gruppo è uguale al numero degli spicchi che si ripetono» (ODIFREDDI, 2005, p. 82, in cui non sono forniti riferimenti bibliografici a tale proposito; ma essi sono impliciti, e autorevoli, confermati a voce dallo stesso Autore).

Nel suo celeberrimo e citatissimo volume *Transformation geometry* (1982), il grande matematico George E. Martin nelle pagine 66-68 attribuisce *esplicitamente* a Leonardo due teoremi che chiama proprio "teoremi di Leonardo", relativi a gruppi finiti di simmetrie. A sua volta, egli cita come fonte di questa informazione un altro celeberrimo libro di un altro colosso della geometria, Hermann Weyl (1885-1955): il libro è *Symmetry*, pubblicato nel 1952 a Princeton (la traduzione italiana è del 1962). In esso, alle pagine (dell'edizione italiana) 73, 81, 102-106, Weyl tratta di gruppi ciclici di simmetrie e, in effetti, cita più volte Leonardo, ma senza dare neppure una indicazione sul *dove* il Nostro avrebbe dimostrato o almeno trattato tali teoremi (WEYL, 1952). Il che ci autorizza a ritenere che questi risultati non siano realmente "teoremi" di Leonardo ma che, ancora una volta, una consolidata tradizione romantica abbia voluto regalare al genio di Vinci quel che non gli appartiene per esaltarne oltre ogni limite la creatività. Egli, certo, molto pensò su tali temi e molti eleganti schizzi e meravigliosi disegni lo confermano, ma in matematica schizzi eccellenti e disegni mirabili sono ben lungi dall'essere accettabili come veri e propri teoremi.

5. Riflessioni conclusive

L'eccezionale personalità di Leonardo, i suoi molteplici interessi artistici e scientifici, il suo approccio a volte incostante, ma sempre curioso, innovativo e straordinariamente creativo fanno dunque parte integrante dell'uomo libero del Rinascimento. Secondo alcuni critici severi, Leonardo fu un uomo che «non comprese appieno il vero metodo scientifico [… e che] non possedeva una metodologia né una filosofia di fondo» (KLINE, 1991, p. 262). Ma non possiamo dimenticare che, a proposito dell'approccio alle cose della scienza, Leonardo morì quarantacinque anni prima della nascita di Galileo Galilei.

Citiamo però ancora Jaspers: «ove si ritenga Leonardo un fondatore, tra gli altri, della moderna scienza matematica della natura, questo può essere agevolmente confutato ed è pertanto facile, almeno in apparenza, screditare tutta la sua scienza. Se si vede in lui uno scienziato moderno in senso universale, pur essendo invero ben evidenti le sue numerose e ammirevoli scoperte anatomiche, geologiche e botaniche, tuttavia esse restano oggettivamente superate e dunque ancora interessanti soltanto dal punto di vista storico [RICHTER, 1970; BRAMLY, 1991; PERDETTI, LAURENZA,

SALVI, 2005]. Se si pensa a Leonardo come al grande pittore, questa grandezza è inattaccabile, ma al confronto ad altri grandi pittori, essa risulta ancora riconoscibile solo attraverso un'opera frammentaria […] In una cosa però la sua incomparabile grandezza appare manifesta e sovrastorica: nella sostanza di quella totalità da cui discendevano tutte queste ricerche e questa creatività artistica […] È qui che lo scienziato, il tecnico e l'artista sono una realtà unica. […] Questa unità la si può chiamare il filosofo Leonardo, ove s'intenda la filosofia non già come un ramo delle scienze, non già come dottrina, bensì come un conoscere universale che va prendendo coscienza di sé come di un tutto e se stesso riconduce sotto la sua propria guida: come una forma vitale, quindi, di questa umana esistenza che assume in sé il conoscere» (JASPERS, 2001, pp. 99-100; si veda inoltre: CASSIRER, 1950, p. 254).

Leonardo dunque seppe sfidare la cultura e l'arte del suo tempo con un acume ed una freschezza che, a distanza di mezzo millennio, non cessano di conquistare. In questa freschezza, nella ricerca appassionata e libera è, forse, il grande messaggio del mancino di Vinci.

Bibliografia

ARRIGHI, G. 1982, *La matematica in Piero della Francesca*, Atti del convegno internazionale sulla Madonna del parto di Piero della Francesca, Monterchi, 24 maggio 1980, Biblioteca comunale di Monterchi.

BAGNI, G.T. 1996, *Storia della matematica*, I-II, Pitagora, Bologna.

BAGNI, G.T. & D'AMORE B. 1994, *Alle radici storiche della prospettiva*, Franco Angeli, Milano.

BAGNI G.T. & D'AMORE B. 2006, *Leonardo e la matematica*, Giunti, Firenze.

BONELLI, P. 1978, *La matematica nell'arte figurativa*, Quaderni dell'Istituto di matematica dell'Università di Siena, Siena.

BRAMLY, S. 1991, *Discovery of life of Leonardo da Vinci*, Harper Collins, New York.

BRUNER, J. 2005, *La mente a più dimensioni*, Laterza, Bari-Roma (*Actual minds, possibile worlds,* Harvard University Press, Cambridge-London 1986).

CASSINA, U. 1921, *La prospettiva e lo sviluppo dell'idea dei punti all'infinito*, Periodico di matematiche 4, 1, 326-337.

CASSIRER, E. 1950, *Individuo e cosmo nella filosofia del Rinascimento*, La Nuova Italia, Firenze (edizione originale 1935).

CHASTEL, A. 1978, *Leonardo da Vinci*, Voce per l'*Enciclopedia Europea*, VI, 811-815, Garzanti, Milano.

CONFREY, J. & SMITH, E. 1996, *Comments on James Kaput's chapter*, in: SCHOENFELD A. H. (a cura di), *Mathematical Thinking and Problem Solving*, Erlbaum, Hillsdale, 172-192.
CONTI, L. (a cura di) 1992, *La matematizzazione dell'universo. Momenti della cultura matematica tra '500 e '600*, Università degli studi di Perugia, Ricerche filosofiche, Porziuncola, Assisi.
D'AMORE, B. 1993, *Geometria: mezzo pedagogico per l'educazione matematica*, La matematica e la sua didattica, 4, 387-409 [Bollettino degli docenti di matematica del Canton Ticino, 34 (1997), 11-32].
D'AMORE, B. 2001, *Più che 'l doppiar de li scacchi s'inmilla*, Pitagora, Bologna.
D'AMORE, B. 2005, *Leon Battista Alberti ed i suoi* Ludi rerum mathematicarum, Il Carobbio, XXX, 61-66.
D'AMORE, B. & MATTEUZZI, M. 1976, *Gli interessi matematici*, Marsilio, Venezia.
D'AMORE, B. & OLIVA, P. 1994, *Numeri. Teoria, storia, curiosità, giochi e didattica nel mondo dei numeri*, Franco Angeli, Milano.
FEYERABEND, P. K. 2003, *Contro il metodo*, Feltrinelli, Milano (*Against Method. Outline of an Anarchistic Theory of Knowledge*, Verso, London 1975).
FRAJESE A. & MACCIONI L. (a cura di) 1970, *Gli Elementi di Euclide*, UTET, Torino.
GADAMER, H. G. 2000, *Verità e metodo*, Bompiani, Milano (*Wahrheit und Methode: Gründzuge einer philosophischen Hermeneutik*, Mohr, Tübingen 1960).
GALLUZZI, P. 1996, *Gli ingegneri del Rinascimento*, Istituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze.
GEYMONAT, L. & TISATO, R. 1970, *Fattori e caratteri della rivoluzione rinascimentale*, in: GEYMONAT, L., *Storia del pensiero filosofico e scientifico*, II, 7-27, Garzanti, Milano.
HALL, A.R. & BOAS HALL, M. 1979, *Storia della Scienza*, Il Mulino, Bologna.
JASPERS, K. 2001, *Leonardo filosofo*, Abscondita, Milano (*Lionard als Philosoph*, Francke Verlag, Bern 1953).
KLINE, M. 1991, *Storia del pensiero matematico*, I-II, Einaudi, Torino (*Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press, New York 1972).
LORIA, G. 1929-1933, *Storia delle matematiche dall'alba delle civiltà al tramonto del secolo XIX*, Torino, Sten (ristampa: Cisalpino-Goliardica, Milano 1982).
MANCINI, G. 1915, *L'opera "De corporibus regularibus" di Pietro Franceschi detto della Francesca, usurpata da fra' Luca Paciolo*, Memorie della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze morali, storiche e filologiche, V, XIV, 441-580.
MARCOLONGO, R. 1937, *Studi vinciani. Memorie sulla geometria e la meccanica di Leonardo da Vinci*, Stabilimento Industrie Editoriali Meridionali, Napoli.
MARINONI, A. 1982 *La matematica di Leonardo da Vinci*, Philips-Arcadia, Milano.

MARINONI, A. 1986, *Introduzione a De divina proporzione*, Silvana, Milano.
MARTIN G. E. 1982, *Transformation geometry*, Springer Verlag, New York.
NARDINI, B. 2004, *Vita di Leonardo*, Giunti, Firenze.
ODIFREDDI P. G. 2005, *Penna, pennello e bacchetta. Le tre invidie del matematico*, Laterza, Bari.
PERDETTI, C., LAURENZA, D. & SALVI, P. 2005, *Leonardo. L'anatomia*, Giunti, Firenze.
PIERO DELLA FRANCESCA 1982, *De prospectiva pingendi*, edizione critica a cura di G. NICCO FASOLA, Sansoni, Firenze.
POPPER, K. 1983, *Conoscenza oggettiva*, Armando, Roma (*Objective knowledge*, Oxford University Press, Oxford 1972).
RADFORD, L. 1997, *On psychology, historical epistemology and the teaching of mathematics: towards a socio-cultural history of mathematics*, For the Learning of mathematics, 17(1), 26-33.
RADFORD, L., BOERO, P. & VASCO, C. 2000, *Epistemological assumptions framing interpretations of students understanding of mathematics*, in: FAUVEL J. & VAN MAANEN J. (a cura di), *History in Mathematics Education. The ICMI Study*, Kluwer, Dordrecht, 162-167.
RICHTER, J. P. 1970, *The notebook of Leonardo da Vinci*, I-II, Dover, New York.
ROMANO, G. (a cura di) 1969, *Larte de labbacho*, copia anastatica, Longo e Zoppelli, Treviso.
STRUIK, D. J. 1981, *Matematica, un profilo storico*, Il Mulino, Bologna.
VASARI, G. 1964, *Vite scelte*, a cura di A. M. BRIZIO, UTET, Torino (opera originale: Giunti, Firenze 1568).
WEYL H. 1952, *Symmetry*, Princeton University Press, Princeton. (edizione italiana: *La simmetria*, Feltrinelli, Milano 1962).

GIUSEPPE ROSSI

Leonardo: il disegno fra pittura e matematica

«Nissuna umana investigazione si può dimandare vera scienza, s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni»

Leonardo e le matematiche

L'interesse di Leonardo da Vinci per le discipline matematiche è risaputo: i suoi codici sono ricchi di figure geometriche che fanno riferimento alle loro proprietà, e parimenti troviamo fogli e fogli di calcoli, spesso incerti, così come compaiono schematizzazioni e copiature di teoremi della tradizione euclidea.

"O studianti, studiate le matematiche, e non edificate sanza fondamenti"

"La meccanica è il paradiso della matematica perché qui se ne possono cogliere i frutti. Non c'è certezza nella scienza se la matematica non può esservi applicata, o se non vi è comunque in relazione"

Sono aforismi, assai noti, che non lasciano dubbio: per Leonardo la ricerca e la conoscenza si strutturano grazie al supporto della matematica. Ma quale matematica? Dopo un periodo di studio intenso e appassionato delle opere di Euclide, grazie al supporto di Luca Pacioli, egli comprese che la matematica del suo tempo non era adatta a riprodurre e caratterizzare i risultati più importanti delle sue ricerche scientifiche: la descrizione delle forme viventi della natura nei loro continui movimenti e nelle loro continue trasformazioni. I disegni scientifici di Leonardo raffigurano elementi di macchine o strutture anatomiche o formazioni geologiche o flussi turbolenti dell'acqua o dettagli botanici di specie vegetali sempre con grande suggestione e al tempo stesso esattezza. Essi non sono mai rappresentazioni realistiche di una singola osservazione. Sono piuttosto sintesi di osservazioni ripetute, rese in forma di autentici modelli teorici.

Quando Leonardo rappresentava nel disegno i contorni degli oggetti con precisione, voleva fornire l'immagine concettuale dell'oggetto, piuttosto che l'immagine realistica. E viceversa quando disegnava immagini immagini realistiche di un oggetto, i contorni erano confusi, come accade alla vista attraverso l'occhio umano.

Oltre che dall'uso "scientifico" del disegno, la matematica leonardesca è caratterizzata da un marcato approccio geometrico. La geometria che interessa Leonardo è quella che consente la rappresentazione di quelle che oggi potremmo chiamare variabili continue, ovvero proprio quelle grandezze e quantità che servono alla descrizione dei movimenti e delle trasformazioni che,

incessantemente, avvengono in natura. Strumenti matematici come il calcolo differenziale, la teoria delle funzioni o il calcolo delle variazioni dovevano ancora venire e Leonardo allargò la geometria del disegno, sperimentandone nuove interpretazioni e nuove forme che sembrano prefigurare alcuni dei suoi sviluppi successivi. In questo percorso fatto di continui disegni e raffigurazioni d'ogni tipo, la visione leonardesca della geometria è progressivamente sempre meno statica e rigida come quella degli *Elementi* di Euclide, e diviene intrinsecamente dinamica. Egli usa, nei disegni tecnici, la geometria per studiare traiettorie e altri tipi di movimenti complessi nell'ambito dei fenomeni naturali, e, contemporaneamente, è il movimento lo strumento per la "dimostrazione" dei teoremi geometrici.

Leonardo definiva questa sua maniera di procedere "geometria che si prova col moto" o "che si fa col moto".

Leonardo a Firenze: formazione

Giorgio Vasari afferma che fin da ragazzo Leonardo si divertiva a disegnare e costruire modelli di gran varietà di macchine e che la sua caratteristica era l'incostanza o volubilità: "nella erudizione e nei principi delle lettere arebbe fatto profitto grande, se egli non fusse stato tanto vario e instabile. Perciocché egli si mise a imparare molte cose; e, cominciate, poi l'abbandonava". La notizia del mancato profitto nella erudizione e nelle lettere è confermata dallo stesso Leonardo che si dichiara "omo sanza lettere" (da intendere come classe sociale e non come atto di modestia). Il ritratto dato dal Vasari risulta idealizzato e sovrumano: "cosa elargita da Dio e non acquisita per arte umana … mostrò tanta divinità nelle cose sue che … nessun altri gli fu pari". E tanti studiosi seguirono questa idea fino al riconoscimento di più grande genio della storia umana. Nell'ultimo secolo, al contrario, si afferma una concezione positivistica delle scienze, secondo la quale la scienza è caratterizzata da una natura fortemente empiristica, con un ruolo strumentale della matematica ed il carattere dominante della storia della scienza è l'idea lineare di progresso. Uno dei padri di questa interpretazione della scienza fu il filosofo e scienziato Pierre Maurice Marie Durheim, studioso del metodo sperimentale nel periodo medioevale che, a proposito di Leonardo, è particolarmente significativo.

Tornando alle memorie del Vasari, vi si legge che Leonardo fu anche avviato alla scuola d'abaco ma "egli in pochi mesi ch'e' v'attese, fece tanto acquisto, che movendo di continuo dubbi e difficultà al maestro … bene spesso lo confondeva". Ma la versione non sembra veritiera, piuttosto è probabile che il maestro non abbia più tollerato uno scolaro così stravagante e

incostante. Dopo questa esperienza, Leonardo viene avviato al lavoro artigianale di garzone presso la bottega di Andrea Verrocchio. Anche qui comunque non ci sono libri: Leonardo quindi ignora il latino, lingua ufficiale della cultura del tempo, e in matematica ha lacune gravissime e una gran confusione sulle frazioni e sui radicali, come si trova nei suoi manoscritti.

Esiste però il "libro di bottega", dove il maestro registra i fatti salienti della vita di lavoro, sempre in modo conciso, senza rileggere il già scritto, con ripetizioni frequenti e saltando da un argomento all'altro. A questo metodo Leonardo rimase fedele nella redazione dei suoi manoscritti, rimasti un cumulo di osservazioni slegate, come egli stesso scrive:

"E questo fia un raccolto senza ordine, tratto di molte carte le quale io ho qui copiate, sperando poi di metterle per ordine alli lochi loro, secondo le materie che esse tratteranno. E credo che avanti ch'io sia al fine di questo, io ci arò a riplicare una medesima cosa più volte, sì che lettore non mi biasimare, perché le cose sono molte e la memoria non le po riservare e dire: questa non voglio scrivere, perché dinanzi la scrissi." (Arundel 1r)
"...e massime stando con lunghi intervalli di tempo allo scrivere da una volta all'altra".

Vasari racconta che il padre, ser Piero, visto che "egli a sì varie cose attendesse, non lasciò mai il disegno et il fare di rilievo, come cose che gli andavano a fantasia più d'alcun'altra.. preso un giorno alcuni de' suoi disegni gli portò ad Andrea del Verrocchio e lo pregò strettamente che gli dovesse dire se Lionardo, attendendo al disegno, farebbe alcun profitto. Stupì Andrea nel veder il grandissimo principio di Lionardo, e confortò ser Piero che lo facesse attendere, onde egli ordinò con Lionardo ch'e' dovesse andare a bottega di Andrea: il che Lionardo fece volentieri oltre a modo. E non solo esercitò una professione, ma tutte quelle ove il disegno si interveniva".

La cosiddetta universalità nasce nella bottega dell'artigiano e qui ha il suo principio e il suo limite: non arriva alle "arti liberali", cioè alla vera scienza contrapposta all'empiria degli "uomini pratici".

Fra Medioevo e Rivoluzione Scientifica

Nella storia del pensiero scientifico, gli anni in cui visse Leonardo, e tutto il Rinascimento, costituiscono una fase di passaggio fra il Medioevo e la Rivoluzione Scientifica del Seicento. Questa collocazione ha reso sempre "discutibili" i giudizi sul valore scientifico e matematico delle opere di tanti protagonisti della cultura di quei secoli "di mezzo". In effetti un certo pensiero scientifico, e anche un accenno di metodo sperimentale sono riscontrabili anche nel Medioevo. La filosofia scolastica (secoli VIII - XII) era senz'altro incentrata sullo studio del dogma religioso cristiano, ma proprio gli scolastici diedero infatti un forte impulso anche allo sviluppo della scienza, tanto che nei secoli

XII e XIII, nell'ambito degli studi teologici che si tenevano nelle prime Università europee come Bologna, Parigi, Oxford, si svilupparono diverse ricerche sulla natura, ovvero sul creato considerato opera di Dio, che avrebbero dovuto portare all'intelligibilità dell'opera di Dio creatore. Due furono in particolare le scuole di pensiero, attestate peraltro su posizioni distanti tra di loro, che elaborarono ognuna un proprio "metodo scientifico": quella di Parigi, facente capo ad Alberto Magno, seguito dal suo discepolo Tommaso d'Aquino, e quella di Oxford, dove fu attivo Ruggero Bacone. Essi, pur restando fedeli al metodo aristotelico, si occuparono di filosofia della natura basandosi sulle osservazioni degli eventi e contestando alcuni elementi anti-scientifici del pensiero greco. Tommaso in particolare, noto per aver riformulato in chiave nuova la concezione aristotelica della verità come corrispondenza dell'intelletto alla realtà, sviluppò il concetto di analogia e di astrazione.

C'era quindi attenzione alla natura (alla scienza naturale) già nel "buio" Medioevo. Nella Firenze in cui si forma il giovane Leonardo, tuttavia, il pensiero che circola negli ambienti popolari, come in quelli più dotti, è influenzata in particolare dal pensiero neoplatonico, che aveva in Marsilio Ficino il principale esponente. D'altra parte, fin dai suoi primi lavori, basti pensare all'angelo disegnato nel *Battesimo di Cristo* del Verrocchio, Leonardo non si accontenta delle superfici, ma scruta il segreto delle forze che si celano al loro interno e le animano. La scienza tradizionale dell'epoca prevedeva 5 elementi di varia densità distinti in 5 sfere concentriche: terra, acqua, aria, fuoco, quintessenza. Le "virtù spirituali" spostano il denso nel raro o il raro nel denso e così facendo creano le forze "accidentali"(momentanee) della gravità e delle levità che tendono a riportare ogni cosa nella posizione primitiva. Fra le "virtù spirituali": splendore, calore, anima, forza… che operano il miracolo del moto e della vita. Leonardo spinge lo sguardo alla ricerca delle cause ultime, ma senza arrivare ad un sistema coerente. Insiste ripetutamente sull'incapacità umana di definire la "quiddità delli elementi" e delle "virtù spirituali". L'uomo può solo osservare e descrivere il comportamento.

Nei codici possiamo trovare anche una risposta leonardesca alla domanda sul perché l'uomo tenda ansiosamente verso il futuro, senza comprendere di affrettare la morte. E la risposta è di natura particolarmente ficiniana, ovvero che questo desiderio è "in quella quintessenza, spirito degli elementi, che trovandosi rinchiusa per anima dello corpo umano, desidera sempre di ritornare al suo mandatario": è il desiderio di "ripatriarsi e ritornare al primo Chaos" (Arundel 156v). Proprio Marsilio Ficino dichiarava Dio come primo Chaos. Si tratta di una serie di concetti semplificati e sommariamente messi insieme, con coerenza, peraltro rispetto allo stile dei manoscritti di

Leonardo, dove possiamo leggere frammenti neoplatonici come "la legge che Dio e 'l tempo diè alla genitrice Natura" (Arundel 158r), "O stupenda Necessità, tu costringi colla tua legge tutti li effetti per brevissima via a partecipare delle lor cause. Questi son li miracoli!" (Atlantico 949r).

Con coerenza, peraltro, rispetto alla indicazione di Marsilio Ficino, che scriveva "actus vivacitas et gratia quaedam in fluxu ipso refulgens", Leonardo nel *Trattato della Pittura* avrebbe voluto spiegare come le figure devono rivelare i moti dell'animo "colla vivacità dell'atto" o "prontitudine delle azioni". Leonardo realizza la formula ficiniana nello specifico dell'arte pittorica, dove la vivacità e la grazia si riscontrano assieme alla fluidità del gesto e allo scorrere della luce sui corpi per immergersi nell'ombra con gradualità di trapassi. La pittura e la scienza sono quindi discorsi mentali.

Per avere una conoscenza della natura che fosse scienza, era chiara a Leonardo l'esigenza della verifica sperimentale. Infine c'è il movimento e la sua rappresentazione in pittura e, preliminarmente nei disegni dei fogli preparatori, il vero laboratorio, cantiere della ricerca scientifica. Scrive infatti Leonardo che la pittura colla "sua prospettiva si estende all'accrescimento e decrescimento de' corpi e de' lor colori… Adunque la pittura è filosofia, perché la filosofia tratta del moto aumentativo e diminutivo". Inoltre la pittura "tratta del moto de' corpi nella prontitudine delle loro azioni, e la filosofia ancora lei si estende nel moto".

Lentamente si riduce la differenza fra pittura (che coglie l'involucro superficiale dei corpi) e filosofia (che penetra dentro ai corpi "considerando in quelli le lor proprie virtù"): oggetto di studio comune è il moto. La figura umana: "al dipintore è necessario saper la intrinseca forma dell'uomo" (Codice Windsor f. 19059).

L'occhio di Leonardo non può fermarsi alla pelle, ma indaga al di sotto di essa, descrive la muscolatura degli arti, ne raffigura il movimento, per indagare sulla quintessenza della vita. In questo mondo di idee si sviluppa il lavoro incessante di ricerca di Leonardo, che vuol conoscere e descrivere pittoricamente e quindi scientificamente, attraverso il disegno.

I manoscritti

La scrittura ed il disegno furono per Leonardo attività di primaria importanza, fortemente legate a quelle di artista e di scienziato. Egli aveva l'abitudine di portare sempre con sé quaderni e taccuini, sui quali annotava, con certosina minuziosità, tutto quello che lo colpiva del mondo che lo circondava. Non meno abbondante era la produzione domestica. Nelle diverse dimore nelle quali soggiornò nel suo peregrinare, Leonardo era solito redigere progetti,

disegnare macchine, preparare bozzetti o studi di quadri e sculture, o di particolari di essi; era quello il momento in cui riordinava graficamente le idee concepite nel corso dei suoi spostamenti ed elaborava piani, programmi e propositi di lavoro, che affrontavano i più disparati argomenti in modo disordinato e irregolare.

Il fascino esercitato da queste testimonianze è indiscutibile, perché ci consegna una sorta di *fil rouge* del vagabondare mentale di Leonardo e della sua insaziabile curiosità, definendone la geniale e complessa volubilità. Il *corpus* leonardesco, costituito da oltre cinquemila pagine (probabilmente sono solo una piccola parte, si ritiene circa un quinto di quel che è giunto sino a noi) è senza dubbio la più consistente raccolta scritta del periodo rinascimentale riconducibile ad una sola persona.

La suddivisione attuale in codici non è sicuramente quella originale, dal momento che tutti questi materiali di lavoro hanno avuto una storia che merita di essere brevemente raccontata.

"*Sia manifesto ad ciaschaduna persona presente et advenire, che nella corte del Re nostro signore in Amboysia avanti de noy personalmente constituito Messer Leonardo de Vince pictore del Re, al presente comorante nello locho dìcto du Cloux appresso de Amboysia, el qual considerando la certezza dela morte e l'incertezza del hora di quella, ha cognosciuto et confessato nela dicta corte nanzi de noy nela quale se somesso e somette circa ciò havere facto et ordinato per tenore dela presente il suo testamento et ordinanza de ultima volontà nel modo qual se seguita.*"

Comincia così il testamento di Leonardo da Vinci, stilato da lui stesso nel castello di Amboise, alla fine di aprile del 1519, davanti al notaio Guglielmo Boreau, alla presenza di cinque testimoni e dell'inseparabile allievo **Francesco Melzi**. Proprio al Melzi, esecutore testamentario, Leonardo lascia *"li libri [...] et altri Instrumenti et Portracti circa l'arte sua et industria de Pictori"*, oltre alla collezione dei disegni. È un lascito dall'incredibile valore quello che l'allievo non ancora trentenne del genio toscano eredita, è il lavoro di una vita, molte migliaia di pagine di disegni, appunti, ritratti. Con la morte del maestro il Melzi torna in Italia, nella sua villa di Vaprio d'Adda (Milano); è in questo luogo che il cospicuo materiale viene gelosamente conservato, è qui che l'allievo si dedica a selezionare gli scritti leonardiani per compilare il trattato o "Libro di pittura" oggi conservato nella Biblioteca Apostolica Vaticana. Dopo la morte del Melzi, avvenuta nel 1570, anche a causa della colpevole negligenza del figlio Orazio, cominciano le rocambolesche peripezie dei codici leonardeschi che iniziano ad essere oggetto di furti, vendite, passaggi, donazioni, appropriazioni e smarrimenti. In questa fase sono tre i personaggi che a vario titolo si rendono protagonisti.

Il primo ad entrare in questa vicenda è un certo **Lelio Gavardi di Asola**, preposto di S. Zeno in Pavia, già precettore in casa Melzi: tra il 1585 e il 1587 sottrae dalla dimora di Vaprio d'Adda ben tredici volumi contenenti note, appunti e disegni di Leonardo con l'idea di ricavarne lauti guadagni, vendendoli al Granduca di Toscana, Francesco de' Medici, appassionato collezionista d'arte; ma la speranza è disattesa a causa della morte del Granduca nel 1587. Il Gavardi però non si perde d'animo, sempre più risoluto a realizzare un affare si reca a Pisa, dove in quegli anni studia legge Aldo Manuzio il giovane, nella certezza di poter cedere a lui quel prezioso materiale. È a questo punto della storia che fa la sua apparizione un altro personaggio che giocherà un ruolo fondamentale: si tratta di **Giovanni Mazenta**, appartenente ad un antico e illustre casato milanese, anche lui a Pisa in quel periodo. È lo stesso Mazenta nelle sue "Memorie" a fornirci indicazioni di grande importanza per capire alcune delle travagliate vicende dei codici leonardeschi in questa fase. Come da lui stesso riportato, riesce a convincere il Gavardi a restituire ad Orazio Melzi i testi trafugati; quest'ultimo un po' per riconoscenza un po' perché ignora il loro valore, gliene fa dono invitandolo anche a ritirare altri disegni e scritti ancora conservati nel sottotetto della sua dimora. La notizia dell'accaduto e il disinteresse degli eredi Melzi presto sono di dominio pubblico; alla villa di Vaprio cominciano a presentarsi collezionisti e affaristi di vario genere ansiosi di accaparrarsi, come scrive ancora il Mazenta, "disegni, modelli plastici, anatomie, con altre preziose reliquie del studio di Leonardo".

Entra in scena il terzo personaggio, forse il più importante: **Pompeo Leoni**, scultore italiano alla Corte di Spagna di Filippo II e grande appassionato dell'opera di Leonardo. È lui a convincere Orazio Melzi a reclamare i tredici volumi frettolosamente donati, promettendogli cariche onorifiche nel Senato di Milano. Il Melzi ottiene la restituzione di sette volumi dal Mazenta, al quale ne rimangono sei; di questi, tre sono donati rispettivamente all'arcivescovo Federico Borromeo (oggi **Manoscritto C di Francia**), al pittore Ambrogio Figino e a Carlo Emanuele I duca di Savoia, mentre gli altri tre finiscono nelle mani del Leoni. La paziente opera di persuasione dello scultore raggiunge il suo scopo, tanto che alla fine del 1500 a Madrid sono presenti circa 50 volumi contenenti il lavoro del genio toscano.

In questi anni i manoscritti vengono riorganizzati in modo del tutto personale dal Leoni, che li scompagina e li assembla a suo piacimento, vanificando l'ordine originario. Questo lavoro, se da una parte è stato aspramente criticato dagli studiosi, dall'altro ha permesso che almeno una parte dei manoscritti di Leonardo giungesse sino a noi. La morte di Pompeo Leoni, avvenuta a Madrid il 9 ottobre 1608, apre nuovi scenari. Molti dei codici

tornano in Italia, non a Firenze, dove Cosimo II de' Medici ne rifiuta l'acquisto, ma a Milano, dove **Galeazzo Arconati**, nobiluomo milanese, ne compra una buona parte, donandoli nel 1637 alla **Biblioteca Ambrosiana**, fondata in quel periodo dal cardinale Federico Borromeo. Tra questi c'è il famoso **Codice Atlantico**, ceduto da Polidoro Calchi, marito della figlia di Pompeo, Vittoria, proprio all'Arconati. Questo codice è una raccolta miscellanea frutto proprio del lavoro di scomposizione e ricomposizione del Leoni, che incollò millesettecentocinquanta fogli e frammenti sparsi su pagine di grande formato poi rilegate in volume. Degli altri manoscritti, due rimangono in Spagna, in possesso di Don Juan de Espina; passati poi alla Corona spagnola, risultano per la prima volta catalogati nell'inventario del 1831-1833, quando vengono trasferiti dal Palazzo Reale alla Biblioteca Nacional; ma un'errata trascrizione ne fa perdere le tracce fino alla metà degli anni '60 del secolo scorso, quando saranno ritrovati per un caso del tutto fortuito. In Inghilterra, nel castello reale di Windsor, ove tuttora è conservato, giunge invece altro materiale, fogli non rilegati con disegni naturalistici, anatomici e di figura, frutto anche questo dell'arbitrario assemblaggio del Leoni. Di un altro codice sappiamo che, dopo essere stato acquistato in Spagna negli anni '30 del Seicento dal collezionista d'arte inglese Thomas Howard, venticinquesimo Lord Arundel (da cui prende il nome), viene portato in Inghilterra, per essere in seguito donato alla Royal Society di Londra ed arrivare infine, tra il 1831-32, al British Museum, dove attualmente è conservato. Ancora a Londra si trovano tre codici di piccolo formato ricevuti in eredità dallo scrittore John Forster e donati dopo la sua morte al Victoria and Albert Museum nel 1876. Ma, le vicende dei manoscritti di Leonardo non terminano qui. Facciamo un passo indietro; il materiale tornato a Milano nel XVII secolo rimane custodito, ad eccezione del **Codice Trivulziano** ceduto nel 1750 al principe Trivulzio, presso la Venerabile Biblioteca Ambrosiana fino al maggio 1796, quando Napoleone Bonaparte, entrato trionfalmente nel capoluogo lombardo, con il pretesto di tutelare quelli che erano definiti "i monumenti delle scienze e delle arti", ne ordina il trasferimento in Francia. Il 24 maggio il commissario di guerra Peignon si presenta all'Ambrosiana insieme all'incaricato Pierre-Jacques Tinet con un dettagliatissimo elenco dei beni da prelevare, fra cui "le carton des ouvrages de Leonardo d'Avinci (sic)". Le casse contenenti gli oggetti sono spedite a Parigi il 29 maggio dove, giunte solo il 25 novembre, sono divise tra la Bibliothèque Nationale e l'Institut de France. Con la caduta di Napoleone nel 1815 le truppe alleate occupano Parigi, ognuna delle potenze interessate dalle spoliazioni invia un proprio Commissario con il preciso mandato di recuperare gli oggetti d'arte depredati; l'anziano barone von

Ottemfels-Gschwind, quasi del tutto digiuno di scienza e arte è l'incaricato dell'Austria, della quale la Lombardia faceva parte insieme al Triveneto. Anche in quest'occasione non mancano i colpi di scena. Un po' per disinteresse, un po' per palese incompetenza, il commissario austriaco rischia di lasciare alla Bibliothèque Nationale il **Codice Atlantico**, perché non riuscendo a leggere la celebre grafia inversa di Leonardo, lo scambia per un testo cinese, e quindi non di sua competenza. La storia ci tramanda che fu Antonio Canova, commissario del papa, a far notare all'anziano barone il grave errore che stava commettendo e quale tesoro stava rischiando di lasciare in Francia. Non furono recuperati i dodici piccoli codici presenti nell'inventario, semplicemente perché si trovavano all'Institut de France, dove tuttora sono conservati; il commissario austriaco, invece di cercare di recuperarli, si accontentò di tre altri volumi (vecchie copie di codici vinciani che considerò originali) e il 5 ottobre 1815 rilasciava la seguente ricevuta di avvenuta consegna "a eccezione di nove volumi manoscritti di mano di Leonardo da Vinci, che secondo la dichiarazione dei signori conservatori non sarebbero mai arrivati alla Biblioteca del Re" ("à l'exception de neuf volumes mss. de main de Leonardo da Vinci, lesquels d'après la déclaration de messieurs les conservateurs, ne seraient point arrivés à la Bibliothèque du Roi").

La storia dei codici di Leonardo non finisce qui, riservandoci altre sorprese. Verso il 1840 il matematico italiano **Guglielmo Libri**, grazie al suo incarico di Secrétaire de la Commission du Catalogue général des manuscrits des bibliothèques publiques de France *(*Segretario della Commissione del catalogo generale dei manoscritti delle biblioteche pubbliche di Francia*)*, sottrae diverse parti dai manoscritti conservati presso l'Institut de France. Riunisce i vari fogli asportati in due volumi, per venderli in un secondo momento al conte Bertram Ashburnham. Parte del materiale sottratto verrà poi rivenduto allo stesso Institut de France dagli eredi del conte. Il Libri sottrae anche l'intero **Codice sul Volo degli uccelli** che era inserito in uno dei manoscritti da lui depredati; la parte principale viene acquistata dal conte Giacomo Manzoni, appassionato bibliofilo, e ceduta dagli eredi nel 1892 a Fëdor Vasil'evic Sabašnikov, che l'anno successivo, dopo aver recuperato anche uno dei cinque fogli mancanti, lo dona a Umberto I che lo affida alla Biblioteca Reale di Torino. Un altro foglio è recuperato nel 1903, mentre gli ultimi tre mancanti sono donati nel 1926 al re Vittorio Emanuele III dal banchiere svizzero Henry Fatio.

Prima di arrivare alle conclusioni prendiamo brevemente in esame la storia del **Codice Leicester**, anche noto come **Codice Hammer**, dal nome del suo penultimo proprietario che lo acquistò ad un'asta nel 1980. Il codice,

unico oggi ad essere di proprietà di un privato, ha avuto una storia diversa rispetto agli altri; estraneo all'eredità del Melzi, risulta essere di proprietà dello scultore milanese Guglielmo della Porta già nel 1537. Le vicende successive di questo codice non sono note, dato che ricompare solo attorno al 1690 acquistato da Giuseppe Ghezzi, che nel 1717 lo vende a Thomas Coke conte di Leicester. Il codice rimane di proprietà degli eredi del conte fino al 1980, quando, messo all'asta, viene acquistato da Armand Hammer per 5,6 milioni di dollari. Nel 1990, alla sua morte, il petroliere collezionista lascia il codice all'Armand Hammer Museum of Art and Cultural Center dove però rimane poco. Solo pochi anni dopo è di nuovo messo in vendita e l'11 novembre 1994 acquistato da Bill Gates per 30 milioni 802.500 dollari.

Ecco in sintesi la storia dei codici di Leonardo, un'avventura bibliografica e intellettuale che muove da cinque secoli energie e passioni di decine di appassionati e studiosi. In maniera schematica quindi, parlando di "codici di Leonardo", si fa riferimento alle seguenti dieci raccolte:

1. il **Codice Atlantico**, conservato presso la Biblioteca Ambrosiana a Milano, che raccoglie studi e appunti risalenti al periodo 1478-1518, riferiti a matematica, astronomia, meccanica, botanica, zoologia, arti militari, geografia, chimica, anatomia, studi sugli automi, pittura e scultura, ottica e prospettiva, teoria delle luci e delle ombre, studi di dipinti (Adorazione dei Magi, Leda, Battaglia di Anghiari), schizzi per monumenti, favole e meditazioni filosofiche;
2. la **Raccolta di Windsor**, conservata presso il Castello di Windsor, nella Royal Collection, che raccoglie scritti e studi del periodo 1478-1518, che vertono su anatomia, paesaggi, figure, profili e caricature, cavalli, pittura (studi per alcuni dipinti come la *Vergine delle Rocce* e il *Cenacolo*), rebus, emblemi e allegorie;
3. il **Codice Arundel**, conservato presso il British Museum di Londra, con scritti di tutto il periodo 1478-1518, che fanno riferimento a matematica, meccanica, ottica, architettura, sistemi di respirazione per il palombaro;
4. i **Codici dell'Istituto di Francia**, che si trovano a Parigi, presso l'Institut de France e consistono in ben 12 codici distinti, di solito indicati con lettere maiuscole che vanno dalla A alla M; essi raccolgono scritti e studi del periodo 1492-1516, riferiti a geometria, ottica, meccanica, idraulica, arti militari, volo degli uccelli, argomenti vari (come alcuni appunti sul Cenacolo)
5. il **Codice Forster**, che si trova presso il Victoria and Albert Museum, di Londra, ed è in realtà composto da tre codici numerati da I a III,

contenenti scritti e appunti del periodo 1493-1505, relativi a geometria, fisica, architettura, idraulica e argomenti vari (tra cui appunti sul Cenacolo);

6. il **Codice sul volo degli uccelli**, che si trova a Torino, presso la Biblioteca Reale, risalente al 1505, ovviamente con studi sul volo degli uccelli, analizzato meccanicamente con riflessioni sulla funzione delle ali, la resistenza dell'aria, sulle correnti e sui venti, con la finalità di arrivare alla costruzione di un aliante (in generale di una macchina volante);
7. il **Codice Leicester** (ex Codice Hammer), che fa parte della Collezione Gates, a Seattle, con scritti del periodo 1504-1506, e contiene studi e appunti relativi alla idrodinamica e alla astronomia;
8. il **Codice Trivulziano**, conservato a Milano, presso la Biblioteca Trivulziana del Castello Sforzesco, del periodo 1487-1490, che racchiude interessanti note sugli studi da autodidatta, alternati ad appunti di architettura militare e religiosa;
9. i **Codici di Madrid**, conservati presso la Biblioteca Nacional della capitale spagnola, e che sono in realtà divisi nel codice A e nel codice B, che fanno riferimento al periodo 1490-1505, con scritti su geometria e meccanica, ottica e prospettiva, pittura (Battaglia di Anghiari);
10. il **Codice Ashburnham**, anch'esso a Parigi, presso l'Institut de France, con studi di pittura e scritti di argomenti vari del periodo 1489-1492.

Vi è poi il cosiddetto *Libro di Pittura*, conservato presso la Biblioteca Apostolica nella Città del Vaticano (Urbinate lat. 1270): esso probabilmente fu realizzato da Francesco Melzi, a partire dalle annotazioni di Leonardo da Vinci.

La matematica nei manoscritti

L'attività matematica nei manoscritti di Leonardo dev'essere distinta in due fasi, una "prima" dell'incontro con Luca Pacioli e una "dopo" l'incontro con il frate di Borgo San Sepolcro.

Aritmetica e Geometria

Innanzitutto le frazioni proprio non sembrano molto chiare nei primi scritti leonardeschi. Ad esempio in Codice Atlantico, foglio 191 v., Leonardo scrive "... sarà $\frac{12}{12}$ cioè $\frac{1}{0}$".

Poco più avanti trasforma i numeri $1\ \frac{1}{12}$, $1\ \frac{1}{6}$, $1\frac{1}{2}$ in frazioni improprie (ottenute svolgendo le usuali addizioni con le frazioni) $\frac{13}{12}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{3}{2}$; quindi svolge la

somma delle tre frazioni giungendo al risultato $\frac{216}{78}$, che è del tutto sbagliato: sembra infatti che Leonardo non riconosca il numero 12 come denominatore comune, proponendo il numero 78 come denominatore comune alle frazioni da sommare.

Sempre nel Codice Atlantico, foglio 665 r., troviamo la moltiplicazione della frazione $\frac{2}{2}$ per sé stessa, ovvero "... $\frac{2}{2}\times\frac{2}{2}=\frac{4}{2}$," cioè 2. Deduce quindi dal calcolo che $\sqrt{2}=\frac{2}{2}$.

Generalizzando il risultato si trova quindi scritto che $\sqrt{3}=\frac{3}{3}$, $\sqrt{4}=\frac{4}{4}$, …

Queste uguaglianze non sembrano essere una svista, dato che vengono riprese e confermate altrove nei manoscritti. Ad esempio nel Codice Arundel, foglio 200 r. Anzi vengono estese alle radici cubiche.

Qualche foglio più avanti, sempre nel codice Arundel, troviamo un altro errore evidente: $\frac{2}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{4}{4}$.

Il disagio di Leonardo con le operazioni tra le frazioni, così come con le radici quadrate, ma in generale con gli strumenti elementari dell'aritmetica e le proporzioni stesse, è evidente nei manoscritti. Rimando allo studio di Augusto Marinoni, che ha trattato con grande attenzione questi aspetti.

La geometria prima dell'incontro con Luca Pacioli, è soprattutto presente nei codici A, B e Forster. Ad esempio è grande l'interesse nelle costruzioni dei poligoni regolari con riga e compasso: le divisioni della circonferenza in 3, 4, 5, 6, 7, 8 e più parti uguali, fino al caso massimo di 48 lati, come compare nel Codice A, foglio 11 v. In realtà queste divisioni compaiono in diversi Codici e su pagine sparse. Della costruzione del pentagono regolare sono date due versioni distinte. Leonardo non fornisce spiegazioni delle procedure usate, anche se a volte dichiara di volerne dare la "ragione" (dimostrazione). In effetti comunque non si tratta di dimostrazioni, ma solo di spiegazioni, spesso approssimate. Il più delle volte le costruzioni risultano solo approssimate come, ad esempio, nel Codice Forster III, nei fogli 68 v e 69r, dove viene affrontata la costruzione del quadrato somma di due quadrati dati. Gli appunti di Leonardo che riguardano la matematica sono sempre in volgare: questo indica che nei suoi taccuini riportava quello che riusciva a capire, anche facendo ampie traduzioni di altri testi, cosa che fece ad esempio con interi brani della *Summa* di Luca Pacioli. Da questo punto di visto è significativo il contenuto del codice M, dove Leonardo ripercorre l'opera di Euclide nella versione del Campano, incluse molte note critiche dell'Autore. La definizione

di linea retta, la disuguaglianza triangolare, la somma degli interni ad un triangolo, l'uguaglianza dell'angolo esterno al triangolo con la somma degli angoli interni non adiacenti, sono alcuni dei risultati della geometria di Euclide, proposti dal Campano e che possiamo ritrovare nel Codice M: testimonianza dell'impegno nello studio della geometria di Leonardo all'età di 44 anni. Anche nel Forster II sono presenti molti appunti matematici, relativi al periodo a cavallo fra il prima e il dopo l'incontro con Luca Pacioli (1495-1497).

L'incontro con Luca Pacioli

Nel 1494 a Venezia esce l'edizione a stampa, e finalmente non in latino, dell'opera enciclopedica di Luca Pacioli: *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*. Leonardo ne acquista una copia che ordina da Milano e paga 119 soldi, come annota nel Codice Atlantico, foglio 288 r. La studia con la necessaria attenzione e ne trae numerose ispirazioni, fino a riassumere i capitoli relativi alla teoria delle proporzioni nel Codice Madrid 8936. Viene inoltre affascinato da alcuni argomenti di geometria, che diventeranno ricorrenti nei suoi studi successivi: la teoria delle lunule e la quadratura del cerchio.

L'incontro tra Leonardo e Luca avviene a Milano nel 1496, quando il secondo è incaricato dal Duca di insegnare pubblicamente la matematica. Fra i due nasce immediatamente amicizia e reciproca stima, con frequenti scambi di visite e favori. È proprio Pacioli che, nelle prime pagine del *De divina proportione*, ricorda lo "scientifico duello" avvenuto presso la corte di Ludovico il Moro il 9 febbraio 1498, alla presenza di ecclesiastici, teologi, medici, ingegneri ed "inventori di cose nuove", tra i quali è inserito Leonardo. Con la frequentazione e la guida di Luca Pacioli, l'interesse di Leonardo per la geometria cresce sempre di più.

Molte cose nella matematica di Leonardo cambiarono, dopo che Luca Pacioli gli dedicò del tempo per spiegare i testi della matematica greca, a partire dagli *Elementi* di Euclide. Divenne chiaro il significato di "dimostrazione" e l'uso della denominazione di "avversaria" per l'enunciato da refutare. La geometria diventa più colta, i problemi che ritroviamo negli appunti sono spesso tratti dall'opera di Luca Pacioli, e spesso fanno riferimento diretto a quelli presenti nei volumi di Euclide. Inoltre, Leonardo studia le proporzioni della figura umana secondo le indicazioni di Vitruvio, indicate nel *De Architectura*, dove tutto si basa sui rapporti del numero aureo. Anche Albrecht Dürer impostò studi analoghi, facilmente accostabili all'uomo vitruviano di Leonardo da Vinci. Nei disegni e nelle riflessioni dei codici di Leonardo il tema della sezione aurea è frequentissimo, ma i calcoli restano piuttosto maldestri e

approssimativi. Nel Codice K, foglio 74 v., c'è la divisione della "linea" (segmento), in sezione aurea, usando la Proposizione XXI del Libro II di Euclide ("dividere una retta [segmento] data in modo che il rettangolo compreso da tutta la retta e da una delle parti sia uguale al quadrato della parte rimanente"). Leonardo trova le misure 4 e 8, che sono valori piuttosto distanti dai corretti valori numerici, che sono comunque numeri irrazionali.

Molte pagine sono dedicate ancora alle frazioni e alle proporzioni, spesso collegate a problemi aritmetici come usuale in quell'epoca. Per risolvere proporzioni con un termine incognito, Leonardo ricorre al metodo della "falsa posizione" ("regula falsi"), ormai caduto in disuso, in realtà noto fin dai tempi più antichi. Già nel papiro di Rhind, per risolvere alcune equazioni (di solito di primo grado), l'incognita veniva indicata con il termine *aha*, spesso tradotto come "mucchio" (Franci, Toti Rigatelli, 1979, pagg. 19-20). Si voglia determinare il numero che aggiunto al proprio quinto dà come somma 48, ovvero $\square + \frac{\square}{5} = 48$.

Effettuiamo la falsa posizione $\square = 5$, cioè un valore che sappiamo già non essere quello corretto, infatti, sostituendo: $5 + \frac{5}{5} = 6 \neq 48$. Se, ora, si trova un multiplo di 6 (il valore ottenuto sostituendo) risulta uguale al valore cercato, in questo caso 48, allora lo stesso multiplo di 5 è la soluzione cercata: Siccome $6 \times 8 = 48$, allora $5 \times 8 = \square$, quindi x=40.

La nuova padronanza con le frazioni, comunque, non mette al riparo Leonardo dagli errori.

L'interesse profondo di Leonardo per la matematica lo porta a scrivere, come premessa al suo trattato sull'anatomia: "Non mi legga chi non è matematico nei miei principi". Bisogna puntualizzare che il termine "matematica" resta per Leonardo piuttosto vago: infatti nel Codice G, foglio 96v, scrive: "Delle scienze - Nessuna certezza è dove non si po applicare una delle scienze matematiche, ovver che non sono unite con esse matematiche", e nel Codice E, foglio 8v, afferma: "La meccanica è il paradiso delle scienze matematiche, perché in quella si viene al frutto matematico".

Un altro tema amato da Leonardo, è dato dai cosiddetti "problemi classici della geometria": la quadratura del cerchio, la trisezione dell'angolo e la duplicazione del cubo. Gli stessi Greci in realtà fornirono soluzioni diverse ai tre problemi, ma non attraverso l'uso esclusivo di riga e compasso, che era il vero obiettivo della loro geometria.

Nel Codice Atlantico, foglio 161r, Leonardo presenta due cubi, uno di lato 4 e l'altro di lato 5, affermando che il secondo ha volume doppio del primo e in verità non è lontano dal valore esatto in quanto la radice cubica di

128 (il volume doppio) è 5,039, la differenza di questo con 5 è davvero minima. Vediamo qui che tale soluzione è empiricamente ragionevole, ma dal punto di vista matematico inaccettabile. Leonardo fornisce una diversa soluzione sempre nel Codice Atlantico, al foglio 588r, dove viene presentata una soluzione che già circolava nella Grecia di Platone.

Le questioni relative al volume compaiono spesso nei codici: in Madrid 8936, foglio 50r, c'è la divisione di una piramide in parti uguali; in Forster I, foglio 28v e foglio 34r, la trasformazione di parallelepipedi e cubi dati in altri aventi lati assegnati; nel Codice Atlantico e nell'Arundel si studia l'equivalenza delle figure piane.

Lo studio di queste trasformazioni e il teorema di Pitagora, spesso presente nei Codici, portano Leonardo a promettere grandi cose come in Codice Atlantico, foglio 428r. Una delle passioni più forti e durature fu proprio il problema della "quadratura" delle figure curvilinee, ovvero la costruzione del quadrato avente la stessa area della figura assegnata, come la bellissima sequenza di 180 esercizi sulla formazione di figure raccolte nel Codice Atlantico, foglio 455r: le figure vengono cambiate in continuazione ma deve restare costante il rapporto fra la superficie bianca (superficie del quadrato) e la parte colorata (segmenti circolari). In effetti comunque, più che la competenza matematica, Leonardo sembra stia usando la fantasia del pittore.

In questo contesto non sorprende l'interesse di Leonardo per le lunule, ovvero la parte del semicerchio tracciato sul lato di un triangolo isoscele esterna al semicerchio costruito sulla base dello stesso quadrato. Il matematico Ippocrate di Chio (vissuto nel V secolo a.C.) aveva già dimostrato che l'area della lunula è la metà dell'area del triangolo considerato, determinando così una quadratura con riga e compasso di una figura curvilinea (la lunula stessa). Per Leonardo questo risultato fu una sorta di spinta ad insistere sulla via della quadratura del cerchio con riga e compasso, spinto anche dal pensiero di Leon Battista Alberti, di cui Leonardo era un lettore costante. In molte occasioni Leonardo fornisce idee e soluzioni al problema, ma solo di soluzioni approssimate si trattava, anche perché il problema non è risolubile per via elementare, cioè con riga e compasso, come sarà dimostrato solo molto più tardi. Il valore del rapporto fra una circonferenza e il suo diametro è in effetti un numero irrazionale e nemmeno algebrico, diciamo oggi, e lo indichiamo con π. Un valore per tale numero approssimato era noto già dai tempi di Archimede, che aveva costruito poligoni regolari inscritti e circoscritti alla circonferenza. Lo stesso sembra fare Leonardo nei codici Windsor, Madrid, Atlantico.

Il ruolo del disegno e della pittura

Fin dal periodo fiorentino, la rappresentazione delle cose era per Leonardo molto di più di una richiesta di realismo, o una semplice abilità tecnica. Attraverso il disegno l'occhio di Leonardo tentava di cogliere le forze vitali, la quintessenza della realtà. L'eccezionale abilità permetteva a Leonardo di disegnare i complessi vortici dell'acqua in moto turbinoso o il rapido movimento di un uccello in volo con una precisione e un metodo sconosciuti alla sua epoca e che la tecnologia consentirà di eguagliare solo molto tempo dopo. Considerava l'occhio lo strumento più importante sia come pittore che come studioso della natura: "L'occhio, che si dice finestra dell'anima, è la principale via donde il commune senso può più coppiosa et magnificamente considerare le infinite opere della natura" si legge nel trattato della Pittura (Capitolo 19). Quindi l'approccio alla conoscenza scientifica era visivo: la scienza passava dalla pittura; infatti troviamo nel Codice Ashburnham, foglio 19v: "La pittura abbraccia in sé tutte le forme della natura".

Su questa affermazione bisogna riflettere per comprendere la scienza e la matematica di Leonardo da Vinci. "Per Leonardo la pittura è tanto un'arte quanto una scienza, una scienza delle forme naturali, molto diversa dalla scienza meccanicistica che sarebbe emersa duecento anni più tardi" afferma F. Capra (*La scienza universale*, 2007). E aggiunge: "Per tutta la vita Leonardo studiò, disegnò e dipinse le rocce e i sedimenti della terra plasmati dall'acqua, la crescita delle piante modellata dal loro metabolismo e l'anatomia dei corpi degli animali (e degli uomini) in movimento".

Leonardo nei suoi disegni anatomici, ad esempio, ma lo stesso può essere detto per i disegni delle sue incredibili macchine, non inseguiva la rappresentazione fedele di quanto aveva sotto gli occhi o dell'oggetto che voleva fisicamente realizzare: il suo disegno è molto simile ad uno schema universale, in cui è possibile rintracciare tutto quanto serve a descrivere il funzionamento dell'organo o della macchina oggetto di studio. Verrebbe da dire, con qualche libertà, che il disegno costituisce la realizzazione di un "modello" astratto, ma universale. Un oggetto simile a quello che facciamo oggi in matematica o meglio nelle scienze, quando per una descrizione quantitativa di un fenomeno, se ne costruisce il modello matematico: ovvero l'insieme delle leggi matematiche che collegano le grandezze fisiche in gioco e le loro mutue corrispondenze e relazioni. In fondo, senza appoggiarsi al linguaggio, astratto, della matematica, Leonardo realizzava qualcosa di molto simile, facendo ricorso alla capacità di sintesi del suo occhio e alla capacità di rappresentazione della sua mano sinistra.

I suoi disegni, così come, in forma analoga, le sue pitture, permettono a Leonardo di comprendere il fenomeno naturale, ovvero mettere in relazione le sue parti fra di loro e il tutto con altri fenomeni, attraverso schemi logici di grande significato. Dice ancora Capra (2007, pag. 25): "Quando studiava le proporzioni del corpo umano, le paragonava alle proporzioni degli edifici rinascimentali. Le indagini che condusse sui muscoli e sulle ossa lo portarono a studiare e a disegnare ingranaggi e leve, mettendo così in connessione la fisiologia animale e l'ingegneria. Le configurazioni dell'acqua turbolenta lo portarono a osservare comportamenti simili nei flussi d'aria; e da lì passò a esplorare la natura del suono, la teoria della musica e la forma degli strumenti musicali". E così la sua pittura cessava d'essere soltanto opera d'arte per trasformarsi in uno strumento d'indagine per una grandissima gamma di fenomeni naturali, da rappresentare con il disegno.

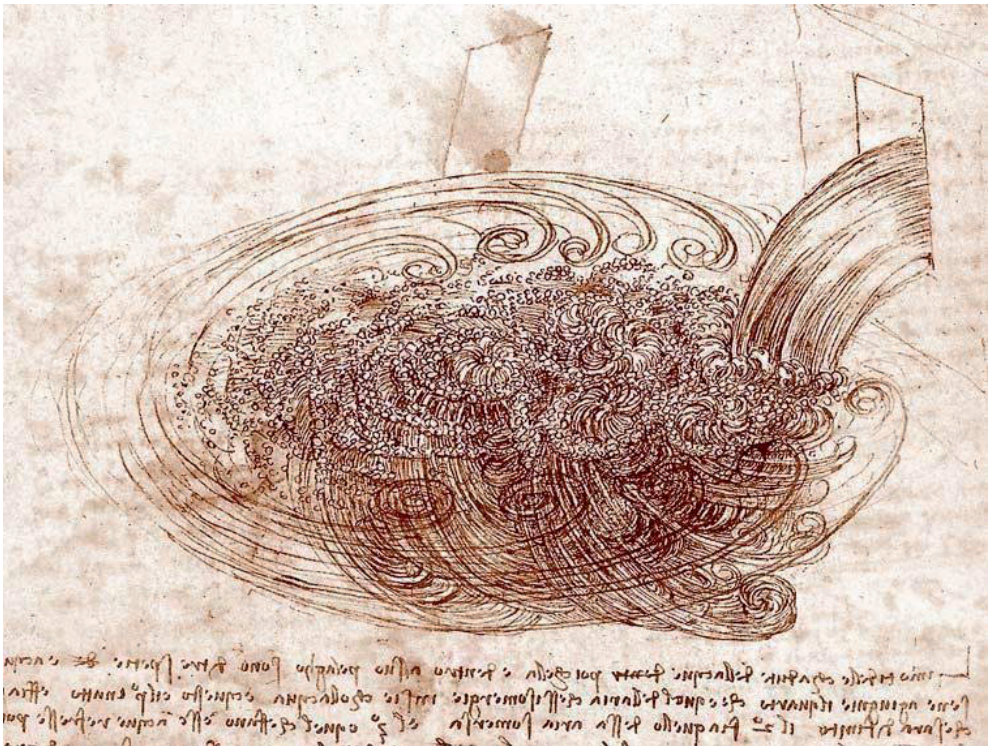
La matematica dell'epoca non metteva a disposizione di Leonardo gli strumenti necessari a descrivere le forme organiche naturali. Per questo egli sperimentò una matematica nuova, che andava ben oltre la geometria classica di Euclide, troppo statica nei suoi principi per poter affrontare in modo adeguato il moto e la metamorfosi della natura. Leonardo quindi utilizzò la sua mano sinistra per realizzare meticolosi disegni, attenti a rappresentare ogni mutazione e ogni movimento. La sua straordinaria destrezza nel disegno divenne strumento ideale per rappresentare su carta i suoi modelli concettuali.

La progressione piramidale

"Tutte le cose mandano all'occhio per linie piramidali la loro similitudine. Linie piramidali intendo esser quelle, le quali si partono dai superfiziali stremi de' corpi, e per distante concorso si conducano a un solo punto… collocato nell'occhio" (Codice A, foglio 10r). Dallo studio della prospettiva, Leonardo acquisisce grande padronanza nella rappresentazione e nell'uso di triangoli e piramidi per esprimere, tramite la geometria euclidea, le proprietà delle progressioni aritmetiche: in una successione di triangoli isosceli, della stessa altezza, le basi formano una progressione aritmetica e anche le lunghezze dei lati obliqui. Leonardo indica con "piramidi" questi triangoli e così definiva come "piramidale" ogni progressione aritmetica. Nel Codice M, foglio 59v, troviamo un triangolo isoscele ("piramide") con una successione di basi individuate da piccoli cerchi e numeri che vanno da 1 a 8. All'interno del triangolo le lunghezze crescenti delle basi vanno ancora dall'1 all'8. E c'è l'annotazione: "La piramide [...] in ogni grado della sua lunghezza acquista un grado di larghezza, e così tale proporzione d'acquisto si trova in proporzione aritmetica, perché li eccessi sempre sono equali". Questo schema consente a

Leonardo di esprimere la legge di linearità fra velocità e tempo nella caduta di un grave. La progressione "piramidale" fu a lungo ritenuta in grado di descrivere tutte le relazioni quantitative fra le variabili fisiche. Solo negli ultimi anni della sua vita prese in considerazione l'esistenza di altre relazioni funzionali fra le variabili fisiche. Ma in quel tempo, ormai, il suo interesse era concentrato verso un altro tipo di matematica.

Il disegno stesso ebbe una evoluzione: nel Codice Windsor, foglio 42r, c'è un celebre disegno, noto come "Acqua che cade su acqua" che non è affatto una rappresentazione realistica del getto d'acqua che cade nella pozza, quanto un complesso diagramma dell'analisi sui vari tipi di turbolenza provocate dall'impatto del getto, insomma una sintesi di osservazioni ripetute, rese in forma di modelli teorici.



Daniel Arasse, insigne storico dell'arte, nel suo studio "Leonardo da Vinci. Il ritmo del mondo", scritto nel 1998, ma pubblicato in italiano solo nel 2019 per Jaca Book, segue il processo intellettuale e le profonde motivazioni che lo guidano nella trascrizione del ritmo del mondo in ognuna delle sue opere, sia pittoriche che architettoniche, militari e anatomiche. In Leonardo schizzi,

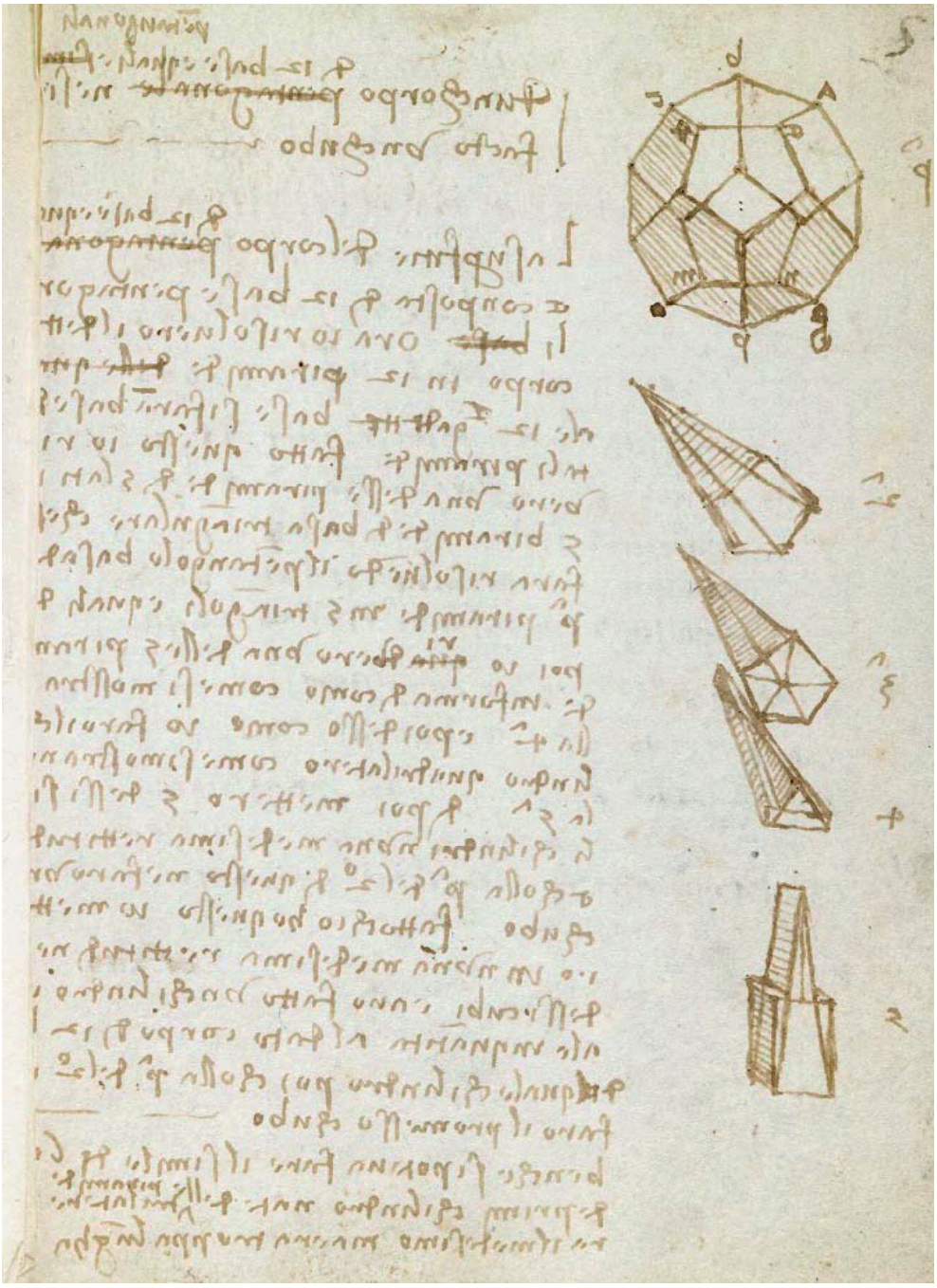
disegni e dipinti riflettono lo stesso approccio combinato con il desiderio di sperimentazione e innovazione. Il ritmo interiore della creazione e la necessità di seguirlo costituiscono un elemento essenziale della sua produzione e incarnano una pratica estrema, tutta "moderna" di modulazione incessante della forma, una dinamica trasformativa che combina ordine e disturbo, laboratorio e officina, introspezione ed estroversione. Nell'analisi di Arasse, ogni volta che Leonardo rende nel disegno i contorni precisi degli oggetti, il risultato non è una immagine realistica, piuttosto produce un modello concettuale e, aggiungo, funzionale. Al contrario ogni volta che egli produceva immagini realistiche, ricorreva alla sua famosa tecnica "dello sfumato", in modo da rendere l'oggetto così come appare realmente all'occhio umano. Per questo il disegno, fondamento della pittura, ha in Leonardo il valore di "concetto".

"DE TRASFORMAZIONE"

L'incontro con Luca Pacioli permise a Leonardo di addentrarsi nelle conoscenza della matematica (in particolare della geometria): riuscì ad avvicinarsi ai testi di Euclide e per circa otto anni studiò diligentemente i testi di Euclide e anche di Archimede, traducendo quanto leggeva e quanto gli spiegava l'amico Luca, in appunti pieni naturalmente di disegni. Ben presto si concentrò sulla capacità di rappresentare variabili continue; in Codice Madrid II, foglio 67r, si legge "Le scienze matematiche [...] son solamente due, delle quali la prima è l'aritmetica, la seconda la geometria. Che l'una s'astende nella quantità discontinua, e l'altra nella continua." La geometria diventa quindi lo strumento migliore per descrivere movimenti e trasformazioni che il suo occhio coglieva in natura e che la sua mano così abilmente riusciva a rappresentare e modellare. Ma si rese conto che quella di Euclide non era sufficiente: "Leonardo non poteva concordare a lungo con l'ordine euclideo, giacché quest'ultimo contrastava con la sua concezione di vita"(Kenneth Clark, 1989). La sua concezione della geometria è naturalmente dinamica. Basta ricordare le definizioni degli elementi geometrici di base: "La linia si fa col moto del punto"; "Superfizie è fatta dal moto della linia, mossa in traverso della sua rettitudine il corpo è fatto dal moto che ha spazio della superfizie." (Codice Codice Arundel, ai fogli 190v e 266r.) È interessante inoltre l'analogia segnalata fra un segmento di linea e la durata dell'intervallo di tempo: "La linia ha similitudine colla lunghezza d'un tempo, e siccome i punti son principio e fine della linia, così l'istanti son termini di qualunque dato spazio di tempo." Gli appunti di Leonardo propongono svariate analisi di traiettorie: proiettili e palle che rimbalzano, getti d'acqua che finiscono in pozze o che rimbalzano, suoni che si propagano e si riverberano in forma di eco. Ad esempio la serie di

getti d'acqua che fuoriescono da un otre sottoposto a pressione, che è raffigurato nel Codice C, foglio 7r. Secondo alcuni studiosi in questi diagrammi, dove le traiettorie dipendono da un solo parametro (nel caso in specie le diverse inclinazioni dell'ugello), c'è una sorta di anticipazione dei concetti di funzione, di variabile e di parametro che saranno rigorosamente definite soltanto un paio di secoli più tardi.

Un altro aspetto originale della geometria leonardesca, assieme alla sua natura dinamica, è l'introduzione, fra i primi nella storia, delle trasformazioni continue delle curve, sia rettilinee che curvilinee. In maniera molto moderna, potremmo dire che la geometria di Leonardo è uno studio di invarianti, ovvero grandezze/elementi che, nel cambiamento delle curve e delle figure, restano invariate. E la prima proprietà che può essere conservata è il volume: "D'ogni cosa che si move, tant'è lo spazio ch'ella acquista, quanto quello ch'ella lascia." (Codice M, foglio 66v). Ma l'occhio di Leonardo lo conduce verso un principio generale: non è un singolo caso specifico, ma l'invarianza dello spazio occupato vale sia per i corpi rigidi, che per i corpi duttili, come i fluidi. Per il flusso d'acqua di un fiume, lascia scritto nel foglio 781r del Codice Atlantico: "Se l'acqua non si accresce o diminuisce al fiume, il quale sia di varia tortuosità, larghezza e profondità, ella passerà con equali tempi, con equal quantità per tutti li gradi della lunghezza del predetto fiume". C'è da pensare che fu questo fatto a far intuire a Leonardo la possibilità di un nuovo tipo di geometria dinamica delle trasformazioni, quella "geometria che si fa col moto", basta sulla conservazione dei volumi, capace di descrivere i continui movimenti e le continua trasformazioni dell'acqua stessa e delle altre forme naturali, con la matematica precisione appresa dai testi di Euclide. La geometria diventa quindi un modello semplificato e non necessariamente realistico, utile a studiare le caratteristiche di un oggetto reale. Nei primi 40 fogli del Codice Forster I sono raccolti molti esempi di trasformazioni rettilinee, sotto un titolo interessante: "Libro intitolato De Trasformazione", cioè "d'un corpo in un altro sanza diminuzione e accrescimento di materia", intendendo la materia non come massa, ma come volume. Dalla geometria euclidea aveva appreso che triangoli o parallelogrammi, anche di forme diverse, conservano la stessa area se hanno basi e altezze uguali, quindi si estende il ragionamento ai casi solidi. Nell'esempio più sofisticato, Leonardo trasforma un dodecaedro (con 12 facce pentagonali) in un cubo avente lo stesso volume.



Nel foglio 7r del Codice Forster, sono rappresentate le quattro fasi dell'operazione:

1. Divide il dodecaedro in dodici piramidi uguali con base pentagonale.
2. Divide ciascuna di queste piramidi in cinque piramidi a base triangolare, per un totale di 60 piramidi uguali.
3. Trasforma la base triangolare in un rettangolo di ugual area, in modo da mantenere invariato il volume di ciascuna piramide.
4. Assembla le 60 piramidi rettangolari in un cubo che ha evidentemente lo stesso volume del dodecaedro iniziale.

In realtà, Leonardo nelle stesse pagine, presenta anche il percorso inverso, passando da questo cubo finale al solido iniziale, indicando quindi l'invertibilità del processo geometrico prodotto. Affronta il tema della trasformazione delle figure curvilinee, partendo, forse, dalla trasformazione del cerchio in ellisse e viceversa, come compare nel Codice di Madrid II, foglio 72r, laddove la relazione che lega la "figura ovale" al parallelogramma è la stessa che lega il cerchio al quadrato.

"DE LUDO GEOMETRICO"

Nel quadro della geometria delle trasformazioni si ritrova il tema della quadratura del cerchio, che appassionò Leonardo per un periodo di tempo molto lungo, circa 12 anni, e con grande dedizione, quasi un'ossessione. Nel foglio 112r, Codice di Madrid II, è annotato: "La nocte di Sancto Andrea trovai il fine della quadratura del cerchio; e in fine del lume e della notte e della carta dove scrivevo, fu concluso, al fine dell'ora". Quindi dopo una delle tante notti passate a cercare di quadrare il cerchio, era giunta l'illusione d'aver risolto il problema, ma ben presto lo stesso Leonardo comprese di essersi illuso. Sono da ricordare comunque i due metodi utilizzati.

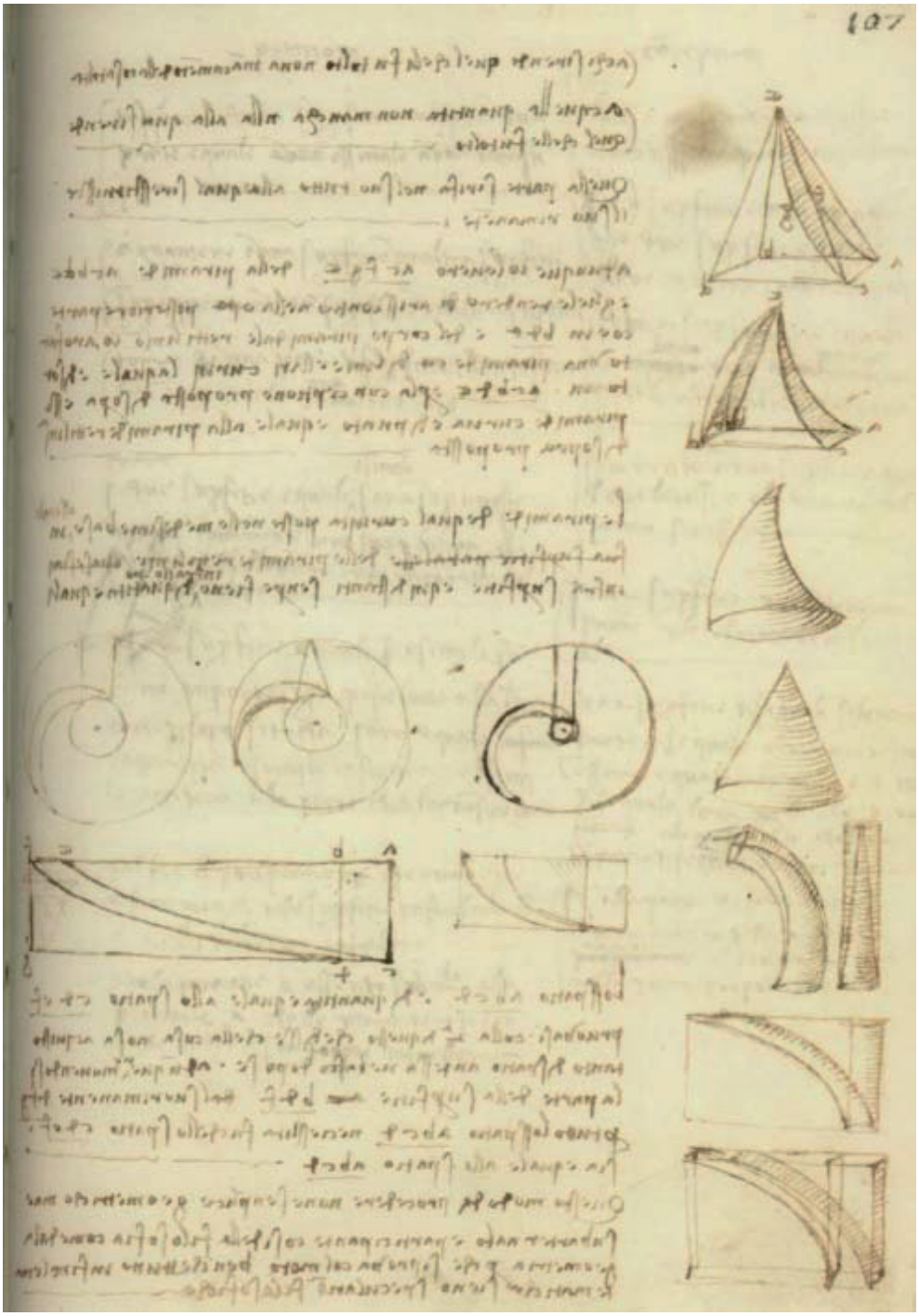
Nel primo caso, egli suddivise il cerchio in un certo numero di settori, ciascuno dei quali poteva essere scomposto a sua volta in un triangolo e in un piccolo segmento circolare; cambiando la disposizione dei settori in modo che potessero formare un rettangolo approssimato avente per lato minore il raggio e per lato maggiore la semicirconferenza. Ripetendo la stessa procedura con un numero sempre maggiore di triangoli, la figura si avvicina a quella di un rettangolo di area uguale a quella del cerchio, quindi $\square = \square(\frac{\square}{2}) = \square \quad ^2\square$. In questo metodo c'è una astrazione tutt'altro che banale: l'intuizione di limite. Possiamo dire infatti che Leonardo lo avesse compreso: "Io quadro il cerchio meno una porzione tanto minima quanto l'intelletto possa immaginare, cioè quanto il punto visibile." (Codice Windsor, foglio 121r) e "[ho] finito lì contro

vari modi di quadrare li circoli [...] e dato le regole da procedere in infinito" (Codice Atlantico, foglio 124v): sono due appunti piuttosto chiari sulla intuizione alla base del metodo.

Il secondo metodo deriva dal primo, ma è molto più pratico: dopo aver suddiviso il cerchio in un gran numero di piccoli settori, costruisce subito il rettangolo assegnando al lato minore una lunghezza pari al raggio e al lato maggiore metà della circonferenza resa in forma rettilinea, paragonando tale passaggio alla misurazione delle distanze con la ruota fatta rotolare. Leonardo estese tale procedimento al caso a due dimensioni, in modo da poter trasformare varie superfici curve in superfici piane equivalenti.

Leonardo sperimentò diversi metodi, inoltre, per rappresentare una sfera sul piano, in forma approssimata: una delle alternative consisteva nel tracciare linee parallele su una porzione di sfera, definendo una serie di strisce sottili. Stendendo queste strisce sul piano, si genera un triangolo approssimato.

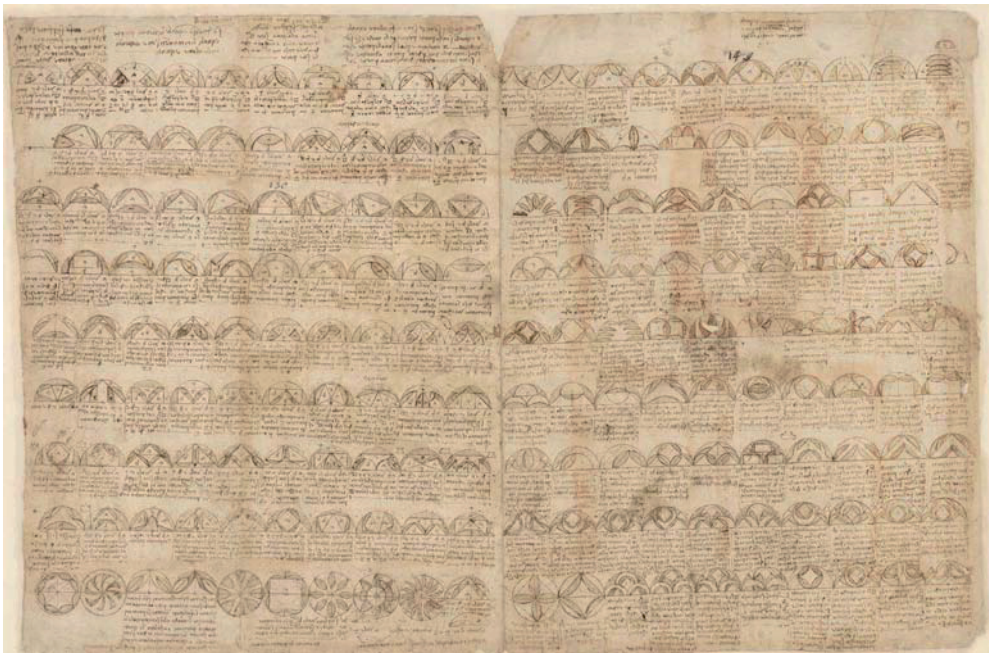
Leonardo operava fra figure geometriche a due e a tre dimensioni attraverso "trasformazioni continue", in movimento graduale o "flusso" di una figura nell'altra. Ma non lo faceva da artista, bensì secondo un metodo ben preciso: nel Codice Madrid II queste procedure sono illustrate e discusse sistematicamente. In tale codice, foglio 107r, egli illustra le sue tecniche di base disegnando gli schizzi di diverse trasformazioni su un'unica pagina.



In alto a destra Leonardo mostra come sia possibile staccare una porzione di piramide e riattaccarla al lato opposto per creare un solido curvilineo. Negli schizzi successivi un cono falcato viene ottenuto deformando gradualmente il cono di partenza. Al di sotto dei coni si illustra la «piegatura», quasi fosse un oggetto di metallo, di un cilindro entro cui è inscritto un cono. Gli ultimi schizzi in basso a destra sono esempi di scorrimenti paralleli. Al centro del foglio invece tre figure rettilinee vengono trasformate in spirali per scorrimento circolare. Nell'ultimo paragrafo spiega che quelli sono esempi di "geometria che si prova col moto", dando al movimento anche un ruolo dimostrativo delle proprietà studiate. Peraltro, le forme di molti di questi disegni ricordano forme spiraleggianti che vengono assunte dalle sostanze sospese in un liquido in rotazione, segno che la geometria leonardesca analizza le forme fisiche reali, soprattutto nei tanto amati moti turbolenti. Martin Kemp ha scritto: "Per quanto astratto fosse il problema geometrico, mai mancava in lui il senso del rapporto con forme reali o potenziali dell'universo fisico; e così si spiega il suo quasi irresistibile desiderio di ombreggiare diagrammi geometrici quasi ritraessero oggetti esistenti."(1981, p. 235).

Alcuni studiosi hanno interpretato questa attenzione di Leonardo nei confronti delle trasformazioni continue, in particolare la sua attenzione nei confronti degli invarianti che alcune trasformazioni posseggono, come una topologia primitiva, ma già in qualche modo strutturata, anticipando così i lavori successivi di Gottfried Wilhelm Leibniz sulla "geometria situs" del XVII secolo e quelli di Henry Poincaré del XIX secolo, ritenuto il fondatore della moderna topologia.

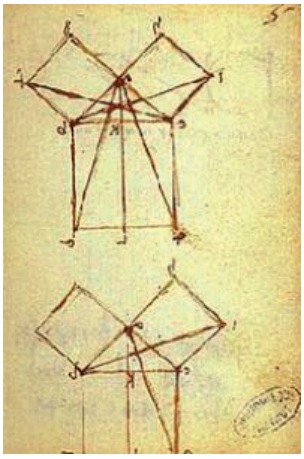
La quadratura del cerchio, con tutto il substrato di studio delle invarianze di volume e di area, e la costituzione di regole per le trasformazioni delle curve, portarono Leonardo a realizzare, nel periodo di permanenza a Roma, quando ormai aveva varcato i 60 anni d'età, un meraviglioso compendio di trasformazioni topologiche intitolato "De ludo geometrico" che oggi troviamo nel foglio 455 r del Codice Atlantico. In esso ritroviamo ben 176 diagrammi ottenuti intersecando con grande varietà cerchi, semicerchi, triangoli, quadrati. In passato queste pagine venivano classificate come un "puro passatempo intellettuale", come scrisse Kenneth Clark (1989, pag. 14). Ma ad un esame matematico quelle forme geometriche risultano tutte basate su rigorosi principi topologici. Ma questo argomento meriterà un approfondimento più avanti.

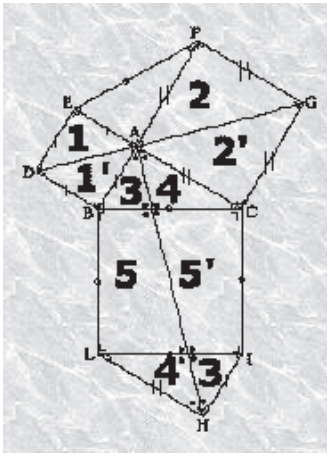


Leonardo e il teorema di Pitagora

È nota la dimostrazione prodotta da Leonardo da Vinci del teorema di Pitagora, utile a dimostrare l'interesse verso le "dimostrazioni" della geometria e anche per evidenziare l'importanza del disegno, inteso come costruzione geometrica, nella sua elaborazione teorica.

Nel foglio 3r del Codice K, a Parigi, Leonardo s'occupa dei teoremi di Euclide relativi ai triangoli rettangoli e propone una dimostrazione costruttiva del teorema di Pitagora, che possiamo riproporre con linguaggio contemporaneo.





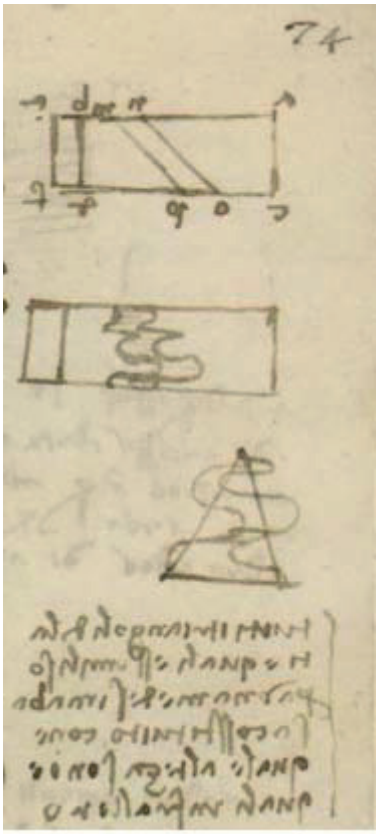
Dato il triangolo rettangolo ABC, di base BC (ipotenusa), retto in A si costruiscano sui due cateti i quadrati degli stessi. Di questi si uniscano i due vertici più vicini tra loro non adiacenti al triangolo; quindi i due opposti ad A sempre non adiacenti al triangolo. Si costruisca ora sull'ipotenusa il quadrato della stessa; quindi si costruisca sul lato opposto a BC un triangolo congruente ad ABC ruotato di 180° sia sulla base sia sull'altezza. Infine si unisca con una retta l'angolo retto del primo triangolo con quello del triangolo appena costruito.

DIMOSTRAZIONE:

L'angolo DAG risulta di 180° perché risulta somma dell'angolo retto BAC e dei due angoli di 45° DAB e GAC.
I triangoli AEF e ABC risultano congruenti per il primo criterio di congruenza, infatti:
gli angoli BAC ed EAF sono congruenti perché sono opposti al vertice;
EA=BA perché lati di uno stesso quadrato;
FA=AC perché lati di uno stesso quadrato.
I quadrilateri DEFG e DBCG sono congruenti perché sono somma di figure congruenti, infatti:
I triangoli DBA e DEA sono congruenti, infatti:
DB=BA=EA=DE perché lati di uno stesso quadrato;
DBA=DEA=90° perché angoli di uno stesso quadrato;
I triangoli AFG e ACG sono congruenti, infatti:
AF=FG=GC=CA perché lati di uno stesso quadrato;
AFG=GCA=90° perché angoli di uno stesso quadrato;
E per la precedente dimostrazione sono congruenti anche AEF e ABC.
I poligoni ACIH e ABLH risultano congruenti per il criterio che afferma la congruenza di due poligoni che hanno lo stesso numero n di lati, quando hanno (n-1) angoli congruenti e i lati tra essi compresi, in questo caso:
ACB=ILH perché risultanti dall'incrocio di due fasci di rette parallele (LH//AC CB//LI)
BAH=AHI perché alterni interni rispetto a HI//BA;
LHA=CAH perché alterni interni rispetto a LH//AC;
AC=LH per ipotesi;
CI=BL perché lati di uno stesso quadrato AB=HI per ipotesi.
Lo stesso si può dire dei poligoni: DBCG e ACHI, in quanto hanno (n-1) lati congruenti e gli angoli tra essi compresi. infatti:
CG=AG perché lati di uno stesso quadrato
CI=BC perché lati di uno stesso quadrato
HI=DB per proprietà transitiva (HI=AB=DB)
ACG=BCI perché di 90°

ACB è in comune
HIL=ABC per dimostrazione precedente
ABD=CIL perché di 90°
Quindi, guardando la figura, possiamo dire che: ***(1+1')+(2+2')=(5+5')*** *per differenza di figure congruenti.*

La geometria nei manoscritti



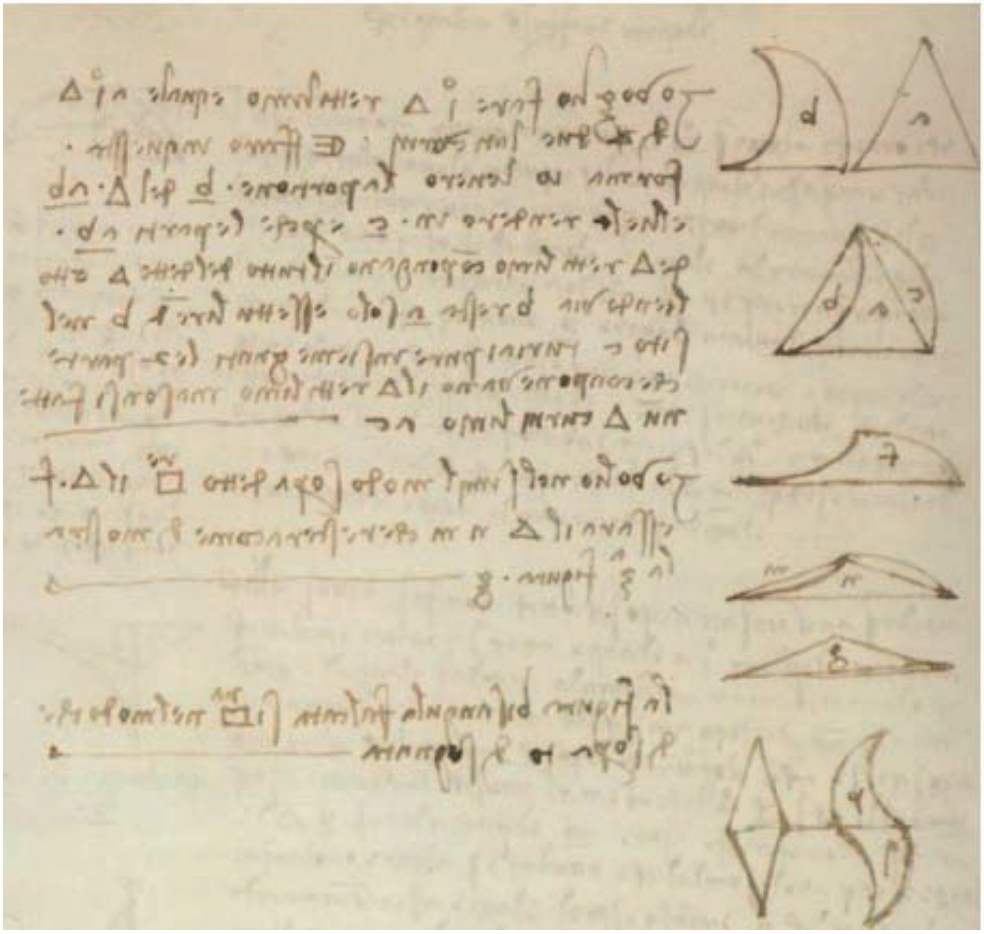
Proviamo ora a leggere i manoscritti di Leonardo con gli occhi del matematico moderno, seguendo gli studi di Matilde Macagni (1992b), ripresi da Fritjof Capra (2007).

Leonardo ha utilizzato tre tipi di trasformazioni curvilinee.

Il primo tipo è una trasformazione per traslazione. Una data figura con un lato curvilineo viene traslata in una nuova posizione in modo che la due figure si sovrappongono. La traslazione conserva le misure, quindi le due figure sono equivalenti, se si sottrae da entrambe la parte che hanno in comune, le

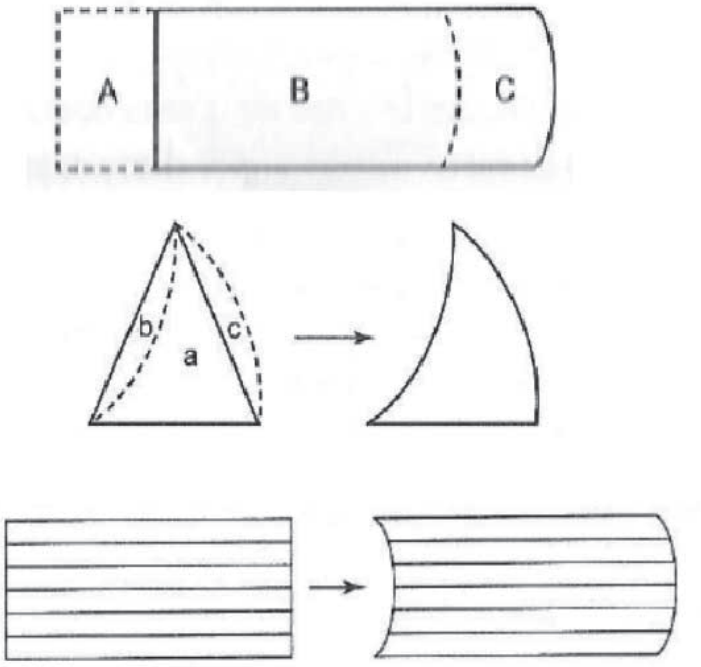
due parti esterne devono avere aree uguali (A=C). In questo modo abbiamo una prima quadratura: qualsiasi superficie delimitata da due curve identiche viene trasformata in una superficie rettangolare In realtà Leonardo è poco interessato al calcolo numerico delle aree, ma semplicemente a stabilire delle proporzioni. Un esempio si trova in Codice Madrid II, nel foglio 74r.

Il secondo tipo è una deformazione per falcata. Partendo da un triangolo si deforma un lato in una linea curva che viene posizionata al lato opposto: la nuova figura curvilinea ha la stessa area del triangolo originario (b=c). Nel Codice Madrid II, fogli 107r e 111v, si legge "Io leverò la porzione b del triangolo ab e liele renderò in c [...]. Se io rendo a una superfizie quello ch'io le tolsi, ella ritorna nel suo primo essere". Il nome dato a questi triangoli curvilinei è "falcate".



Il terzo tipo di trasformazione consiste in una deformazione graduale. Dato un rettangolo lo si suddivide in sottili strisce parallele, ciascuna delle quali viene spinta in una nuova posizione, in modo che le due linee rette verticali si trasformino in curve, naturalmente in dipendenza dello spessore di ciascuna striscia: più le strisce sono sottili, maggiore è la corrispondenza delle aree. Sotto questo ragionamento è evidente una intuizione che rimanda ai concetti del calcolo infinitesimale.

Dopo essersi dotato di tre trasformazioni "elementari", Leonardo si dedica al catalogo delle trasformazioni (Codice di Madrid II, foglio 107r) dove le tre trasformazioni elementari sono applicate a figure piane e anche solide. Con linguaggio contemporaneo, possiamo dire che le trasformazioni di Leonardo conservavano area o volume. Queste figure ottenute sono quindi topologicamente equivalenti alle figure di partenza, immaginando che Leonardo avesse in mente una forma primitiva di topologia.



Oltre all'approccio che oggi definiremmo di topologia generale, presente nel già ricordato catalogo delle trasformazioni, in cui le operazioni possono essere viste come applicazioni continue sui punti delle figure, nei manoscritti di Leonardo c'è anche l'approccio combinatorio della topologia, come nella già ricordata deformazione del dodecaedro in un cubo, dove le

figure non sono più viste come insiemi di punti, ma come combinazioni di figure più semplici, sulle quali operano le trasformazioni utilizzate. Oggi la topologia è un fondamento generale della matematica e una specie di cornice concettuale di tutti i rami della matematica: attraverso lo studio della topologia, possiamo definire la continuità delle funzioni e da questa le proprietà che hanno. Leonardo si muoveva in un modo simile: la geometria e i suoi disegni erano il linguaggio matematico di base per studiare l'essenza dei continui mutamenti della natura.

Il doppio foglio 455 del Codice Atlantico costituisce insomma il punto più alto della sintesi sulle trasformazioni topologiche dei manoscritti: quelle figure, nelle intenzioni, avrebbero dovuto far parte di un trattato generale che avrebbe dovuto chiamarsi *De ludo geometrico*, o *Libro d'equazione*, o *De quantità continua*. Il doppio foglio è diviso in parti uguali da dieci linee orizzontali su cui sono disposti in serie ordinata alcuni semicerchi e sull'ultima riga alcuni cerchi che sono riempiti con motivi geometrici, che assomigliano a variazioni di motivi floreali ed altri temi decorativi.

In ogni diagramma il punto di partenza è un cerchio in cui è inscritto un quadrato: nel caso dei semicerchi è possibile dividere il quadrato inscritto, in modo da avere un rettangolo di base doppia rispetto all'altezza, oppure un triangolo rettangolo isoscele iscritti nel semicerchio.

Le aree interne ai poligoni (lasciate in bianco) risultano metà dell'area del quadrato originario e quindi sono uguali, analogamente le parti ombreggiate devono essere uguali: "Se da cose equali si leva parti equali, il rimanente sia equale" (Codice Atlantico, foglio 455). All'interno delle due figure, Leonardo disegna in tanti modi diversi falcate, come quella descritta in precedenza, e bisangoli, ovvero figure a forma d'ulivo: il rapporto fra le aree "vacue" (cioè ombreggiate) e le aree piene (cioè bianche) rimane invariato, rimanendo invariate sia l'area del mezzo quadrato (triangolo o rettangolo) originariamente inscritto, sia la somma delle aree ombreggiate, che è sempre uguale alla somma delle aree ombreggiate inizialmente all'esterno del mezzo quadrato.

Sotto ogni figura c'è la spiegazione dettagliata di come sia possibile riempire in successione alcune parti della figura fino a ricostruire il mezzo quadrato originario: "Quadrasi riempiendo le porzioni vacue". Questo è il gioco geometrico di Leonardo: ogni figura, o meglio, ogni diagramma rappresenta una equazione topologica e le istruzioni che l'accompagnano spiegano come si debba risolvere l'equazione per quadrare la figura curvilinea.

Il lavoro di Leonardo è quindi quello di risolvere una gran varietà di equazioni topologiche particolari, nate dal mezzo quadrato inscritto nel semicerchio, esattamente come nei secoli precedenti i matematici arabi si erano

dedicati a raccogliere le soluzioni di un gran numero di equazioni algebriche. Al di là del piacere estetico che sicuramente accompagnava questo lavoro, resta comunque chiaro il significato matematico del gioco geometrico e la sua finalità di rappresentare con linguaggio rigoroso, sebbene non formale, le infinite trasformazioni delle forme viventi e della natura.

I "teoremi di Leonardo"

Sulle tassellature del piano e i gruppi di simmetrie, si è soliti riconoscere, almeno da parte di alcuni autorevoli autori un contributo significativo del Leonardo matematico. Il problema della tassellatura del piano consiste nel determinare una sequenza di figure uguali che riescano a coprire completamente il piano. Tale problema risulta di agevole soluzione nel caso di poligoni regolari come i quadrati, i triangoli equilateri e gli esagoni equilateri, in quanto le misure dei loro angoli interni sono sottomultipli dell'angolo giro, che quindi viene completato dai vertici dei poligoni regolari citati. Diversa è la situazione per figure diverse dai poligoni regolari. Tale problematica fu affrontata dal punto di vista pittorico-artistico già nel IX sec. d.C. dagli Arabi: basti ricordare quanto essi ci hanno lasciato nell'Alhambra di Granada. La questione matematica invece è rimasta aperta fino alla fine del XX secolo, quando la teoria della tassellatura fu messa in relazione sia con lo studio dei poliedri (Ore, 1965, pagg. 130-133), sia con le isometrie (Jaglom, 1972).

Leonardo ha lasciato in diverse pagine i suoi disegni sulle tassellature del piano, mentre ha lasciato, sulle simmetrie, studi anche approfonditi sia nel Codice Atlantico che nei codici di Parigi, come anche nel Ashburnham e nel Codice B e nel MSB57. Restando al Codice Atlantico, nel foglio 360r sono presenti studi grafici sulle tassellature del piano, nel foglio 1010v, invece, si trovano studi architettonici per la Cattedrale di Pavia, dove attorno alla pianta circolare sono disposte, in vari modi, alcune cappelle. Tutti questi studi hanno scopo estetico evidente.

Ben più interessante e matematicamente rilevante è lo studio delle simmetrie e in particolare quello dei gruppi ciclici, che possiamo ritrovare nei manoscritti. In questa sede possiamo citare P. Odifreddi (2005, p. 81): "Ancora una volta questi esempi" (quelli del gruppo delle simmetrie delle croci a braccia uguali, normali o uncinate) "sono caratteristici. Leonardo ha infatti dimostrato che i gruppi diedrali ed i gruppi ciclici costituiscono i soli insiemi di simmetrie possibili per i rosoni, le volte o le cupole. Per quelle figure, cioè, come le finestre delle cattedrali gotiche, o le decorazioni dei capitelli o dei foulard, che ammettono soltanto un numero finito di simmetrie e un centro: ossia, un punto che non viene mosso da nessuna di queste simmetrie. Se invece di un

solo punto rimane invariato un intero segmento, allora l'unica possibile simmetria è una riflessione" (Odifreddi, 2005, p. 81). Inoltre: "Per classificare il tipo di simmetria di un rosone, dunque, bastano due osservazioni. Il suo gruppo è diedrale se il rosone appare uguale guardandolo dai due lati del muro, cioè di fuori e di dentro l'edificio, altrimenti è ciclico. E l'ordine del gruppo è uguale al numero degli spicchi che si ripetono" (Odifreddi, 2005, p. 82, in cui non sono forniti riferimenti bibliografici a tale proposito; ma essi sono impliciti, e autorevoli, confermati a voce dallo stesso autore).

Nel suo celebre volume, *Transformation geometry* (1982), il matematico George E. Martin nelle pagine 66-68 attribuisce esplicitamente a Leonardo due teoremi che chiama proprio "teoremi di Leonardo", relativi a gruppi finiti di simmetrie. A sua volta, egli cita come fonte di questa informazione un altro famoso matematico, Hermann Weyl (1885-1955): il libro è *Symmetry*, pubblicato nel 1952 a Princeton (la traduzione italiana è del 1962). In esso, alle pagine (dell'edizione italiana) 73, 81, 102-106, Weyl tratta di gruppi ciclici di simmetrie e, in effetti, cita più volte Leonardo, ma senza dare neppure una indicazione sul punto in cui sono trattati tali teoremi (Weyl, 1952). Questo autorizza a ritenere che questi risultati non siano realmente "teoremi" di Leonardo ma che, ancora una volta, una consolidata tradizione romantica abbia voluto regalare al genio di Vinci quel che non gli appartiene per esaltarne oltre ogni limite la creatività, seguendo i toni enfatici che già il Vasari aveva usato per lui. Egli, certo, molto pensò su tali temi e molti eleganti schizzi e meravigliosi disegni lo confermano, ma non costituiscono veri teoremi.

Bibliografia

1. AAVV (1956), *Leonardo da Vinci*, De Agostini, Novara
2. Bagni G. T., D'Amore B. (1994), *Alle radici storiche della prospettiva*, Franco Angeli, Milano.
3. Bagni G. T., D'Amore B. (2006), *Leonardo e la matematica*, Giunti, Firenze.
4. Bellone E., Rossi P. (a cura di) (1982), *Leonardo e l'età della ragione*, Scientia, Milano.
5. Borzacchini L. (2010), *Il computer di Ockham*, Dedalo, Bari.
6. Borzacchini L. (2019), *La solitudine di Leonardo*, Dedalo, Bari.
7. Boyer C. B. (1982), *Storia della matematica*, Mondadori, MIlano.
8. Capra F. (2007), La scienza universale, Rizzoli, Milano.
9. Ciocci A. (2003), *Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Cacucci, Bari.

10. Ciocci A. (2009), *Luca Pacioli fra Piero della Francesca e Leonardo*, Aboca, Sansepolcro.
11. Conti G. (2003), *La cupola di Santa Maria del Fiore di Firenze vista da un matematico*. In "La matematica e la sua didattica", 17, pp.76-93.
12. Conti L. (a cura di) (1992), *La matematizzazione dell'universo. Momenti della cultura matematica fra '500 e '600*, Università degli Studi di Perugia, "Ricerche Filosofiche", Porziuncola, Assisi.
13. Corazzi R., Conti G., Marini S. (2005), *La Cupola di Santa Maria del Fiore, tra ipotesi e realtà*, Pitagora, Bologna.
14. Duhem P. (1906-1913), *Ètudes sur Léonard de Vinci*, Hermann, Paris.
15. Duhem P. (1906-1913), *Le système du monde*, Hermann, Paris.
16. Galluzzi P. (a cura di) (1996), *Gli ingegneri del Rinascimento*, Giunti, Firenze.
17. Gille B. (1964), *Les ingénieurs de la Renaissance*, Harmann, Paris.
18. Katz V. J. (1998), *A History of Mathematics: An Introduction*, Addison-Wesley, Reading (MA).
19. Kemp M. (1982), *Leonardo da Vinci: Le mirabili operazioni della natura e dell'uomo*, Mondadori, Milano.
20. Kemp M. (1999), *Leonardo and the Visual Pyramid*, in *Leonardo's Science and Technology*, Garland, New York.
21. Kemp M. (2006), *Leonardo: nella mente del genio*, Einaudi, Torino.
22. Kline M. (1991), *Storia del pensiero matematico*, voll. I-II, Einaudi, Torino.
23. Laurenza D. (1999), *Leonardo. La scienza trasfigurata in arte*, Le Scienze, Milano.
24. Leonardo da Vinci (1995), *Libro di pittura.* Codice Urbinate lat. 1270 nella Biblioteca apostolica Vaticana, a cura di C. Pedretti, Giunti, Firenze.
25. Leonardo da Vinci (2000), *Il Codice Atlantico della Biblioteca Ambrosiana di Milano nella trascrizione critica di Augusto Marinoni*, Giunti, Firenze.
26. Leonardo da Vinci (2002), *Scritti: trattato di pittura, scritti letterari, scritti scientifici*, a cura di J. Recupero e G. M. Piazza, Rusconi, Rimini.
27. Leonardo da Vinci (2006), *Il codice di Leonardo da Vinci nel Castello Sforzesco*, a cura di P. C. Maranio e G. M. Piazza, Electa, Milano.
28. Libri G. (1966), *Histoire des sciences mathématique en Italie*, Forni, Bologna.
29. Loria G. (1929-1933), *Storia delle matematiche dall'alba delle civiltà al tramonto del secolo XIX*, Sten, Torino.

30. Macagno M. (1987), *Geometry in motion in the manuscripts of Leonardo da Vinci*, University of Iowa, Iowa City.
31. Macagno M. (1992), *Geometry in motion in the manuscripts of Leonardo da Vinci*, Raccolta Vinciana, XXIV.
32. Macagno M. (1995), *Transformation Geometry in the manuscripts of Leonardo da Vinci*, Raccolta Vinciana, XXVI.
33. Marcolongo R. (1932), *La meccanica di Leonardo da Vinci*, in Atti dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, SIEM, Napoli.
34. Marinoni A. (1982), *La matematica di Leonardo da Vinci*, Arcadia, Milano.
35. Martin G. E. (1982), *Transformation Geometry*, Springer-Verlag, New York.
36. Rouse Ball W. W. (1927*)*, *Le Matematiche dall'antichità al Rinascimento*, Zanichelli, Bologna.
37. Vasari G. (1550), *Le vite de' più eccellenti pittori, scultori, e architetti*, Lorenzo Torrentino, Firenze.
38. Weyl H. (1962), *La simmetria*, Feltrinelli, Milano.
39. Zubov V. P. (1968), *Leonardo da Vinci*, Harvard University Press, Cambridge (MA).

VICO MONTEBELLI

La fisica "dotta", "pratica" e "curiosa" di Luca Pacioli

Premessa

Se l'importanza riservata alla comunicazione è un tratto distintivo della modernità, Luca Pacioli è il più moderno dei matematici del suo tempo. Può sembrare paradossale ma il nostro assomiglia molto ad un moderno personaggio della società della comunicazione, per almeno quattro motivi:

1. Pacioli comprende l'enorme potenzialità della stampa e l'importanza dell'uso del volgare per la diffusione della cultura matematica. Riesce a convincere Guidubaldo da Montefeltro a finanziare la stampa di un testo enciclopedico come la *Summa*, vera sintesi di tutto il sapere matematico dal Duecento al Cinquecento; scrive: «ma ateso che a ognuno ciò non sia capaci [comprendere il latino], però in materna e vernacula lengua, mi so messo a disponerla, in modo che litterati e vulgari oltra l'utile ne haranno grandissimo piacere in essa exercitandose»[1]. Dopo aver pubblicato nel 1509 una edizione latina degli *Elementi* di Euclide, per venire incontro alle esigenze dei tecnici ne cura una versione in volgare[2], purtroppo andata perduta. Bisognerà aspettare il 1543 per averne un'altra, la prima a stampa, pubblicata da Nicolò Tartaglia.

---

[1] L. PACIOLI 1494, «Alo Illu. mo Principe Guidobaldo Duca di Urbino: Epistola».
Nella lettera dedicatoria del *De viribus quantitatis*, Luca fa i salti mortali per conciliare l'esigenza di scrivere in volgare con la necessità di non offendere il principe (ignoto): «et perché più chiaro suceda sua immensa et delectevole dolcezza [«sua», della matematica], per evitare la scabrosità de li termini suoi latini non a tutti a nostri tempi forse facilmente noti per la carità di lor buoni praeceptori, però in vernacula et materna nostra vulgar lingua lo dispose, non che però a vostra excellentia un più alto che 'l ciceronicio stile non s'aspectasse, ma strecto da compasione a suoi inferiori». L. PACIOLI 1997, p. 22.

[2] «Accessit nunc ad eam curam ut confluente studiosorum copia Megarensis Euclidis Elementa lingua patria donare coactus sim: cessit id diis bene iuvantibus foelicissime», L. PACIOLI 1509a, epistola a Pietro Soderini.
Anche nella lettera dedicatoria del *De viribus quantitatis* (L. PACIOLI 1997, p. 22), Pacioli afferma di avere curato una «traductione de latino in vulgare, de verbo ad verbum, del maximo monarca de le mathematici discipline, Megarense Euclide».
Nell'edizione latina degli *Elementi* di Euclide da lui curata, Pacioli scrive: «Leges qua soles frontis serenitate vernacula lingua per me donatum Euclidem: ut quod opusa ad utilitatem nostrum omnium conscriptum est maximasque humano generi utilitates parit: ita omnibus obvium sit: ut cum lingua patria nostra et in his disciplinis locupletetur», L. PACIOLI 1509b, f. 2v.

2. Luca ha grande fiuto per le novità editoriali. Un esempio: ha allegato al manoscritto *De divina proportione* del 1498 le magnifiche tavole a colori dei poliedri regolari, semiregolari e stellati, disegnate dalla «divina mano sinistra» di Leonardo da Vinci e all'edizione a stampa del 1509 anche la traduzione in volgare del *Libellus de quinque corporibus regularibus* di Piero della Francesca. Con questa operazione editoriale, che con la mentalità di oggi consideriamo per lo meno discutibile, considerato che da nessuna parte si fa il nome di Piero come autore del trattato, Pacioli lancia i poliedri come genere. Da quel momento i poliedri compiono un grande salto di visibilità, diventano materia di studi matematici e oggetti interessanti per il disegno, tanto da comparire nei maggiori trattati di architettura del Cinquecento. Senza l'intervento di Pacioli probabilmente il *Libellus* di Piero sarebbe rimasto sepolto nella biblioteca dei duchi di Urbino.
3. Pacioli è l'uomo del "marketing matematico", dotato di una grande abilità comunicativa. Ne è un esempio l'invenzione del termine «divina proportione». Da secoli quella che noi chiamiamo "sezione aurea" era indicata dai matematici con il termine tecnico e poco affascinante di «proportione havente il mezzo e doi extremi», per Pacioli diventa la «divina proportione», le proprietà che Euclide dimostra nel libro XIII degli *Elementi* diventano i «tredici mirabili effecti» che la «divina proportione» genera. Tale proporzione è da ritenersi divina innanzitutto per le sue qualità interne che rimandano alla Santa Trinità. La prima: è unica nel suo genere - «la prima è che lei sia una sola e non più e non è possibile di lei asegnare altre specie né differentie»[3] -; la seconda: è trina perché coinvolge tre termini - «la seconda convenientia è dela sancta trinità, cioè si commo in divinis una medesima substantia fia fra tre persone Padre, Figlio e Spirito Sancto, così una medesima proportione de questa sorte sempre conven se trovi fra tre termini»[4] -; la terza: è indefinibile in quanto irrazionale - «la terza convenientia è che si commo idio propriamente non se po' diffinire né per parolle a noi intendere così questa nostra proportione non se po' mai per numero intendibile asegnare né per quantità alcuna rationale exprimere ma sempre sia occulta e secreta e dali mathematici chiamata irrationale»[5] -; la quarta: come Dio è invariabile - «la quarta convenientia è che si commo idio mai non se po' mutare e fia tutto in

[3] L. PACIOLI 1509a, Pars prima, Cap. V, f. 3v-4r.
[4] *Ibidem.*
[5] *Ibidem.*

tutto e tutto in ogni parte, così la presente nostra proportione sempre in ogni quantità continua e discreta: o sienno grandi o sienno picole fia una medesima e sempre invariabile e per verum modo se po' mutare ne anco per intellecto altramente apprendere»[6] -; la quinta è legata alla teoria platonica degli elementi. Platone attribuisce ai quattro elementi fondamentali, terra, fuoco, aria e acqua le figure di quattro poliedri regolari rispettivamente cubo, tetraedro, ottaedro e icosaedro; il dodecaedro corrisponde alla quintessenza, sostanza di cui tutte le cose sono permeate, grazie alla quale prendono vita. Scrive Pacioli: «Idio l'essere confiresci a la virtù celeste per altro nome detta quinta essentia e mediante quella a li altri quatro corpi semplici cioè a li quatro elementi Terra, Aqua, Aire e Fuoco. E per questi l'essere a cadauna altra cosa in natura. Così questa nostra sancta proportione l'esser formale da (secondo l'antico Platone in suo Timeo) a epso cielo atribuendoli la figura del corpo detto Duodecedron, altramente corpo de 12 pentagoni, el quale commo de sotto se mostrarà senza la nostra proportione non è possibile poterse formare»[7]. Infatti il pentagono è legato alla sezione aurea perché per la sua costruzione basta prendere alternativamente i vertici di un decagono il cui lato è la sezione aurea del raggio della circonferenza circoscritta; inoltre il lato del pentagono è la sezione aurea della sua diagonale. Ma la «divina proportione» è tale anche per il fatto che è il riflesso di Dio, è il criterio in base al quale Dio ha creato il mondo e quindi il linguaggio con cui il mondo da lui creato parla all'uomo. Da semplice concetto matematico la «divina proportione» passa ad assumere un significato cosmologico, diventa un principio metafisico.

4. Pacioli è un docente e un oratore instancabile; sostenitore appassionato delle «mathematiche discipline», è impegnatissimo in una politica di promozione culturale della matematica. Come docente è veramente infaticabile. Lo troviamo in giro in tutta Italia a insegnare matematica nelle scuole pubbliche e nelle Università. Dal 1475 al 1480 è a Perugia, prima come docente privato, poi come pubblico lettore. Nello Studio perugino ritorna nel 1487, nel 1500 e nel 1510. Nel 1489 è alla Sapienza di Roma, poi al Ginnasio di Napoli, forse nel 1493 insegna a Padova. Nel periodo 1496 - 1499 è a Milano alla corte di Ludovico Maria Sforza, detto il Moro, dove entra in contatto con artisti e scienziati, primo fra tutti Leonardo da Vinci. Insegna nelle scuole palatine e nello

[6] *Ibidem.*
[7] *Ibidem.*

stesso periodo ha un incarico all'Università di Pavia. Dal 1500 al 1506 è lettore di matematica nello Studio pisano allora trasferito a Firenze, ma lo troviamo anche menzionato fra i docenti dell'Università di Bologna. Nel 1514 è di nuovo a Roma a insegnare all'Archiginnasio. A giudicare dai suoi scritti pieni di citazioni, esempi, metafore, digressioni, Pacioli doveva essere un conferenziere e un oratore eccezionale, capace di entusiasmare il suo uditorio suscitando interesse e curiosità. Le sue lezioni avevano probabilmente molto successo, ne è testimonianza la famosa prolusione inaugurale dell'Accademia di Rialto sul V libro degli *Elementi* di Euclide tenuta l'11 agosto del 1508 a Venezia nella chiesa di San Bartolomeo; considerato l'esordio solenne, il pubblico oltre che numeroso - nella stima di Pacioli circa cinquecento persone - doveva essere anche eterogeneo: architetti, teologi, filosofi, fisici, letterati e veneziani illustri, l'ambasciatore francese e spagnolo[8].

La matematica che Pacioli intende divulgare ha le seguenti caratteristiche:

a) è lo strumento che Dio ha usato per strutturare l'universo. Scrive Pacioli: «nella Sapienza anchora è scripto quod omnia consistunt in numero pondere & mensura cioè che tutto ciò che per lo universo inferiore e superiore si squaterna quello de necessità al numero peso e mensura sia soctoposto»[9];
b) costituisce il fondamento di ogni sapere perché è la garanzia dell'esattezza della conoscenza. Ogni disciplina, anche la filosofia e la teologia, trova nella matematica il modello di riferimento, la ragione ultima della sua verità: «conciosia che dicte mathematici sieno fondamento e scala de pervenire a la notitia de ciascuna altra scientia per esser loro nel primo grado de la certeça affermandolo el philosopho così dicendo: mathematice enim scientie sunt in primo gradu certitudinis et naturales sequuntur eas»[10];
c) la matematica e la "scienza" in generale sono attività in primo luogo utili all'uomo: «non per altro tanto se sonno affatigati li antiqui, né ancho gli

[8] Pacioli pubblica la prolusione l'anno seguente nella sua edizione latina degli *Elementi* di Euclide, L. PACIOLI (a cura di) 1509b, ff. 30r - 31v. L'introduzione è solenne e ad effetto: «Arduarum difficiliumque rerum omnium, Reverendi domini, venerandi patres, excellentissimi Doctores, Magnifici viri, Acutissimi cuiuscunque facultatis studentes, vosque caeteri praestantissimi cives, difficilissima est proportio», *ibidem*, f. 30r. In coda al testo della lezione, Pacioli fornisce l'elenco delle personalità che hanno assistito alla prolusione.

[9] L. PACIOLI 1509a, Pars prima, Cap. II, f. 2r.

[10] *Ibidem*.

moderni alla giornata in loro soliciti studij de tutte le scientiae et subtile speculatione, se non per potere pervenire a lo effecto di qualche utile operatione. Che serienno valute le longhe vigilie con gli altri laboriosi affani a Galieno, Avicena e Ypocrate in cercare de tutte le cose lor qualità et compositioni fra lor de callido, frigido, humido et secho et altre, se non foseno venuti a l'operare de lor medele per siropi, pillole et lactovarij alla cura de l'umana corporal salute? Et così a li altri Dignissimi Pholosophi, Socrate, Platone con tutti antiani e lor sequaci, se non havesono dato norma et regola al civile et politicho ben vivere?»[11].

Le applicazioni della matematica sono innumerevoli, in pratica non esiste per Pacioli attività umana che non abbia bisogno della matematica, dall'architettura all'arte militare, dal diritto alla medicina; anche gli studi filosofici e teologici hanno bisogno della conoscenza della matematica, senza di essa non si possono fare neppure buone «leggi municipali». I muratori, i sarti, i fabbri ferrai, i falegnami, i «tessari e lanari» e per non dire dei mercanti, degli agrimensori, degli ingegneri e degli uomini d'arme, tutti nelle loro attività usano la matematica, in particolare la proporzione «divina»[12];

[11] L. PACIOLI 1997, Prologo, p. 24.

[12] Scrive Pacioli: «L'architettura ancora nulla vale (si commo Vitruvio, Dimocrate, Frontino e Plinio approbano) se debitamente non è proportionata e a l'ochio», L. PACIOLI 1494, f. 68v; «La deffensione de le grandi e piccole republiche per altro nome arte militare appellata non è possibile sença la notitia de Geometria Arithmetica e Proportione egregiamente poterse con honore e utile exercitare (…) e se ben se guarda generalmente tutte sue artigliarire prendise qual voglia commo bastioni e altri repari bombarde, briccole, trabochi, mangani, rohonfre, baliste, catapulte, arieti, testudini, grelli, gatti con tutte altre inumerabili machine ingegni e instrumenti sempre con força de numeri mensura e lor proportioni se trovaranno fabricati e formati», L. PACIOLI 1509a, Pars prima, Cap. II, f. 2r; «Maestri de navi, barche, navili, galee (...) tutti i lor legni secondo qualche proportione asettano», L. PACIOLI 1494, f. 68v; «Non per altri meçi ancora ale grandi speculationi de sacra theologia el nostro subtilissimo Scoto pervenne se non per la notitia de le mathematici discipline comme per tutte sue sacre opere apare. Maxime se ben si guarda la questione del suo secondo libro de le sententie quando inquirendo domanda se l'angelo habia suo proprio e determinato luoco a sua existentia in la quale ben dimostra havere inteso tutto el sublime volume del nostro perspicacissimo Megarense philosopho Euclide. Non per altro similmente li texti tutti del principe di color che fanno physica methafisica posteriora e gli altri se monstrano difficili se non per la ignorantia de le già dicte discipline. Non per altro è penuria de li boni astronomi se non pel defecto de arithmetica geometria e proportionalità», L. PACIOLI 1509a, Pars prima, Cap. II, f. 4v; «La sutilità suprema ancora de tutte le legi municipali consiste secondo più volte da in loro periti me exposto nel giudicare de la luvioni e circumluvioni de laque per la excessiva loro inundatione. Commo de quelle el loro eximio capo Bartolo da Saxoferratoparticular tractato compose e quello Tiberina intitulo e nel suo prohemio molto geometria con arithmetica extolse», *ibidem*; «De sartori (...) nelli lor tagli o sieno veste o

d) la matematica è fonte di «grandissimo piacere e consolatione» per l'animo umano. Gli effetti meravigliosi che scaturiscono dall'impiego della matematica ci permettono di configurarla come disciplina capace di produrre spettacolo.

Con quali modalità e con quali strumenti Pacioli fa divulgazione e marketing matematico? Gli "ingredienti" usati da Pacioli per promuovere il suo "prodotto matematico" sono essenzialmente tre:

1) usa il volgare per arrivare ad un pubblico più vasto possibile;
2) illustra le formidabili applicazioni delle discipline matematiche nei più svariati campi dell'attività umana;
3) mostra gli effetti stupefacenti delle scienze matematiche, la capacità che hanno di divertire, meravigliare e sbalordire la "brigata". Gli «effecti» della matematica, siano essi conclusioni teoriche che applicazioni pratiche, sono «divini, extranaturali e sopranaturali», suscitano quindi meraviglia, stupore e sbalordimento nelle «brigate». Tutte le «discipline matematiche» sono fortemente magiche: agli occhi degli «idioti» i fenomeni scientifici paiono «miraculi». In questo Pacioli anticipa quel concetto di magia naturale che più tardi Tommaso Campanella (1568-1639) esporrà in modo chiaro ne *Il senso delle cose e la magia*. Scriveva Campanella: «E certo sono tanti i segreti della natura che a chi li ignora paiono miracolosi»[13]. «Tutto quello che si fa da li scienziati imitando la natura, non solo alla plebe bassa, ma alla communità degli uomini, si dice opera magica. (…) Magia fu d'Archita fare una colomba che volasse come le altre naturali»[14].

   Il riferimento ad Archita di Taranto ci ricorda che non è la prima volta che la meraviglia e lo stupore entrano nella scienza, non solo come atteggiamento di fronte ai suoi risultati ma anche come obiettivo dell'attività di ricerca. Basta pensare alla produzione - gli *Automi,* gli *Spiritali*, la *Bellopoeca* - di Erone Alessandrino, il più celebre ingegnere dell'Antichità vissuto nel I secolo d.C., le sue macchine, tranne quelle dichiaratamente belliche, hanno la finalità di stupire, di divertire, di fare spettacolo. Nel 1° libro degli *Automi* viene illustrata la costruzione di un automa, "il teatrino di Bacco": quando si accende un fuoco sull'altare di fronte alla statua di Bacco, dal tirso che tiene nella mano sinistra esce

mantello o cioppe o giuboni e qualunche altro panno di dosso si voglia niente vale (...) se con debita proportione non sonno tagliati e cusciti», L. PACIOLI 1494, f. 68v.

[13] T. CAMPANELLA 2011, Libro IV, Cap. 3, p. 259.

[14] *Ibidem*, Libro IV, Cap. 5, p. 267.

latte e dalla tazza che tiene nella destra esce vino, le Baccanti cominciano a girare attorno al tempio con accompagnamento di musica prodotta meccanicamente.

Pacioli si inserisce in questa tradizione puntando soprattutto sulla fisica e sulla matematica mostrandone il loro lato spettacolare con una certa originalità di approccio. Ad esempio nel *De viribus quantitatis*, non si limita a presentare i giochi di prestigio basati sulla matematica, destinati quindi a stupire, ma si improvvisa regista studiando le migliori modalità comunicative[15].

L'attenzione alla scienza - spettacolo continua anche dopo Pacioli. Nel corso del Cinquecento, in pieno Umanesimo, accanto alla edizione e commento critico delle opere matematiche per eccellenza come quelle di Euclide, di Archimede e di Apollonio, ci si dedica anche al recupero della tradizione meccanica greca, primo fra tutti di Erone[16]. Con esso viene ripreso anche il gusto per i congegni, primi fra tutti gli automi; così alla mensa di Guidubaldo della Rovere (1514-1574), duca di Urbino, c'era una tartaruga semovente d'argento che aprendosi distribuiva stuzzicadenti ai commensali.

[15] Per esempio nel *De viribus* – L. PACIOLI 1997, p. 87 – propone il seguente gioco: «XXX effecto: de numero pensato, multiplicato più volte gli suoi producti per diversi o medessimi numeri: trovare l'avenimento partito». Il "mago" invita una persona del pubblico a pensare un numero (intero o frazionario) e a moltiplicarlo per dei numeri che egli stesso suggerisce, la invita poi a dividere il prodotto così ottenuto per il numero pensato, il "mago" indovina il risultato finale. Ad esempio la persona pensa il numero 6 ed è invitata a moltiplicarlo successivamente per 2, 3, 4, 5. Otterrà 720, dividendo 720 per 6 otterrà 120 che il "mago" indovina. Ovviamente qui la magia non c'entra nulla in quanto, indipendentemente dal numero pensato dal giocatore, il risultato finale sarà esattamente il prodotto dei numeri che il "mago" ha suggerito, nel nostro caso $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$. Su questo impianto matematico si inserisce una proposta "scenografica", scrive il Pacioli: «Ma mirabile serrebbe questo acto facto nel conspecto de una moltitudine, fra li quali tu havesse amaestrato uno, maxime fanciulino, al quale tu gli avesse da[to] in sun una scricta alquanti producti de numeri a te noti, cioè como de 2 et 3 et 4 et 5, ect..o di che altri numeri si fosseno a te noti, per li quali tu intendi de fare moltiplicare a uno el suo numero pensato al modo ditto». Sarebbe ancora meglio se il ragazzo fosse chiuso in una stanza attigua in modo che potesse tranquillamente consultare un foglio di carta su cui siano stati annotati i risultati della moltiplicazione dei numeri suggeriti dal "mago"; in tal caso, fra la meraviglia di tutti, il ragazzo potrebbe indovinare il risultato delle operazioni mentali compiute dal giocatore senza essere neppure presente fisicamente alla scena.

[16] Nel 1575 esce a Urbino l'*Heronis Alexandrini Spiritalium liber,* a cura di Federico Commandino; nel 1592, sempre a Urbino, esce la versione volgare di Alessandro Giorgi, *Spiritali di Herone Alessandrino* e nel 1589 viene pubblicata a Venezia, a cura di Bernardino Baldi, il *Di Herone Alessandrino de gli Automati overo machine se moventi*.

> Verso la fine del Cinquecento cominciano a essere stampate delle opere che hanno molto successo e una diffusione tale da configurare un nuovo genere letterario: i «Teatri di macchine». Sono raccolte di tavole che illustrano congegni meccanici o ad aria compressa - gli «spiritali» - accompagnate da brevi commenti, di buon pregio tipografico. Spesso le macchine raffigurate sono puri prodotti di fantasia, raramente potevano funzionare, servivano per impressionare il lettore e mostrare tutta l'abilità del loro autore; erano insomma in gran parte macchine-spettacolo.

L'opera che meglio testimonia la vocazione del Pacioli alla divulgazione e promozione delle cose matematiche è il *De viribus quantitatis*, tradotto da Pacioli come «de le forze della quantità», distinta in «discreta», cioè l'aritmetica, e «continua», cioè la geometria. L'opera, composta fra il 1496 e il 1509 - «aproximandosi de mia vita l'ultimi giorni» -, ha come scopo «demonstrare li admirandi e stupendi effecti che de ditta quantità procedano, sì della discreta como della continua, quali veramente nel conspecto de ciascuno non humani ma divini sonno da essere existimati»[17]. Tale forza non scaturisce solo dalla matematica - la prima parte dell'opera è riservata ai giochi di prestigio che sfruttano la matematica elementare - ma anche dalle scienze della natura: «Havendo detto di sopra (…) de la virtù e forza de l'una e l'altra quantità, cioè continua e discreta (…) mi pare non indecente qui sequente metter alcune forze e virtù naturali quali procedono da sé a sé da lor maestra fondamentale, detta natura (…) Le quali cose certamente a chi ignora li secreti suoi, parano miraculi»[18].

La fisica di Luca Pacioli

Perché questa lunga premessa per parlare della fisica di Luca Pacioli? Perché la fisica di Luca non ha vita autonoma, ma esiste solo nell'ambito del suo programma di promozione delle «mathematiche discipline» e quindi va letta in questo contesto. Non sappiamo quanto Luca sia veramente interessato allo studio delle leggi che spiegano i fenomeni fisici che descrive; piuttosto per lui è importante non tanto il fenomeno in sé quanto l'effetto straordinario che esso produce sui non addetti ai lavori. Il suo scopo è quello di promuovere le «mathematiche discipline» e per fare questo si serve della «magia» della scienza.

E perché parlare di fisica "dotta", "pratica" e "curiosa"? Perché la formazione culturale di Pacioli è ampia e multiforme, il che gli permette di rivolgersi ad un pubblico composito come cultura. Pacioli partecipa a vari livelli

[17] L. PACIOLI 1997, lettera dedicatoria, p. 21.
[18] *Ibidem*, p. 329.

culturali: quello dotto universitario, quello pratico dei tecnici e anche quello popolare della gente di strada: basta leggere i proverbi e gli enigmi, alcuni un po' volgari e deliberatamente dal doppio senso, presenti nel *De Viribus*[19].

La sua alfabetizzazione avviene probabilmente in una scuola d'abaco, il suo soggiorno a Venezia al servizio del mercante Antonio Rompiasi gli dà la possibilità di conoscere l'ambiente dei mercanti, dei "ragionieri" e quindi di occuparsi dal punto di vista matematico dei loro problemi professionali. Nelle sue numerose frequentazioni delle principali corti italiane, Urbino, Roma, Firenze, Milano, Napoli entra in contatto con numerosi tecnici, artisti, scienziati come Bramante, Francesco di Giorgio Martini, Piero della Francesca, Leonardo da Vinci. Sembra che Albrecht Dürer sia venuto in Italia proprio per incontrarlo. A Roma è ospite di Leon Battista Alberti. Tutto ciò spiega la sua sensibilità ai problemi della matematica applicata al mondo delle arti e delle professioni.

Ma Pacioli ha anche una formazione universitaria: a Venezia frequenta la Scuola di Rialto, segue le lezioni di Domenico Bragadino, pubblico lettore di matematica, apprende il latino e le discipline liberali. Dopo essere entrato nell'ordine dei frati francescani, studia teologia e filosofia. Ciò spiega la presenza nelle sue opere di considerazioni filosofiche, citazioni latine, tutti segnali di una cultura "dotta"; così Pacioli non si cimenta solo nella matematica applicata, nel 1509 pubblica una versione latina degli *Elementi* di Euclide basata su quella di Giovanni Campano da Novara, pubblicata a Venezia nel 1482 e ristampata a Vicenza nel 1491.

[19] Solo alcuni esempi fra tanti. Enigma n. 8: «Dimme che cosa è quella che quanto più le donne la manegiano con le mani, et ancor li homini, più doventa grossa. Dirai el gomitolo, fuso o vero gomiscello quando adepana. Ecco, come dicemo par a un modo e sia l'altro; et anco dirai che sia el fuso che s'empi filando.» *Ibidem*, p. 388. Enigma n.89: «Dime che vol dire: il mio corpo in sul tuo corpo, el mio longo nel tuo bucco entra cantando e uscire piangendo. Dirai l'uomo quando tra' l'aqua al pozzo: s'apogia col corpo in su quel del pozzo che in aqua vede con altro, et mette il suo longo, cioè la fune col sechio scendendo nel bucco del pozzo et poi quando lo tira fore pieno piangi, cioè gociola, etc.», *Ibidem*, p. 399. Enigma 195: «Dimme qual più veloci usa l'acto naturale con una cagna: o uno che non habbia coda, o uno che l'abia? Dirai quello che non ha la coda, perché sempre dubita che un altro cane non li venga derietto a darla a lui; et per questo lui mena spesso, per spaciarsene presto e fugire el pericolo; quello che ha la cosa, non havendo paura, va dentro», *Ibidem*, p. 417. Enigma n. 216: «Dimme che vuol dire quella donna in suo linguaggio al prete quando disse così, videlicet: mal faceste, ser Mariotto, che derietto me 'l meteste; derieto presto me'l cavate et dinanze me 'l meteste tosto, che v'è tanto luogo che vi cape: dicas che essendoli morto el marito, el prete il fece sepelire dietro la chiesa, e la lor sepoltura era dinanze la chiesa, et non era ancor piena che non vi capisse; et però cridando quel lui disse così». *Ibidem,* p. 421.

La fisica cosiddetta "dotta" è quella che si dibatteva in ambiente universitario. Il contesto culturale in cui si muove Pacioli è quello della fisica aristotelica con alcuni echi della scuola parigina del Trecento, in particolare di Nicola Oresme (1323-1382) e di Alberto di Sassonia (1325-1390). È documentato che già «nella seconda metà del Trecento la fisica inglese e francese mise salde radici in Italia»[20] e che «tra la fine del Quattrocento e l'inizio del Cinquecento la maggior parte delle opere importanti di autori inglesi e francesi [fra cui Nicola Oresme e Alberto di Sassonia] furono stampate in Italia o in Francia», in particolare a Venezia ad opera dei tipografi Ottaviano Scotto e Boneto Locatelli[21]. È probabile quindi che il nostro possa averne avuto conoscenza, anche se indiretta.

Ma Luca è anche attento al mondo dei tecnici, dei commercianti, degli artigiani, diremo oggi al mondo delle forze produttive, che, a partire dal secolo XIII, è stato protagonista di quel fenomeno culturale che va sotto il nome di abachismo. In tale ambito non si coltiva solo la matematica applicata alle varie professioni, ma c'è grande interesse anche per gli strumenti di misura che rendevano professionalmente più qualificati alcuni lavori tecnici, specie nel campo dell'agrimensura e delle fortificazioni. Pacioli è sensibile a questi temi tanto che nella parte della *Summa* dedicata alla geometria, si sofferma ampiamente a trattare dei modi del «misurare con l'ochio» tramite il quadrante e il quadrato geometrico, toccando tutti i temi tipici della trattatistica specifica.

Gli effetti spettacolari delle discipline matematiche non si manifestano solo nelle considerazioni teoriche talvolta paradossali, ma anche in altre applicazioni che sono più utili per la vita di tutti i giorni. L'orologio, il sifone, il pluviometro e la bussola sono quattro esempi di come la scienza possa essere utile all'uomo. Pacioli descrive questi congegni con dovizia di particolari costruttivi e di funzionamento, senza però addentrarsi mai nell'analisi delle leggi fisiche coinvolte. Non possiamo dire quanto Pacioli sia ferrato su tali argomenti, anche perché il *De viribus* è un'opera che deve stupire e non spiegare. Anche nei giochi di prestigio strettamente matematici contenuti nella prima parte dell'opera, Luca si preoccupa di mantenere il segreto sul procedimento usato per ottenere un determinato effetto; questa è una condizione indispensabile per conservare la facoltà di sbalordire la «brigata».

Accanto al Pacioli "dotto" e a quello "pratico" nel *De viribus* emerge anche un Pacioli divulgatore della fisica "fatta in casa", costituita da

[20] M. CLAGETT 1972, p. 703.
[21] *Ibidem*, p. 712.

esperimenti realizzati con materiale povero, preso dalla vita quotidiana. Questi più di altri si prestano a realizzare il suo programma di scienza spettacolo, una scienza magica che stupisce e incanta.

Ma andiamo per ordine. Iniziamo dalla fisica "dotta".

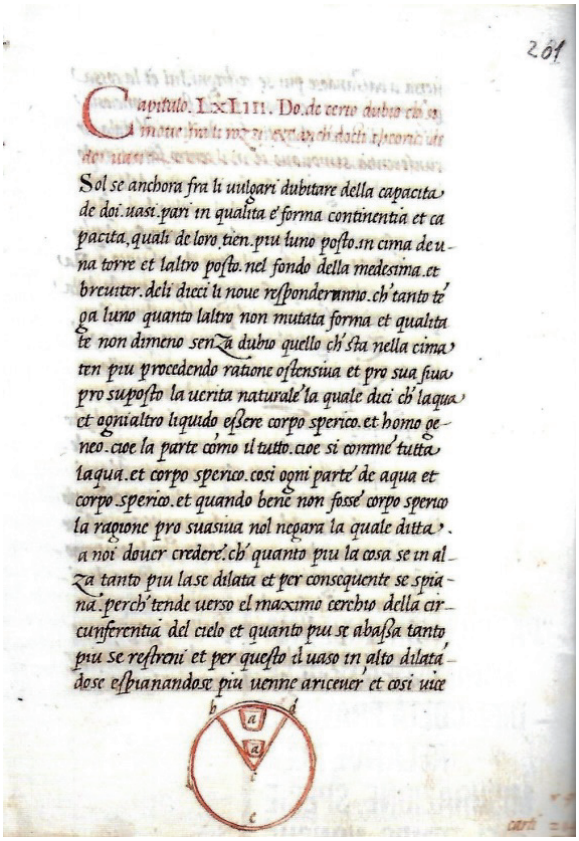
La fisica "dotta"

a) «De certo dubio che si move fra li rozzi et anche docti theorici, de doi vasi»[22].

Innanzitutto la matematica stupisce per i suoi risultati teorici che sono talvolta paradossali; è il caso di due vasi uguali in tutto ma che sono disposti a diversa altezza, a parità di livello dell'acqua il più alto ne contiene di più di quello più basso. Infatti per la convergenza dei pesi al centro della terra - «verità naturale» -, la superficie dell'acqua è sferica, più in alto si trova il vaso, maggiore diventa il raggio della sfera e quindi tanto più la sua superficie si «spiana» (Fig. 1). Scrive Pacioli:

«De certo dubio che si move fra li rozzi et anche docti theorici, de doi vasi. Solse anchora fra li vulgari dubitare della capacità de doi vasi pari in qualità e forma, continentia et capacità, quali de loro tien più, l'uno posto in cima de una torre et l'altro posto nel fondo della medesima; et breviter de li dieci li nove responderanno che tanto l'uno quanto l'altro, non mutata forma et qualitate. Nondimeno, senza dubio, quello che sta nella cima ten più, procedendo ratione ostensiva et prosuasiva, prosuposto la verità naturale, la quale dici che l'aqua et ogni altro liquido essere corpo sperico et homogeneo, cioè la parte commo il tutto. (...) la quale [ragione] ditta a noi dover credere che quanto più la cosa se inalza, tanto più la se dilata et per consequente se spiana, perché tende verso el maximo cerchio della circunferentia del cielo; et quanto più se abassa tanto più se restreni. Et per questo il vaso in alto, dilatandose e spianandose, più venne a ricever»[23].

[22] L. PACIOLI 1997, Capitolo LXLIII, p. 272.
[23] *Ibidem*.



201

Capitulo. LXLIII. De certo dubio ch' si
moue fra li rozzi et anch' docti theorici de
doi uasi

Sol se anchora fra li uulgari dubitare della capacita
de doi uasi pari in qualita e forma continentia et ca
pacita, quali de loro tien piu luno posto in cima de u-
na torre et laltro posto nel fondo della medesima et
breuiter deli dieci li noue responderanno ch' tanto te
ga luno quanto laltro non mutata forma et qualita
te non dimeno senza dubio quello ch' sta nella cima
ten piu procedendo ratione ostensiua et pro sua siua
pro suposto la uerita naturale la quale dici ch' laqua
et ogni altro liquido essere corpo sperico et homo ge-
neo cioe la parte como il tutto cioe si comme tutta
laqua et corpo sperico cosi ogni parte de aqua et
corpo sperico et quando bene non fosse corpo sperico
la ragione pro suasiua nol negara la quale ditta
a noi douer credere ch' quanto piu la cosa se in al-
za tanto piu la se dilata et per consequente se spia-
na perch' tende uerso el maximo cerchio della cir-
cunferentia del cielo et quanto piu se abassa tanto
piu se restreni et per questo il uaso in alto dilata-
dose espianandose piu uenne a riceuer et cosi uice

Fig. 1 - L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, «Capitolo LXLIII, De certo dubio che si move fra li rozzi et anche docti theorici, de doi vasi».

Pacioli riconosce che è difficile credere a questo risultato tanto che, a suo dire, di dieci «vulgari» interrogati sulla questione «nove risponderanno che tanto tenga l'uno quanto l'altro». La conclusione va accettata come conseguenza logica della teoria - «ratione prosuasiva» - anche perché «a volerne fare spirienza bisognarebe un gran vaso et una grande altezza»[24]. Che la superficie dell'acqua in condizioni di equilibrio sia sferica è un risultato della fisica aristotelica che viene giustificato da Aristotele ricorrendo alla teoria dei luoghi naturali con l'argomentazione seguente: ogni particella d'acqua tende al centro della Terra che è il suo luogo naturale, l'acqua nel suo complesso sarà in equilibrio quando tutte le sue particelle si disporranno alla distanza minima dal centro della Terra ed equidistanti da esso. Ma il luogo dei punti equidistanti da

[24] *Ibidem*, p. 274.

un altro è una sfera di centro quel punto, per cui la superficie libera dell'acqua in equilibrio è sferica.

Un'altra conseguenza paradossale della convergenza dei pesi al centro della Terra è che le pareti degli edifici non sono parallele:

«così se conclude de le lampade et altri pesi che a corde fossero atacati, che non sono paralelli ma più larghi alto che abasso, conciosia che li pessi resguardano el centro pendendo et per consequente sempre se restrengano»[25]. Anche in questo caso Pacioli rileva la difficoltà ad accettare questa conclusione: «ma in sì poca distanza el senso non lo percipe (...). Ma simil ragioni el rozzo non le admeterrà»[26].

Il caso dei vasi e delle torri è una questione antica, Pacioli si rifà, senza alcun riferimento esplicito, alle tesi della scuola fisica parigina del XIV secolo. Ne troviamo testimonianza in Alberto di Sassonia (1325 c.a - 1390), uno dei massimi esponenti della meccanica del Trecento, docente alla Sorbona di Parigi dal 1350 al 1361 e Rettore della stessa Università dal 1353. Nelle *Acutissimae quaestiones* [27], studiate con attenzione da Galileo, Alberto, considerata la sfericità della Terra, sostiene che:

- se si costruiscono torri verticali, tanto più saranno alte quanto più si allontaneranno l'una dall'altra;
- scavando un pozzo seguendo il filo a piombo, esso sarà più largo vicino all'apertura di quanto lo sia sul fondo;
- quando un uomo cammina sulla superficie della Terra la sua testa si muove più velocemente dei suoi piedi e si può concepire un uomo così alto che la sua testa si muova nell'aria due volte più velocemente di quanto si muovano i suoi piedi;
- inoltre se una linea retta tocca la superficie della Terra nel suo punto di mezzo, questo sarà più vicino al centro della Terra rispetto alle estremità della linea; ne segue che se un uomo cammina lungo questa linea, prima scenderà e poi risalirà.

Nel Capitolo in cui pone il problema dei vasi, per affermare la convergenza dei pesi al centro della terra, Pacioli fa anche il seguente «exemplo theologico e naturale». Scrive:

[25] *Ibidem*, p. 275.
[26] *Ibidem*.
[27] ALBERTO DI SASSONIA 1504.

«se doi angeli, l'uno stesse in lo extremo de levante et l'altro in lo extremo de ponente, e ogniuno avesse una maccina de piombo in mano, lasciandola ogniuno a un tracto cascare perpendicularitер, quelle se giognerieno nel centro et più oltra non andariano, commo per li savi se conclude stare la terra»[28].

Luca riprende qui un'idea abbastanza diffusa nella fisica medievale e che cioè una volta che il corpo in caduta raggiunge il centro del mondo, si ferma[29], ma non si dimostra aggiornato perché non tutti la pensavano così. Alberto di Sassonia e Nicola Oresme (1323-1382), due fra i più importanti studiosi della meccanica nel Trecento, avevano un'opinione diversa. Entrambi discepoli di Giovanni Buridano (1300 c.a -1358 c.a), rettore dell'Università di Parigi dal 1327, ne accettano la teoria dell'"impetus" secondo la quale ogni volta che qualche agente mette in moto un corpo gli conferisce un certo "impetus", una certa potenza, che è capace di muovere il corpo anche quando l'agente cessa la sua azione. Tanto maggiore è la velocità impressa al corpo dall'agente quanto più grande sarà l'"impetus" che tuttavia, a causa della resistenza dell'aria e della pesantezza del corpo, decresce continuamente. Alberto di Sassonia nelle *Questiones [subtilissime] Alberti de Saxonia in libros de celo et mundo Aristotelis* scrive:

«si potrebbe dire che se la Terra fosse totalmente perforata, e attraverso quel foro discendesse velocemente un grave verso il centro, allora, quando il centro di gravità di quel corpo discendente si trovasse a coincidere col centro del mondo, quel corpo continuerebbe ulteriormente a muoversi verso l'altra parte del cielo a causa dell'impetus in esso non ancora corrotto; e quando, nella sua ascesa, quell'impetus venisse meno, quel grave comincerebbe a discendere, e in tale discesa riacquisterebbe un piccolo impetus che di nuovo lo porterebbe a muoversi oltre il centro; e una volta corrotto quell'impetus di nuovo discenderebbe, e così si muoverebbe attorno al centro, oscillando sino alla consumazione di quell'impetus, e quindi si fermerebbe»[30].

Nicola Oresme nel descrivere lo stesso moto fa riferimento esplicito al moto di un pendolo, scrive in *Le livre du ciel et du monde*:

[28] L. PACIOLI 1997, Capitolo LXLIII, p. 274.
[29] Ad esempio così la pensava Abd al-Rahman al-Khazini (XII secolo). Nel *Libro della bilancia del sapere* scrive che «un corpo grave in moto verso il centro del mondo non devia dal centro, e quando raggiunge questo punto il suo moto cessa». Cfr. M. CLAGETT 1972, p. 80.
[30] M. CLAGETT 1972, p. 607.

«se ci fosse un foro di qui fino al centro della Terra e oltre, e una cosa pesante discendesse lungo questo foro o pozzo, una volta giunta al centro passerebbe oltre e risalirebbe (…) e andrebbe avanti e indietro più volte, come vediamo fare a una cosa pesante appesa a un trave mediante una lunga corda»[31].

b) «Stando in terra, dir quanto va una nave»[32].

Questa applicazione notevole delle «mathematiche discipline» permette di misurare la velocità di una nave stando in terra. Si fissano due traguardi D e E (Fig. 2), distanti fra loro di 1/10 di miglio, quando la nave passa davanti all'osservatore posto in D, egli capovolge la clessidra e quando passa d'innanzi all'altro osservatore posto in E, questi fa un cenno all'osservatore D che arresta subito il suo orologio. Supponiamo che il tempo di percorrenza sia 1/100 di ora. Dividendo lo spazio per il tempo si ottiene la velocità della nave, nell'esempio 10 miglia all'ora. Pacioli non accenna minimamente alle difficoltà pratiche relative alla misurazione, specie del tempo, nonché agli errori di misura - ovviamente non poteva, siamo all'inizio del Cinquecento -; anche questo è un esperimento ideale che ai suoi occhi appare una straordinaria applicazione della scienza, avente una valenza generale e così esagerando scrive:

«Medesimamente, quando fossero più vele in mare e tu in terra, vedendo l'una inanze più de l'altre, per questa via saprai conoscere qual più di loro camina per ora (…). E così saperai quanti miglia fa il dì et per hora caminando, correndo, commo si voglia etc., et così uno homo e ucello et altri animali etc.; et quanto cammina il sole, luna et altre stelle etc., sempre con ditto oriuolo»[33].

[31] *Ibidem*, p. 611.
[32] L. PACIOLI 1997, Capitolo LXXXIX, pp. 266-267.
[33] *Ibidem*, p. 266-267.

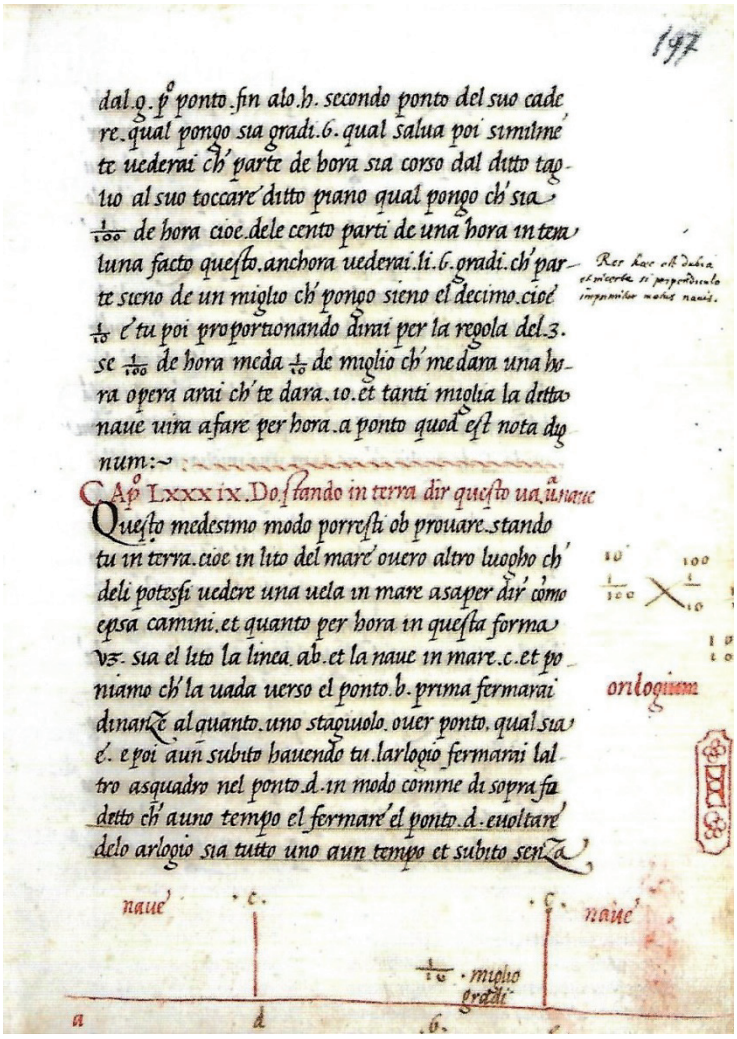


Fig. 2 - L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, «Capitolo LXXXIX. Stando in terra, dir quanto va una nave»

c) «Stando sotto coperta de una nave, senza bossola e carta, a non veder airi né aqua, saper dire quanto camina la nave a ponto»[34].

Un'altra applicazione notevole delle «discipline matematiche» ci permette - a detta di Pacioli - di sapere, con misurazioni fatte sotto coperta, se una nave è ferma o si muove e in questo ultimo caso di calcolare la sua velocità:

[34] *Ibidem,* Capitulo LXXXVIII, p. 263.

«Maravigliosa cosa anchora fia, mediante la virtù della linea, stando il marinaio sotto la coperta de sua nave richiuso et non vedere né aqua, né ari[a], né terra et non avendo bossola, né ancho calamita, né carta desegnata al navigare, che lui sopra dice, e conoscere se detta nave si move a suo camino o non, e saper dire quanti miglia ella faccia per ora a ponto. La qual cosa, pur con effecto, si fa in questo modo»[35].

Luca propone il seguente esperimento: all'estremità di un regolo a squadro (Fig. 3) si appende, più in alto possibile, un filo con una sferetta di piombo, sia G il piede della perpendicolare condotta dalla sferetta; si taglia il filo e contemporaneamente si capovolge una clessidra per misurare il tempo di caduta. Se la sferetta cade in G vuol dire - dice Pacioli - che la nave è ferma, se la sfera cade in un punto H che sarà spostato verso poppa rispetto a G, allora la nave è in movimento e la sua velocità si calcola dividendo il segmento GH per il tempo di caduta misurato con la clessidra:

«Poi con la tua sexte subtilmente mesurarai la distantia dal g, primo ponto, fin a lo h, secondo ponto del suo cadere, qual pongo sia gradi 6, qual salva. Poi similmente vederai che parte de hora sia corso dal ditto taglio al suo toccare ditto piano, qual pongo che sia 1/100 de hora, cioè de le cento parti de una hora intera, l'una. Facto questo, anchora vederai li 6 gradi che parte sieno de un miglio, che pongo sieno el decimo, cioè 1/10, e tu poi proportionando dirai, per la regola del 3: se 1/100 de hora me da 1/10 de miglio, che me darà una hora?. Opera: arai che te darà 10, et tanti miglia ditta nave virà a fare per hora a ponto, quod est nota dignum»[36].

Questo esempio della nave non può non farci venire in mente Galileo; più volte nella Giornata seconda del *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano* (1632) si fa riferimento a questa immagine che rientrava tradizionalmente nelle argomentazioni a favore della tesi aristotelica dell'immobilità della Terra. Gli interlocutori del *Dialogo* sono tre: il nobile fiorentino Filippo Salviati, acceso copernicano, l'aristotelico Simplicio, personaggio immaginario, e il nobile veneziano Giovanfrancesco Sagredo, spirito aperto al copernicanesimo, anche se inizialmente neutrale, che sollecita gli altri due a chiarire ed approfondire i propri argomenti. Invitato da Simplicio, Salviati riassume così le tesi di Aristotele sull'immobilità della Terra: se la Terra si muovesse, un sasso lasciato cadere dalla sommità di una torre non cadrebbe ai suoi piedi ma spostato verso Occidente perché, nel tempo che esso impiega

[35] *Ibidem.*
[36] *Ibidem,* p. 264.

a cadere, la Terra si sarebbe spostata verso oriente. Per ribadire il concetto e renderlo più familiare si ricorreva all'esempio della nave:

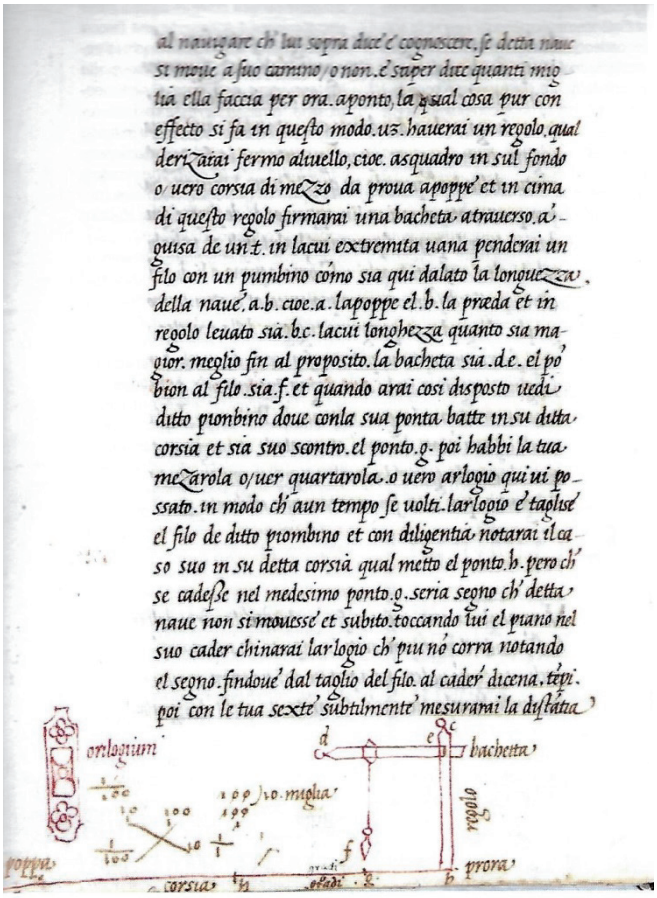


Fig. 3 - L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, «Capitolo LXXXIX. Stando sotto coperta de una nave, senza bossola e carta, a non veder airi né aqua, saper dire quanto camina la nave a ponto».

«Il quale effetto confermano con un'altra esperienza, cioè col lasciar cadere una palla di piombo dalla cima dell'albero di una nave che stia ferma, notando il segno dove ella batte, che è vicino al piè dell'albero; ma se dal medesimo luogo si lascerà cadere la medesima palla quando la nave cammini, la sua percossa sarà lontana dall'altra per tanto spazio quanto la nave sarà scorsa innanzi nel tempo della

caduta del piombo, e questo non per altro se non perché il movimento naturale della palla posta in sua libertà è per la linea retta verso 'l centro della Terra»[37].

Galileo, per bocca di Salviati, afferma che l'esperienza mostra:

«tutto 'l contrario di quel che viene scritto: cioè mostrerà che la pietra casca sempre nel medesimo luogo della nave, stia ella ferma o muovasi con qualsivoglia velocità. Onde, per esser la medesima ragione della Terra che della nave, dal cader la pietra sempre a perpendicolo al piè della torre non si può inferir nulla del moto o della quiete della Terra»[38].

Pacioli sbaglia perché segue le teorie aristoteliche secondo cui la sferetta, non avendo impeto iniziale, cade verticalmente sotto l'azione della gravità e quindi rimane indietro rispetto alla nave che si muove; per Galileo invece la sferetta conserva l'impeto iniziale della nave in movimento che componendosi con il moto indotto dalla gravità, fa sì che il corpo cada comunque ai piedi dell'albero della nave. A dire il vero Galileo non è stato il primo a sostenere questa tesi - e qui Pacioli dimostra di non essere aggiornato -, perché il già citato Nicola Oresme nel *Le livre du ciel et du monde* ricorda fra le argomentazione contrarie al moto della Terra quella «addotta da Tolomeo»: «chi si trovasse su una nave in rapido moto verso oriente e scagliasse una freccia verticalmente verso l'alto, non la vedrebbe ricadere sulla nave ma molto lontano verso occidente. E similmente, se la Terra si muovesse così velocemente ruotando da ponente a levante, chi gettasse un sasso verticalmente verso l'alto, non lo vedrebbe ricadere nel luogo di partenza ma molto lontano verso occidente; mentre di fatto appare il contrario»[39]. A questa argomentazione Oresme risponde che la Terra muovendosi trascina con sé il sasso che quindi cade sullo stesso punto in cui cadrebbe se la Terra fosse ferma:

«alla terza esperienza (…) della freccia o del sasso gettato in alto, ecc., si potrebbe rispondere che la freccia scagliata in alto è mossa molto velocemente verso levante insieme all'aria attraverso cui passa e insieme a tutta la massa della parte inferiore del mondo suddetta, che si muove di moto diurno; per questa ragione la freccia ricade nel luogo della Terra da dove stata scoccata»[40].

[37] G. GALILEI 1968, pp. 151-152
[38] *Ibidem,* p. 170.
[39] M. CLAGETT 1972, pp. 646-647.
[40] *Ibidem,* p. 648.

Oggi sappiamo che è sbagliato trattare la Terra come la nave perché la Terra non è un sistema inerziale. In effetti il moto rotatorio della Terra ha un effetto sulla caduta dei gravi che non si muovono lungo la verticale ma con uno spostamento, nell'emisfero nord, verso sud-est. Il primo che prova sperimentalmente questa ipotesi che era stata formulata da Newton, è Giovan Battista Guglielmini (Bologna 1760 - 1817), che nel 1791 lascia cadere delle palle di piombo dalla Torre degli Asinelli di Bologna. L'esperimento fu accuratissimo, fatto sia all'esterno che all'interno della torre per evitare disturbi atmosferici e i risultati, pubblicati in *De diuturno Terrae motu experimentis physico-mathematicis confirmato opusculum*, Bologna 1792, erano in buon accordo con le previsioni teoriche. Ciò nonostante le conclusioni di Guglielmini sulla rotazione terrestre hanno pochissima risonanza, pur anticipando di cinquanta anni la celebre e spettacolare esperienza di Jean Bernard Léon Foucault nel Pantheon di Parigi.

Nell'esperimento ideale di Pacioli c'è un altro aspetto interessante: è fatto sotto coperta, in modo che l'osservatore non abbia la possibilità di vedere ciò che succede all'esterno; nelle intenzioni di Luca è soprattutto questo che rende la scienza magica. Anche questa immagine è presente nel *Dialogo* di Galileo, anche se però l'autore perviene alla conclusione opposta a quella di Pacioli: non è possibile distinguere con esperimenti fatti sotto coperta, se la nave è in moto oppure è ferma. Si tratta del cosiddetto principio di relatività galileiano che afferma: le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento che si muovono l'uno rispetto all'altro di moto rettilineo uniforme - riferimenti inerziali. Dice Salviati:

«Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coperta di alcun gran naviglio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti (…); sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; (…); le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto (…). Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose (…) fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; chè (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: (…) le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una

verso poppa (…) e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti»[41].

La fisica "pratica"

Gli effetti spettacolari delle discipline matematiche - che sono definiti dal Pacioli «non umani (…) ma divini e tranaturali et sopranaturali» - non si manifestano solo nelle considerazioni teoriche talvolta un po' paradossali viste prima, ma anche in altre applicazioni che sono più utili per la vita di tutti i giorni. Pacioli tratta dell'«oriuolo», del sifone, del pluviometro e della bussola e si avvicina a questa materia con due obiettivi:

1) mostrare che la tecnica è facile, che questi congegni sono semplici da usare e da costruire, si sofferma allora nella descrizione della loro costruzione e utilizzo con dovizia di particolari. C'è in Pacioli quasi l'intenzione di promuovere la tecnologia, senza però addentrarsi mai nell'analisi delle leggi fisiche coinvolte;

2) mostrare che questi strumenti sono estremamente utili all'uomo e nel contempo risultano straordinari e magici nei loro effetti.

Nel capitolo LXL del *De Viribus* Pacioli si occupa dell'«oriuolo», descrive infatti come si costruisce un «arlogio pratico marinaresco»[42] con il quale fare le misure nei due esperimenti riguardanti la nave. Si tratta di una clessidra di vetro («doi vocce de vetro») che adopera il mercurio - «l'argento vivo» - che è meglio dell'acqua che «serrata a tempo se corrompe et putrefa, et anco al fredo se congela et ghiaccia, et non corre et fa crepare el vetro». Il mercurio ha inoltre il vantaggio che «farà sempre la massa para» - rimane sempre orizzontale - «et non amontanata comme piramide a uso de quello de la rena che sempre fa monte». Occorrerà tarare la clessidra facendo uso di un altro orologio: «le ditte vocce vogliano essere lineate quanto più speso si pò, proportionando ditte linee, cioè loro intervallo, con un altro sotile arlogio». Pacioli indica la suddisione in 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7 ecc…di ora e si raccomanda che la clessidra sia grande altrimenti le suddivisioni sono poco visibili: «et nota que quanto magiore siranno ditte vocce, tanto sirà più abile al servigio, perché ne le cose piccole mal si pò compartire li gradi a menuto e però ingegnate averle grandi». Una particolare attenzione va riservata alla costruzione della lamina che separa una boccia di vetro dall'altra, «temperando el buco della lamma che sta fra una boccia e l'altra, più largo et più stretto secondo che sirà el tuo vaso,

41 G. GALILEI 1968, pp. 212-213.
42 L. PACIOLI 1997, «Capitulo LXL Documento: fare un arlogio pratico marinaresco», p. 267.

che più corra et manco». Tale lamina non dovrà essere di metallo «perché el tufo del metallo quale sia, condensa e inpregna el mercurio», dovrà essere di vetro o di legno. Luca allude alla maestria di Leonardo da Vinci, nel costruire questi strumenti: «et ditta lamma (…) vol essere de vetro o vero de alcun legno denso, cianno, vosso et oliva, pero, etc., et in quello con diligentia factoli suo foro al modo ditto da te, nel cui ingegno asai me confido, Leonardo». L'amicizia con Leonardo da Vinci risale al periodo 1496-1499 quando Pacioli è a Milano, alla corte di Ludovico il Moro che gli aveva conferito la cattedra di matematica; continuerà poi a Mantova alla corte di Isabella d'Este, dove entrambi si rifugiano verso la fine del 1499 e l'inizio del 1500 in seguito alla sconfitta di Ludovico il Moro da parte dei francesi.

Il sifone[43] serve per «votare un vivaio o vero pozzo, cisterna, fosso (…)» senza «altri secchioni e fatiga de braccia». C'è una descrizione minuziosa di tutte le operazioni che bisogna fare per costruirlo: prendere più canne, unirle fra loro, stagnare le congiunzioni con «pezze, stoppa, peci, cera etc.» in modo che non perdano acqua, la parte corta «metterai dentro il pozzo et la più longa de fore, in modo che quella dentro peschi tanta acqua quanto che tu voli cavarne». Occorre preoccuparsi che la parte esterna non tocchi terra, per cui con «zappa et altri ferri» bisognerà creare spazio attorno all'estremità esterna della canna. Poi c'è l'innesco del sifone: «fatto questo porrai la boca al capo della cana de fuore, tirando e sciuchiando tanto el fiato a te, che comenzi a uscire un poco de aqua». Una volta innescato il sifone, l'acqua continuerà ad uscire finché la canna interna pescherà, una vera comodità per l'uomo perché «tanto se n'andarà dì et nocte lavorando, senza tua altra fatiga».

Nel «Documento» successivo[44] Pacioli si occupa di un sifone con tubo curvo (Fig. 4) e si sofferma a spiegare che l'estremità libera del tubo deve essere posta ad un livello più basso rispetto all'estremità che pesca acqua nel pozzo. Per evidenziare l'importanza di descrivere accuratamente il modo di utilizzare gli strumenti - e fare sfoggio di erudizione -, Pacioli cita Archimede con riferimento ai suoi specchi ustori: «et quando si parla de sì facti strumenti martiali, tu debi intendere in quel modo che disponere se possano più commodamente; comme diceva Archimedes, che se la materia lo servisse, lui farebbe uno specchio che arderebbe tutto il mondo, sì comme intorno Seragusa con uno abrusciava una nave et altra vela»[45].

[43] *Ibidem*, «Capitolo LXLI Documento: voitare ogni gran fondo d'aqua con doi canelle, pur per forza et virtù de linea», pp. 269-270.
[44] *Ibidem,* «Capitolo LXLII Documento: voitare pur aqua a un altro modo», pp. 270-272.
[45] *Ibidem,* p. 272.

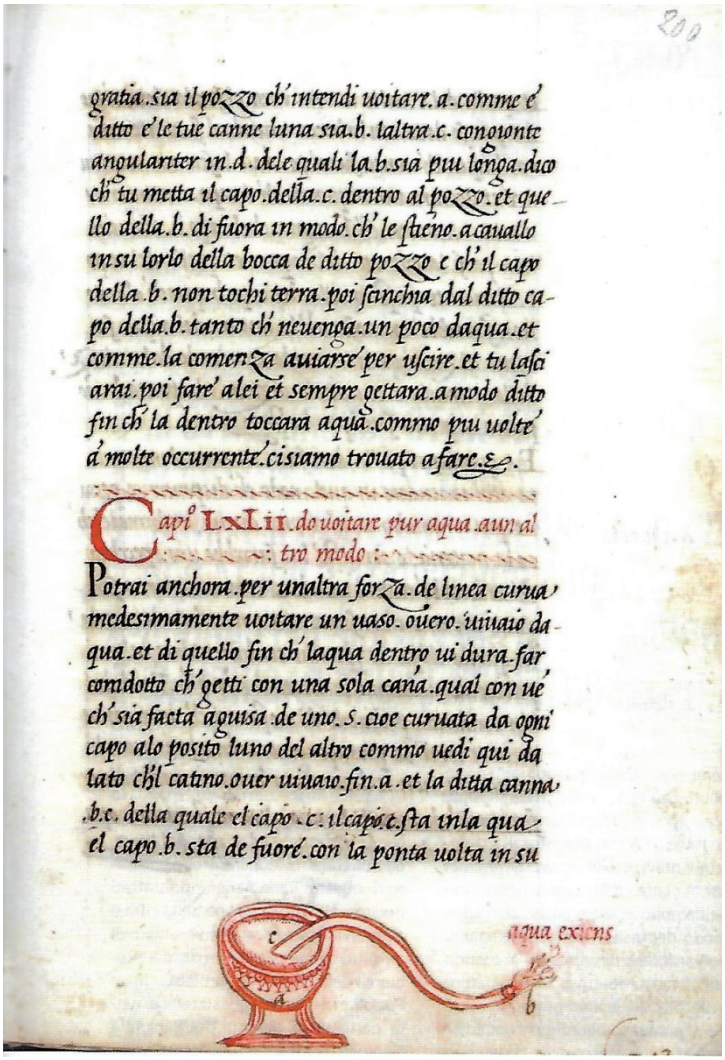


Fig. 4 - L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, «Capitolo LXLII Documento: voitare pur aqua a un altro modo».

Archimede è citato di nuovo, questa volta a proposito dell'Arenario[46], nella presentazione del pluviometro[47]: «cosa degna senza dubio sia (…) saper dire quanta neve o vero aqua, de di' o di nocte, sopra una città, terra o castello,

[46] *Ibidem,* «comme del numero della arena dissi a Dyonisi siracusano Archimede, del quale di sopra in questo, a lo effecto della forza numerale, dicemmo quanto te insegnai contare gli granella del grano del taglieri», p. 253.

[47] *Ibidem,* «LXXXI Documento: saper dire quanta neve et aqua mette et piove sopra l'universo una nocte», p. 253.

metesse o ver piovesse a peso et a mesura, commo si voglia»[48]. E per dare maggiore enfasi all'utilità dello strumento, Pacioli aggiunge: «Et non solo quella che sopra un luogo particolare cadesse, ma etiam tutta quella che sopra l'universo mondo, in terra et mare»[49]. Passa quindi alla descrizione del pluviometro che è un recipiente «de legno saldo de certa mesura a te nota (…) commo una casa quadrata senza coperchio». Lo strumento va posto «a lo scoperto, in luogo piano, a livello», di grandezza tale che in una notte non si possa riempire e così «la matina quella aqua, o ver neve che voli, tu con diligentia mesurarai e peserai, vedendo quanti braccia quadri occupi de dicta cassa». Per misurare quanta acqua è caduta basterà quindi fare una semplice proporzione, rapportando la superficie della cassa alla superficie della città: «e quella alla superficie del circuito della città proportionarai, o vero del tutto el mondo». Segue un esempio numerico.

La bussola[50] è il più «nobile» fra gli «instrumenti» che permettono la navigazione, indispensabile a «li intineranti, de dì et de nocte a cognoscer lor viage»; con la bussola si fanno cose che «a rozzi parano miracolose et nondimeno sonno naturali». La bussola si basa sulla «miracolosa natura della pietra ditta calamita» che si orienta sempre verso la tramontana. La calamita ha la proprietà di attrarre a sé pezzi di ferro e, se spezzata, i suoi frammenti sono a loro volta piccole calamite. Occorre fare attenzione perché la calamita può anche smagnetizzarsi: «a questa [calamita] è nimico qualunche sorte de legumi, cioè agli, cipolle, scalogne, porri etc., perché di loro se inbriaca in modo che la fanno stare immobile»[51]. Nella bussola compaiono le indicazioni dei quattro venti principali: levante, ponente, ostro e tramontana; lo spazio intermedio è poi suddiviso in «lor mezzanini, terzaroli, quartaruole, etc commo in quella stella posta in bilico in sua ponta d'ago marciale apare»[52]. Pacioli insegna poi come fare in casa una bussola: si prende un pezzetto di calamita, la si appoggia sopra una «scudella» di legno che viene messa a galleggiare in un secchio pieno d'acqua. La calamita si orienterà verso il Nord, in corrispondenza si farà un segno sul bordo del secchio, si individueranno quindi con il disegno le altre direzioni principali e le suddivisioni intermedie. Ma la bussola serve anche a fare «molte altre mirabili cose in terra ferma»: oltre che per l'orientamento si può utilizzare anche come strumento agrimensorio, per fare rilievi e quindi

48 *Ibidem.*
49 *Ibidem.*
50 *Ibidem,* «Capitolo LXXXVII Documento: trovare la tramontana senza bossola in ogni luogo, in mare et in terra», pp. 260-263.
51 *Ibidem* p. 262.
52 *Ibidem.*

disegnare piante: «in peragrando provincie e mesure de distantie et campagne etc., sempre attendendo alla punta della lengueta segnata tramontana, causando loco triangoli et quadrangoli»[53].

Nella conclusione Pacioli non resiste alla tentazione di fare sfoggio della sua cultura e di cercare di nobilitare nel contempo la materia, facendo riferimento ai classici; cita Tolomeo «et li altri cosmographi» in riferimento alle carte per navigare e ai mappamondi; inoltre, come al solito, dà il suo prezioso contributo a farci conoscere l'ambiente scientifico del tempo, ci informa per esempio che Francesco de Nicolò Berlinghieri, umanista e geografo fiorentino (1440 - 1501) scrisse una traduzione dal latino in volgare della Geografia di Tolomeo[54].

La fisica "curiosa"

Accanto al Pacioli "dotto" e a quello "pratico", nel *De viribus* emerge anche un Pacioli inventore della "fisica fatta in casa", nell'ambito della quale descrive esperimenti curiosi e spettacolari realizzati con materiale povero, preso dalla vita quotidiana. È il caso del noto esperimento in cui l'acqua sale dentro una bottiglia vuota, dopo averne scaldato il fondo, averla rovesciata e posta con la bocca sulla superficie dell'acqua contenuta in una bacinella:

«una ingristara col fondo senza pede, et quello fondo dextramente salda al fuoco. Et quando che 'l sia ben caldo, et tu subito porrai la bocca de ditta ingristara in uno sechio d'aqua et quella da sé a sé s'empiria per lo calore che a sé l'aqua tirerà. Sia bello»[55].

Un altro esperimento anche più spettacolare - «et li rozzi stimeranno miraculo» - si può ottenere nel modo seguente: si mette in una bottiglia «uno quatrino», sporcato con polvere di calamita, la stessa polvere la si mette nelle dita. Spostando le dita lungo la bottiglia, la moneta si muove[56].

---

53 *Ibidem.*

54 Francesco de Nicolò Berlinghieri appartiene ad una famiglia politicamente influente nella Firenze del tempo, lavora alla corte di Lorenzo de' Medici e partecipa all'Accademia Platonica di Marsilio Ficino. La sua opera su Tolomeo, stampata nel 1482, era inizialmente dedicata al sultano ottomano Mehmet II e poi alla morte di quest'ultimo, a Federico da Montefeltro, duca di Urbino.

55 L. PACIOLI 1997, «Capitolo 59. Documento: impire una ingristara da sé, sotto sopra: bella cosa», p. 359.

56 *Ibidem,* «Capitolo XLI. Documento: far salire et scendere uno quatrino nel bicchieri», p. 350.

Ci sono poi altri esperimenti che coinvolgono la spinta di Archimede: ad esempio, si mette un uovo in una bacinella con acqua dolce e in un'altra in cui all'acqua è stato aggiunto molto sale - «et quanto più salata sia, tanto è meglio» -. Nell'acqua dolce l'uovo andrà a fondo, in quella salata starà a galla, e «parrà cosa miracolosa»[57]. Archimede non è citato e neppure la sua legge; è citato invece nel Capitolo XXXIII[58] a proposito della differenza del volume occupato dall'oro e dall'argento a parità di peso. Luca ricorda che, ispirandosi a questa differenza, Archimede risolse il problema che gli aveva posto Gerone II, tiranno di Siracusa. Come è noto, la storia, raccontata da Vitruvio[59], è la seguente: Gerone II in segno di gratitudine verso gli dei volle far fare una corona d'oro. Chiamò a sé un bravo orefice e gli consegnò una certa quantità d'oro. Tuttavia, quando ricevette la bellissima corona, che pur pesava come l'oro consegnato, gli fu suggerito che era stato imbrogliato, in quanto la corona conteneva al suo interno parti d'argento. Gerone chiamò Archimede per smascherare l'orefice disonesto ponendo l'unica condizione che la corona rimanesse integra. Vitruvio racconta che Archimede trovò la soluzione mentre stava entrando nella vasca da bagno, osservando che man mano che si immergeva, dalla vasca traboccava un volume di acqua pari al volume del corpo immerso. Fu così felice della scoperta che uscì dalla vasca e corse nudo verso casa, gridando "Eureka!, Eureka!"[60].

Sempre a proposito dell'impenetrabilità dei corpi, Pacioli descrive come si possa usare l'ingegno per cavarsela in situazioni difficili, come per esempio bere da un pozzo troppo profondo[61]. E qui Luca mostra un'altra sua dote di comunicatore: la sua vena di affabulatore, che racconta la scienza ricorrendo a delle storie:

---

57 *Ibidem*, «Capitolo LIII. Documento: far stare uno ovo a sonmo l'aqua pieno», p. 356.

58 *Ibidem*, «Capitolo XXXIII. Documento: empire un vaso d'aqua et poi metervi argento», pp. 345-346.

59 MARCO VITRUVIO POLLIONE 1997, vol. II, libro nono, pp. 1203 -1205.

60 È noto che il peso specifico dell'oro è maggiore di quello dell'argento, il che vuol dire che a parità di peso l'oro occupa un volume minore dell'argento. Vitruvio racconta che Archimede fece costruire due lingotti di peso uguale a quello della corona, uno d'oro e l'altro d'argento. Immerse poi ognuno di essi in un recipiente d'acqua misurando il liquido che fuoriusciva (che è pari al volume del lingotto immerso). Constatò che il volume del lingotto d'oro era minore di quello del lingotto d'argento. Poi immerse la corona e trovò che traboccava una quantità d'acqua maggiore di quella uscita con il lingotto d'oro dello stesso peso e minore di quella uscita con il lingotto d'argento. Era la prova cercata che la corona conteneva argento.

61 L. PACIOLI 1997, «Capitolo XXXIIII. Documento: uno beve a uno pozzo cupo per ingegno», pp. 346-347.

«induci Archimede de uno che arivato d'estate con gran sete et compagnia asai a uno pozzo cupo et aqua profondo, non avendo modo alcuno de potere attingere l'aqua, siando quivi un grande acervo de saxa, quelli buttando nel pozzo, faciva gonfiar l'aqua in modo che'lla venne a sommo et bevere»[62].

Forse l'uomo non fece altro che imitare il comportamento degli uccelli, visto che «certi che observavano lo ingegno naturale da lo instincto inducto» hanno riferito che un «certo ucello» avendo sete e non trovando acqua se non in una bottiglia dal collo stretto nel quale non poteva infilare il becco, gettò nella bottiglia dei piccoli sassolini finché l'acqua non salì alla sua portata per poter essere bevuta. Non sarebbe - dice Pacioli - la prima volta che l'uomo impara dagli animali; i medici ci insegnano che l'uso del sale in acqua calda come purgante è stato appreso dal comportamento delle cicogne, «perché nelli antichi libri sia chiamata avis pia, comme testifica Ambrosio nel suo *Examerone*». Si racconta di una cicogna che non poteva volare «per qualche ripienezza di corpo», la sua compagna sana prese dell'acqua di mare, la tenne nel becco per riscaldarla e poi la diede alla cicogna malata che «subito sgomberò la fece e legiera con l'altre volava»[63].

Questo aspetto della personalità del Pacioli, questa sua vena diciamo così letteraria di narratore, ci conferma nell'impressione generale che in realtà Pacioli non abbia come finalità quella di fare un compendio delle sue conoscenze fisiche o di studiare le leggi che sovrintendono i fenomeni descritti, di fare insomma un trattato di fisica, quanto piuttosto quella di usare gli effetti straordinari della scienza e della tecnica per fare marketing matematico.

Concludo notando che dal *De viribus* emerge come elemento collaterale un altro aspetto, quello di Pacioli storico della scienza o addirittura cronista scientifico. Come sua abitudine infatti ci fornisce un'interessante testimonianza del livello delle conoscenze fisiche presenti nei vari ambiti culturali in cui il nostro si muoveva, non ultimo quello popolare. È il caso degli esperimenti di equilibrio dovuti alla «forza del centro et gravità», al fatto cioè che «'l centro sia naturalmente alla gravità commo la calamita al ferro, così el centro tira a sé el grave». Uno di questi si realizza conficcando all'estremità di un regolo la punta di un coltello e ponendo l'altra estremità appoggiata ad un tavolo. Con il manico del coltello di consistenza adeguata e rivolto verso il tavolo (Fig. 5), il

[62] *Ibidem,* p. 346.
[63] *Ibidem,* p. 347.

sistema starà in equilibrio: «alo idiota parrà miraculo et pur el matematico l'asetta in modo che vi stia»[64]. E qui subentra il Pacioli testimone e narratore:

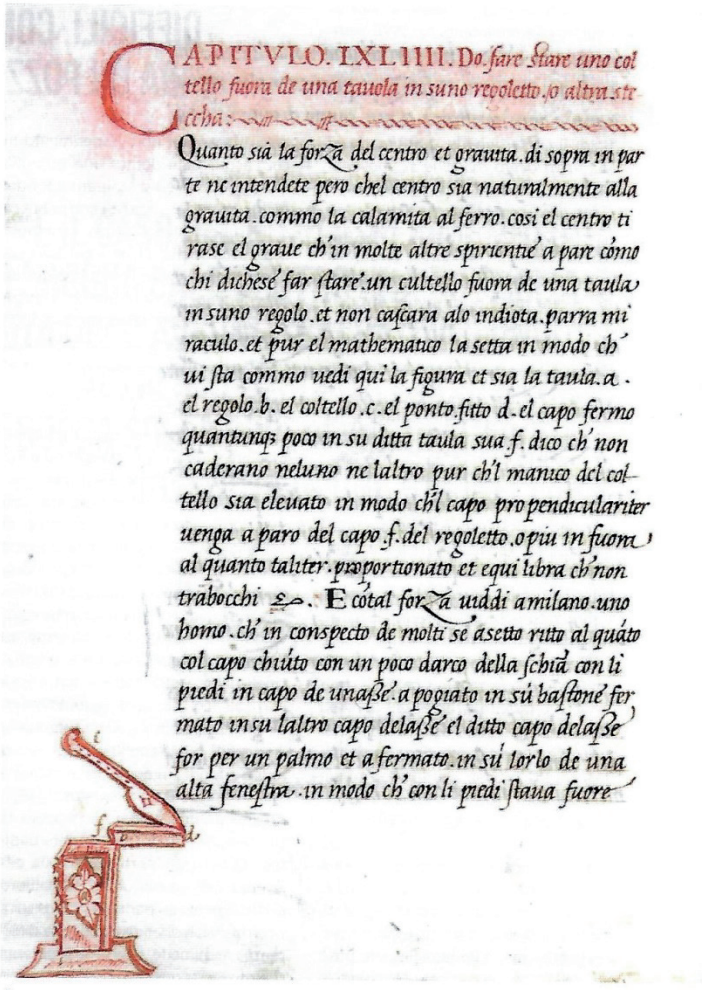

CAPITVLO. LXLIIII. Do. fare stare uno col
tello fuora de una tauola in suno regoletto. o altra ste
ccha:
Quanto sia la forza del centro et grauita. di sopra in par
te ne intendete pero chel centro sia naturalmente alla
grauita. commo la calamita al ferro. cosi el centro ti
rase el graue ch'in molte altre spirientie a pare cómo
chi dichese far stare. un cultello fuora de una taula
in suno regolo. et non cascara alo indiota. parra mi
raculo. et pur el mathematico la setta in modo ch'
ui sta commo uedi qui la figura et sia la taula. a.
el regolo. b. el coltello. c. el ponto fitto d. el capo fermo
quantunq; poco in su ditta taula sua. f. dico ch' non
caderano neluno ne laltro pur ch'l manico del col-
tello sia eleuato in modo ch'l capo propendiculariter
uenga a paro del capo. f. del regoletto. o piu in fuora
al quanto taliter. proportionato et equi libra ch' non
trabocchi. E cótal forza uiddi a milano. uno
homo. ch' in conspecto de molti se asetto ritto al quáto
col capo chiúto con un poco darco della schiá con li
piedi in capo de unasse. a pogiato in sú bastone fer
mato in su laltro capo delasse el ditto capo delasse
for per un palmo et a fermato. in sú lorlo de una
alta fenestra. in modo ch' con li piedi staua fuore

Fig. 5 - L. PACIOLI, *De viribus quantitatis*, «Capitulo LXLIIII Documento: fare stare uno coltello fuora de una tavola in s'uno regoletto o altra stecca».

ci informa di avere visto un giocoliere a Milano porsi nella posizione analoga a quella del coltello, con i piedi su un asse posto fuori da una finestra e con

[64] *Ibidem,* «Capitulo LXLIIII Documento: fare stare uno coltello fuora de una tavola in s'uno regoletto o altra stecca», pp. 275-277.

l'altro estremo appoggiato sull'orlo della stessa. Anche i «gioccolatori» realizzano equilibri spettacolari facendo «miraculose destrezze supra li canapi» e «portando in mano una certa mazza con piombo a le teste a suo contrapeso»[65].

Siamo di fronte ad un vero cronista della scienza applicata.

Bibliografia

ALBERTO DI SASSONIA 1504, *Acutissimae quaestiones super libros de physica auscultatione Aristotelis ab Alberto de Sassonia editi*, Venezia 1504.
T. CAMPANELLA 2011, *Il senso delle cose e la magia*, Esoterica & Mistero, RL Gruppo editoriale srl, Santarcangelo di Romagna 2011.
M. CLAGETT 1972, *La scienza della meccanica nel Medioevo*, Feltrinelli Milano 1972.
G. GALILEI 1968, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, in *Le Opere di Galileo Galilei*, Vol VII, Ed. Naz., Firenze, G. Barbera Editore 1968.
L. PACIOLI 1494, *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalità*, Venezia 1494.
L. PACIOLI 1509a, *Divina proportione*, Venezia 1509.
L. PACIOLI (a cura di) 1509b, *Euclidis megarensis philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis Opera a Campano interprete fidissimo traslata*, Venezia 1509.
L. PACIOLI 1997, *De viribus quantitatis*, Trascrizione di Maria Garlaschi Peirani dal codice n. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna, prefazione e direzione di Augusto Marinoni, Ente Raccolta Vinciana, Milano 1997.
MARCO VITRUVIO POLLIONE 1997, *De Architettura*, a cura di P. Gros, traduzione e commento di A. Corso e E. Romano, Giulio Einaudi Editore 1997.

[65] *Ibidem,* p. 276.

GIOVANNI CANGI

Leonardo e l'«arte dell'architetto»

In occasione dei 500 anni dalla morte di Leonardo da Vinci si moltiplicano mostre e conferenze a ricordo del genio toscano e figura poliedrica distintasi per eccellenza in molti campi delle arti e delle scienze, senza identificarsi in modo netto con alcuno di essi.

Fra gli argomenti trattati quello che punta a descrivere l'attività di Leonardo come architetto suscita molto interesse, anche se all'artista non si può attribuire questa definizione in senso compiuto. Con il titolo "Leonardo e l'arte dell'architetto" si intende sottolineare proprio questo aspetto, per ricercare nella vasta opera dell'artista i richiami all'architettura, che si ritrovano nei dipinti e più in generale nelle raccolte di disegni conservate nei più importanti musei e biblioteche conosciuti al mondo. In questo senso è corretto chiedersi quale sia stato il suo rapporto con questa disciplina e con questa arte vicina al linguaggio grafico a lui congeniale.

Egli, infatti, ha saputo comunicare in modo spontaneo attraverso quel linguaggio universale che lo porta a "fotografare" e trasmettere il proprio pensiero per immagini, che fossero semplici schizzi o elaborazioni più raffinate. Se, fra le tante doti naturali, Leonardo non fosse stato così abile nel disegno, probabilmente non lo avremmo conosciuto affatto; pertanto, è evidente che il suo pensiero acquista forza proprio nella straordinaria capacità espressiva che va oltre la pittura come forma d'arte. Mezzo adatto ad una mente aperta, sempre proiettata in avanti, mossa dalla curiosità e tormentata dalla smania di scoprire e spiegare i fenomeni della natura, al punto da renderlo dispersivo.

Tuttavia, non si è architetti per il solo fatto di saper disegnare bene. L'architettura è una disciplina specialistica che richiede profonda conoscenza delle tecniche costruttive e stilistiche, una preparazione specifica e una pratica di cantiere, tutti aspetti che Leonardo non ha avuto modo di indagare e sperimentare a fondo. Probabilmente non ha neanche mai aspirato al ruolo di architetto come oggi lo possiamo intendere, anche se le circostanze lo hanno avvicinato alla disciplina per affinità.

Piuttosto, Leonardo opera con metodo ingegneristico per naturale vocazione, sebbene il periodo storico non si addica a quella distinzione fra architettura e ingegneria civile che sarà frutto dell'Illuminismo e dei secoli successivi.

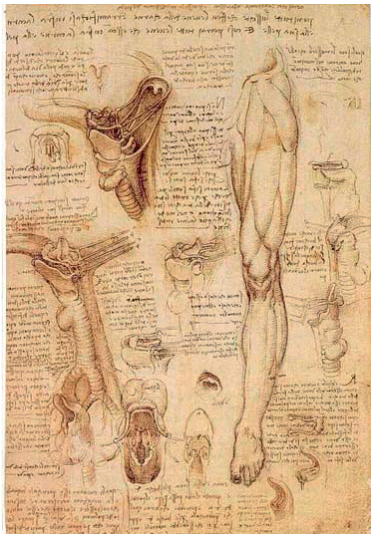
A maggior ragione la situazione doveva essere ancora meno chiara al tempo di Leonardo, per cui Cesare Borgia, il Duca Valentino**,** lo presenta come *Architecto et Ingegnero Generale* nel salvacondotto che nel 1502 lo autorizza a muoversi

liberamente nei domini della Chiesa, per osservare, misurare e redigere le mappe dei territori con le fortezze presenti. Lui stesso nella lettera di presentazione a Ludovico il Moro si dichiara capace di progettare opere di architettura, avendo poi modo di distinguersi come ingegnere militare, oltre che in campo artistico.

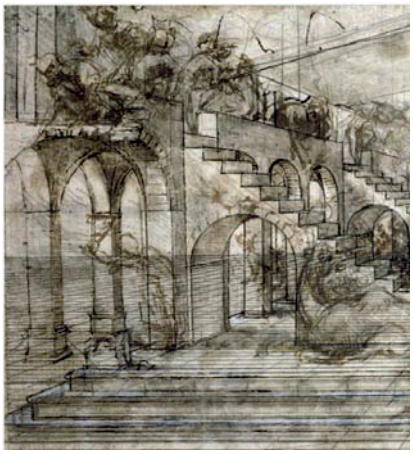
Leonardo si muove pertanto su molti fronti, trascinato da interessi che lo portano a frequentare le più importanti Corti del Rinascimento, toccando temi diversi che ne limitano la possibilità di approfondimento, motivo per cui non si caratterizza come specialista di una specifica disciplina, ma piuttosto come artista a tutto tondo, oltre che uomo di scienza.

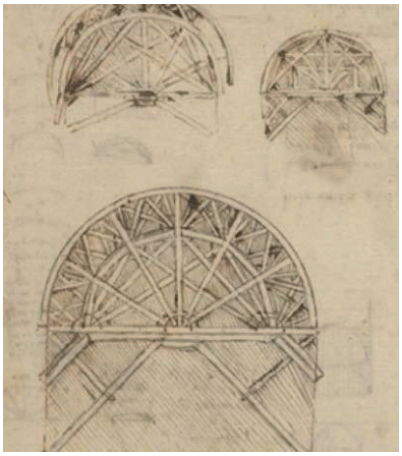
Quello che indubbiamente lo contraddistingue nei vari campi è il *modus operandi* che lo porta ad indagare oltre le apparenze, così da rendere ricche di significato anche le più semplici rappresentazioni. Un'impressione in tal senso si ricava dal confronto fra i bellissimi disegni sugli studi anatomici e i nudi artistici di alcune sue opere più famose, che dimostra come Leonardo, a differenza di altri artisti, sia in grado di passare dalla dimensione puramente estetica all'analisi della conformazione interna, per comprendere al meglio la natura del corpo umano.

Un metodo che applica anche all'architettura e che lo porta a studiare con lo stesso criterio la natura fisica delle costruzioni, i materiali, le tecniche e pertanto le proporzioni e l'equilibrio complessivo. Accade così che agli scorci architettonici che fanno da sfondo prospettico a molte sue opere con archi di bella forma, solidi e ben proporzionati, si associno delle schede che mostrano le modalità esecutive degli elementi costruttivi: archi e volte rappresentati nella forma integra e in stato di rudere, studiati in modo da far emerge il carattere ingegneristico, smontati ad arte per mostrarne l'ossatura e la consistenza interna.



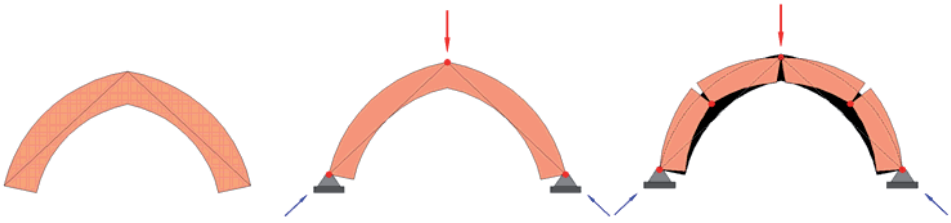
1. Nudi artistici e studi anatomici a confronto





2. Architetture prospettiche a confronto con le fasi costruttive di archi centinati

A conferma di questo approccio pratico e intuitivo trasferito all'architettura merita ricordare gli studi condotti proprio sulla meccanica degli archi, che sorprendentemente introducono i principi basilari della statica grafica con cui si spiega il funzionamento di questi elementi strutturali.



Regola di Leonardo: *"l'arco non si romperà se la corda dell'archi di fori non toccherà l'arco di dentro"*

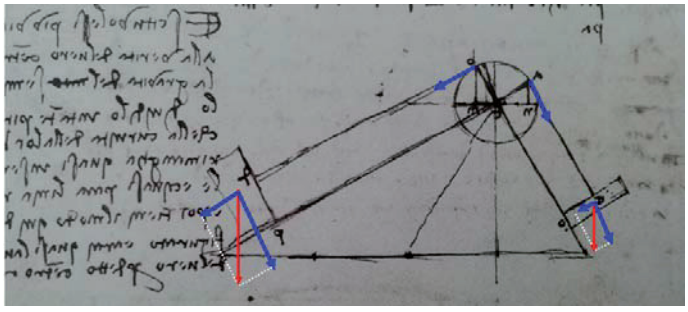
3. Meccanica degli archi in muratura

In riferimento allo schema grafico di Fig. 3, Leonardo sostiene la regola secondo la quale "*l'arco non si romperà se la corda dell'archi di fori non toccherà l'arco di dentro*". Affermazione corretta, sebbene non esaustiva nello spiegare la complessa teoria degli archi, ma sufficiente a dimostrare l'intuito di Leonardo nel comprendere il funzionamento meccanico di una configurazione elementare, attraverso uno schema geometrico che anticipa l'analisi vettoriale e la statica grafica.

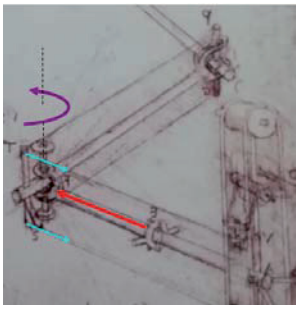
Quello che Leonardo sottintende senza esplicitarlo è il cinematismo che si attiva nell'arco oltre la configurazione limite di equilibrio (Fig. 3c), con l'apertura di lesioni in chiave e alle reni. Effetto che si manifesta quando la corda degli archi d'estradosso esce dal profilo di quelli inferiori.

Sarà la Scienza delle Costruzioni a dimostrare come quelle "*corde*" corrispondano alla Curva delle Pressioni, che per assicurare la stabilità deve effettivamente rimanere all'interno dell'arco, fra il profilo d'estradosso e quello d'intradosso, come indicato nella regola.

Con questo schema Leonardo dimostra di aver capito che la forma degli archi asseconda il percorso delle forze, che dalla struttura d'elevazione si trasferiscono alle imposte e quindi alla base. Di questo percorso intuisce l'andamento che in definitiva suggerisce le forme architettoniche più compatibili con i flussi tensionali.



4. Illustrazione del sistema di bilanciamento di due corpi di peso diverso appoggiati su piani inclinati con sovrapposizione dello schema vettoriale



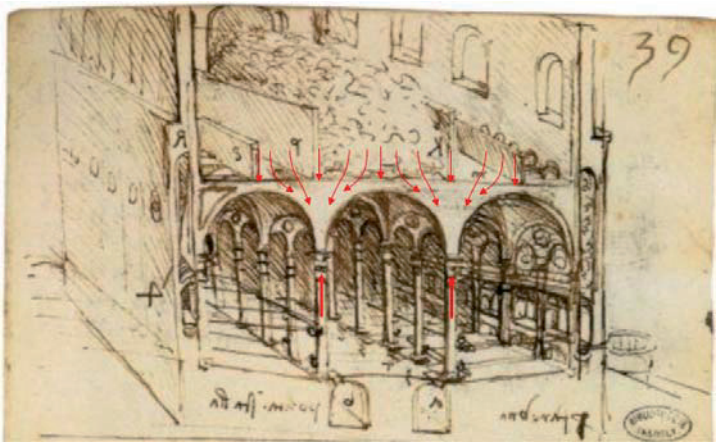
5. Funzionamento di una leva azionata da una coppia interna

Sebbene al tempo di Leonardo non sia ancora noto il concetto di vettore, alcuni suoi disegni stanno a dimostrare che comprende i principi della statica e la possibilità di risolvere problemi di equilibrio attraverso un procedimento grafico. Il disegno che illustra il bilanciamento di due corpi di peso diverso appoggiati su piani inclinati ne costituisce prova evidente, come il sistema di leve studiato per azionare dei bracci meccanici, che trova una sua logica nell'equilibrio di forze eccentriche, disposte opportunamente per generare coppie interne capaci di far ruotare i nodi e muovere le aste a comando. In questi disegni si riconosce un approccio scientifico che richiama i principi generali della Fisica classica che studia l'equilibrio e il moto dei sistemi meccanici.

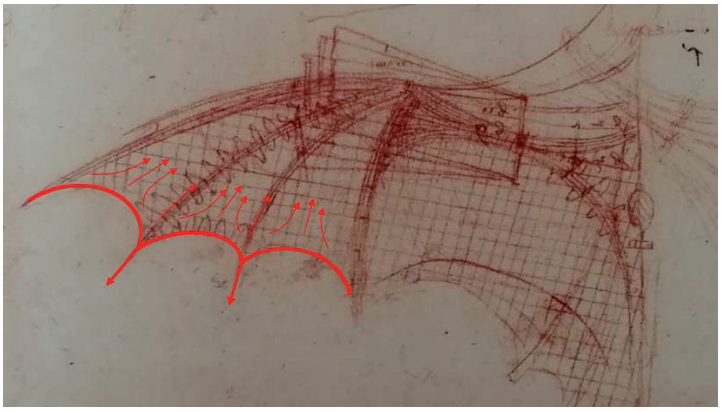
Leonardo dimostra, quindi, di comprendere le regole dell'equilibrio, che, trasferite alle costruzioni, ne determinano la forma più adatta ad assecondare il percorso delle forze, così come negli archi si può garantire il reciproco contrasto attraverso la combinazione di spinte e controspinte, lasciando delle semplici colonne a sostenere i carichi verticali.

Il progetto della "polita stalla", per alcuni riconducibile alla scuderia ducale del Castello di Vigevano (1489-1490), fatta costruire da Ludovico il Moro, oltre alla razionale distribuzione degli spazi interni e alla funzionalità dei

vari accorgimenti, mostra un perfetto bilanciamento del sistema spingente nelle due direzioni, che nella realtà si integra però con un sistema di trattenuta, costituto da tiranti trasversali di cui Leonardo non mostra traccia, ma che sono indispensabili per assicurare un equilibrio stabile.



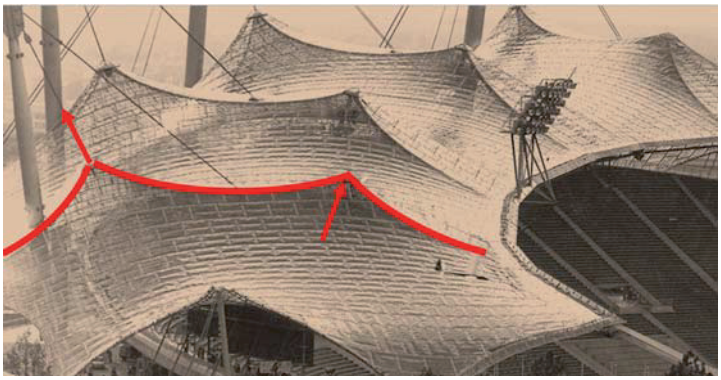
6. Disegno della "polita stalla" con sistemi di archi e volte a crociera reciprocamente bilanciati. Schema riconducibile alla scuderia ducale del castello di Vigevano (1489-1490), privo dei tiranti che chiudono il sistema spingente in senso trasversale



7. Studi sulla meccanica del volo: progetto per il prototipo di un'ala battente con la membrana tesa che determina bordi costituiti da archi tesi, concepito secondo la logica delle tensostrutture

Se si confrontano gli archi delle scuderie con i profili della membrana tesa nel prototipo di ala battente, disegnata per gli studi sul volo degli uccelli, si coglie l'analogia fra il funzionamento meccanico di archi compressi e di archi tesi, che risponde alle stesse leggi della Fisica, ponendo problemi di stabilità completamente diversi.

Il concetto di tensostruttura è estremamente moderno, anche se applicato alla membrana di un'ala e non ad un organismo edilizio vero e proprio, come avverrà solo in tempi recenti grazie allo sviluppo tecnologico.



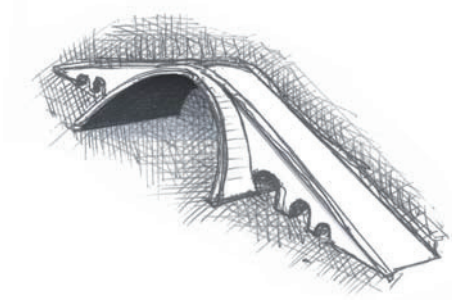
8. Copertura delle tribune dello stadio Olimpico di Monaco di Baviera costituito da una tensostruttura in acciaio e plexiglass (Frei Otto, 1972)

Il tema degli archi e il concetto di tensostruttura richiamano l'attenzione sulla configurazione dei ponti, antichi e moderni, che hanno in comune le forme diritte o ribaltate, con le quali Leonardo si esprime proponendo soluzioni originali.

Nella lettera del 1502 inviata al Sultano Bayezid II propone la costruzione di un "ponte sospeso" sul Bosforo. Una soluzione non supportata dalla tecnologia del tempo, fondata sulla consapevolezza che per coprire grandi luci con una campata unica sarebbe stato necessario adottare uno schema strutturale ribaltato rispetto ai tradizionali archi compressi. Schemi che hanno ispirato la costruzione di moderni ponti in acciaio e cemento armato.

In particolare, l'idea di progetto del ponte con le testate a coda di rondine, elaborata tra il 1502 e 1503, costituisce un ottimo esempio di dialogo tra tecnica ed estetica, ispirata probabilmente dall'osservazione del ponte Alidosi, costruito alla fine del '400 da Andrea Gurrieri da Imola a Castel Del Rio sul Fiume Santerno.

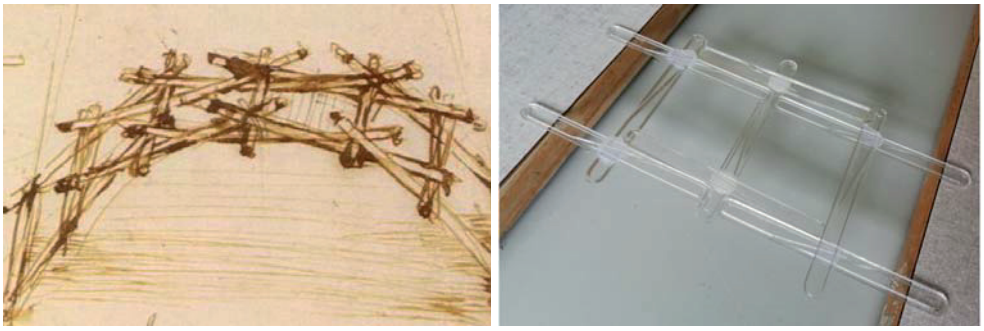
Rispetto a questo ponte Leonardo propone un'estensione dell'arco parabolico con allargamento delle basi d'imposta per conferire alla struttura quella stabilità laterale di cui difetta il modello originario.



9. Schema del ponte sul Bosforo ricostruito sulla base di uno schizzo riportato nel codice Leicester (G. Cangi)

10. Ponte "Leonardo" sull'Arno, Montevarchi (AR)

Uno degli schemi più originali studiati da Leonardo per la costruzione di ponti di legno resta la struttura composta autoportante che si ottiene attraverso un sistema di travi intrecciate, adatta a coprire luci di dimensioni diverse attraverso la moltiplicazione di un modulo lineare.



11. Schema di ponte in legno autoportante con riproduzione di un modello in scala ridotta

Lo studio di questi congegni non deriva da specifiche commissioni, ma costituisce una specie di esercizio accademico volto ad una trattazione teorica del problema senza precise finalità.

A maggior ragione lo sono gli sviluppi spaziali della stessa tecnica, utilizzata per coprire ampie superfici attraverso la combinazione di travi di lunghezza ridotta. Sistemi che tuttavia troveranno applicazione nella realizzazione di solai in legno nell'edilizia storica del XIX sec.

Questi modelli confermano che a guidare la mano dell'artista non è la ricerca estetica quanto le cognizioni di statica che delle belle forme architettoniche sono ispiratrici, per cui quella proposta da Leonardo è un'architettura strutturale.

12. Sviluppo spaziale della struttura in legno autoportante costituita da sistemi di travi intrecciate

Tuttavia, è bene precisare che quelli di Leonardo sono spesso degli schizzi o astrazioni teoriche non classificabili come veri e propri progetti, che avrebbero richiesto elaborazioni ben più complesse e articolate, nonostante l'arricchimento fornito dalle note riportate a lato.

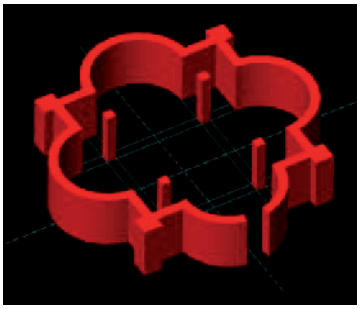
Il tutto si traduce nella formulazione di idee progettuali destinate nella maggior parte a restare sulla carta o a costituire fonte ispiratrice per altri artisti.

Accade così che viene attribuita la paternità di Leonardo a costruzioni laddove l'artista non è intervento direttamente oppure è intervenuto in modo marginale. A tal proposito è da sottolineare il caso di Santa Maria della Steccata, la bella basilica di Parma eretta tra il 1521 e il 1539 da Bernardino Zaccagni su progetto di ignoto. L'edificio sembra ispirato al modello leonardesco di chiesa a pianta centrale con cupola, per cui è conosciuto come "chiesa di Leonardo", avvalorando solo un'ipotesi non supportata da prove certe.

Agli stessi schemi di Leonardo sembra ispirato il Tempio di Santa Maria della Consolazione di Todi, già attribuito ad un'idea del Bramante.

13. Parma: basilica di Santa Maria della Steccata (B. Zaccagni, 1521-1539)

14. Todi: Santa Maria della Consolazione (C. da Caprarola)



15. Modello 3D dell'impianto leonardesco di chiesa a pianta centrale

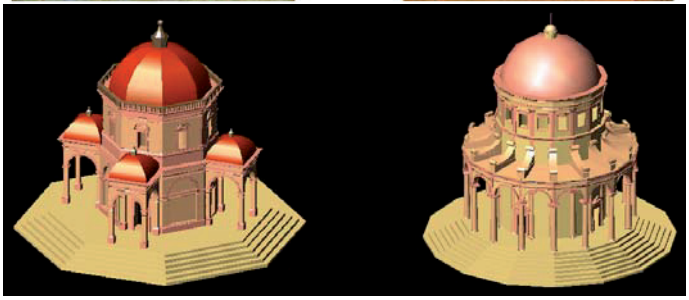
Sicuramente l'impianto planimetrico richiama gli schemi a pianta centrale elaborati dal genio toscano, per cui gli indizi e i riscontri storici rendono credibile l'influenza del pensiero di Leonardo. Questi modelli di edifici a pianta centrale costituiscono dei simboli dell'architettura rinascimentale, pertanto presi a riferimento dai maggior architetti dell'epoca: da Bramante ad Antonio da Sangallo e poi Michelangelo, peraltro riprodotti anche in molte pitture.

Il tema pittorico non è meno importante e trova due riscontri notevoli nei tempietti rappresentati da Perugino e Raffaello nei rispettivi dipinti dello Sposalizio della Vergine.

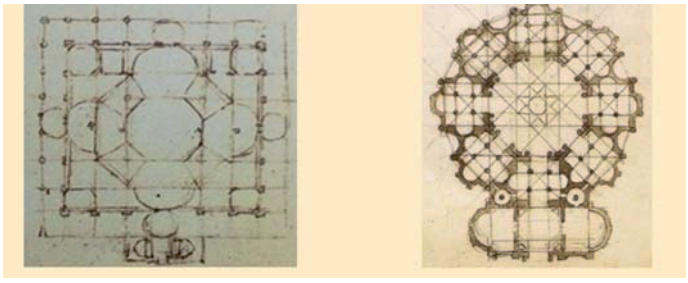
Raffaello, prendendo spunto dall'opera dal suo maestro realizzata per il Duomo di Perugia, che ripropone il tema già trattato nelle pareti della Cappella Sistina, raddoppia i lati del tempio ottagonale con cappelle laterali, per ottenere

un esadecagono caratterizzato da una serie di cappelle unite a formare un portico perimetrale.

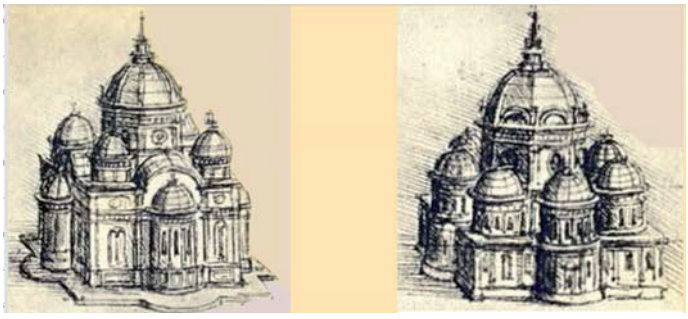
Perugino e Raffaello: dipinti delle Sposalizio della Vergine a confronto con i tempietti rispettivamente a base ottagonale (Perugino) ed esadecagonale (Raffaello)



Nel dipinto di Raffaello le cappelle laterali si saldano a formare un anello che si trasforma in un portico perimetrale con le crociere impostate su basi trapezie e dalla geometria forzata (G. Cangi)



Schemi planimetrici di basiliche a pianta centrale con gemmazione di cappelle laterali

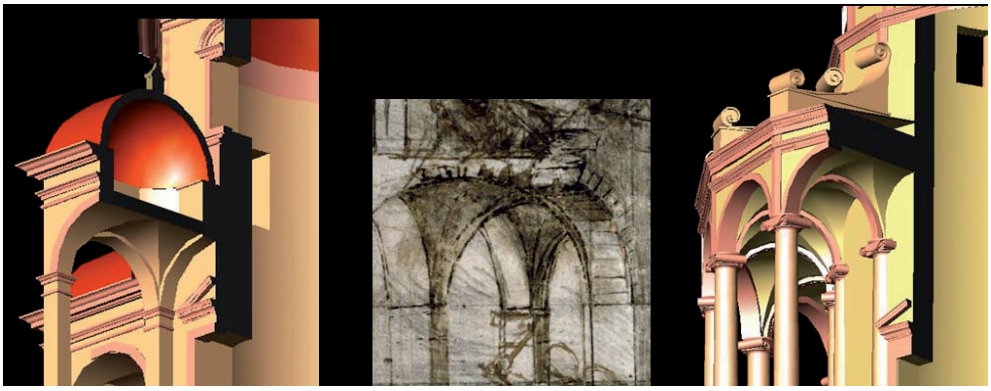


Rappresentazioni assonometriche degli stessi schemi architettonici a pianta centrale, con le cappelle modulari disposte ai lati nel rispetto di una perfetta gerarchia nelle dimensioni delle cupole minori rispetto a quella centrale

16. Schemi e modelli di edifici a pianta centrale, da Perugino e Raffaello alle elaborazioni di Leonardo da Vinci

Leonardo elabora schemi simili, mostrando un interesse per l'architettura sacra dovuto probabilmente all'incarico che ricevette presso la fabbrica del Duomo di Milano per seguire la costruzione del tiburio. Nei suoi schemi propone geometrie simmetriche di complessità crescente, con gemmazione di cappelle perimetrali disposte in modo ordinato attorno al modulo centrale in un perfetto equilibrio d'insieme.

Riemerge, pertanto, la vocazione dell'architetto strutturista, che si occupa del risultato estetico, ma facendosi guidare principalmente dai principi vitruviani per quanto riguarda i requisiti di bellezza, solidità e utilità della costruzione. Con questi schemi Leonardo ha influenzato sicuramente gli architetti del tempo, piuttosto che lasciarsi influenzare dall'opera di altri artisti.



Cappelle laterali del tempio ottagonale del Perugino (G. Cangi)

Sezione assonometrica di un arco con volta a crociera in stato di rudere

Portico perimetrale del tempietto di Raffaello (G. Cangi)

17. Sezioni assonometriche delle volte a crociera delle cappelle laterali estratte dai modelli ricavati dallo Sposalizio della Vergine di Perugino e Raffaello a confronto con lo spaccato prospettico disegnato da Leonardo

Oltre alle forme architettoniche Leonardo entra nel merito delle questioni tecnologiche per studiare le modalità esecutive e i dettagli delle connessioni fra i conci degli archi, così da scongiurare i collassi per scorrimento cui sono soggette le strutture spingenti.

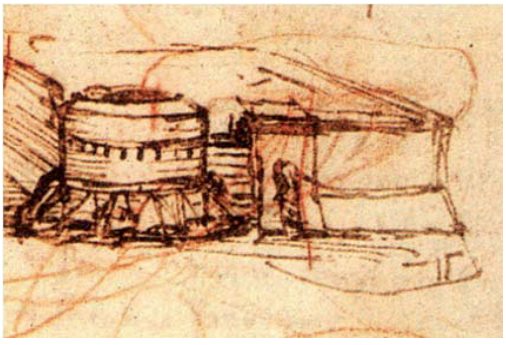
Quindi, trova ulteriore conferma quell'approccio ingegneristico che caratterizza la sua opera e che lo porta a studiare la meccanica degli archi per favorire la formazione di cerniere e di catene cinematiche duttili e più sicure grazie all'ingranamento delle pietre.

18. Esempio di archi con conci indentati (XIV sec) a confronto con il particolare della sezione di una cupola con elementi di pietra ingranati atti a scongiurare lo scorrimento.
Le pietre sono tagliate in modo da incastrarsi reciprocamente per potenziare la resistenza a taglio

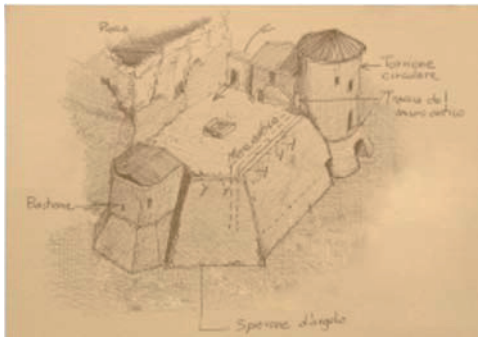
La trattazione dell'argomento, per quanto sintetica, non impedisce di spostare brevemente l'attenzione sulla figura dell'architetto militare, che nell'opera di Leonardo si traduce in una ricca proposta di soluzioni tecniche che vanno dagli armamenti allo studio dei bastioni di difesa, da realizzare con forme adatte per parare i colpi dell'artiglieria nemica.

Un tema che avrà degli sviluppi importanti nel corso del XVI sec. e che Leonardo affronta con una chiara visione del rapporto ottimale fra forma e funzione che ha guidato ogni sua proposta.

Gli schizzi per il castello di Piombino, sul quale eseguirà solo alcuni ritocchi, riguardano l'ideazione di un bastione circolare d'angolo, con speroni alla base e una batteria di bocche da fuoco attrezzate per il tiro piombante e il tiro radente, secondo uno schema che troverà larga applicazione in tutti i centri fortificati dalla fine del XV a tutto il XVI sec.



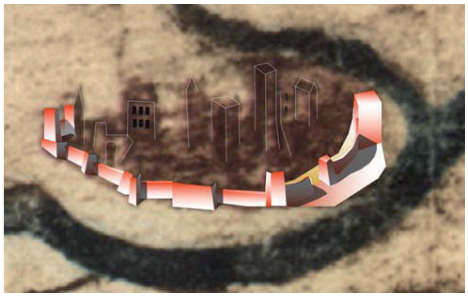
19. Castello di Piombino: progetto per la costruzione di un bastione circolare (1502 c. - Codice di Madrid II. 37r)



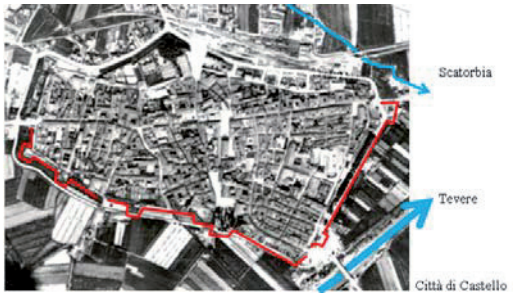
20. Citerna (PG) - Esempio di architettura militare del XV sec.: torrione circolare (P. Sigismondo Malatesta) (G. Cangi)

L'attenzione rivolta alle fortificazioni emerge anche nelle mappe del territorio elaborate per conto del Duca Valentino, dove la scala di rappresentazione, seppure ridotta, non gli impedisce di cogliere alcune caratteristiche delle cinte murarie e del sistema difensivo dei borghi principali.

Nella carta RLW 12278r, conservata a Londra presso la Royal Library Windsor, si riconoscono negli abitati di Città di Castello e di Sansepolcro alcuni elementi caratteristici del sistema difensivo, con le cinte murarie munite di torri e bastioni distribuiti lungo il perimetro urbano secondo i principi dell'architettura militare del tempo.



21. Dalla carta RLW 12278r (Royal Library Windsor): particolare di Città di Castello, con rielaborazione della cinta muraria, porte e bastioni

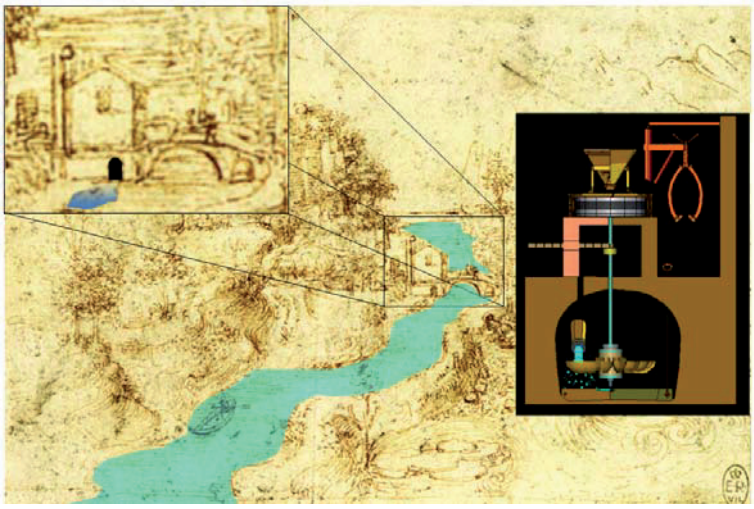


22. Centro storico di Città di Castello con il tratto di cinta muraria corrispondente allo scorcio rappresentato da Leonardo da Vinci nella carta RLW 12278r

23. Carta RLW 12278r (Royal Library Windsor): particolari della città di Sansepolcro con il sistema di torri, la cinta muraria e il fossato di protezione

L'artista mostra notevole dimestichezza anche con le opere di ingegneria idraulica nei molti studi condotti sul moto delle acque, che lo portano a progettare dighe, stramazzi e sistemi di regimazione dei corsi d'acqua naturali e artificiali.

In questo ambito Leonardo si occupa anche dello studio dei mulini idraulici e gualchiere, dimostrando di avere interesse per l'argomento e dimestichezza non solo con i congegni meccanici, ma anche con le architetture tipiche di questi manufatti, che nei secoli manterranno inalterate le caratteristiche tipologiche per quanto riguarda l'assetto distributivo e funzionale, fino al XX secolo, quando saranno sostituiti dai moderni macchinari.



24. Carta RLW 12278r (Royal Library Windsor): dettaglio di un mulino idraulico tratto da un paesaggio rurale. Particolare del meccanismo (G. Cangi)

In ogni sua opera Leonardo ha riversato passione, competenza, desiderio di conoscenza, distinguendosi per intelletto, come scrive Giorgio Vasari nelle *Vite de' più eccellenti pittori, scultori e architetti*, dove ne esalta bellezza, grazia e virtù: "dovunque l'animo volse nelle cose difficili, con facilità le rendeva assolute". Qualità cui si aggiunge pure la modestia, quando afferma di aver offeso Dio e l'umanità per non aver realizzato le sue opere con la qualità che avrebbero meritato.

SECONDA PARTE

La "mercatura", la "curiositas musicale" e la lingua (di Leonardo e della scienza del Rinascimento)

KATIA FERRI MELZI D'ERIL

La 'nobile mercatura': Francesco Melzi amministratore di Leonardo. Gli insegnamenti di Luca Pacioli da Vaprio d'Adda a Amboise

Da parte el Re.

Meistri de nostro hostal et voi, meistro et controlleur de la nostra camera a li dinarii et commiss al pagamento de li officiali domestici de nostro hostal.

Sapere vi facemo che, per la bona, vera et integra confidentia che noi havemo de la persona del nostro caro et ben amato Iohan Francisco de Melze, gentilhomo de Milano, et de soi sentimenti, sufficientia, lialità, prudomisa, vaglienza, experientia et bona diligentia, in favore et per considerazione, et recognoscenza di bot et agreabili servitii che he ha per quei denanti facti, et più et asai maniere et speremo che lo fatia qui apresso, epso, per queste cause et altre a questo noi manendo, avemo a questo di ritenuto et retenemo che per questa presente in lo stato et offitio de gentilhomo in la nostra camera. Per al dito stato et offitio noi servire da qui in anti ordinariamente a li honnori, auctoritate, franchisie, gagii, livrasone, hostelagi, driti, profffiti, renenuti et emolumenti acostumati et chi se li aparteneno. Si volemo, et vi mandemo, et ha ciaschaduna di voi chussi como a lui apartenerà, che del dito Iohan Francisco de Melzo, prexo et receputo el sagramento in tal caso acostumato, voi questa nostra presente ritenuta en registrarni, o farni en registrare, en li registri paperii et escripti de nostra camera a li dinarii, cum quele de li nostri altri affitiali de serviglievol stato et retenuta.

Et depso stato et offitio, insema de li honnori, auctoritate, libertate, franchisie, gagii, livrasone, hostelagi, driti, profficti, renenuti et e emolumenti sopradicti, lo fatiati soffriati et lassati gioire et usare pienamente et pasiblemente et a lui habedire e intendere de tuti loron et chussì como la partenerà a la chose tochando et concernendo el dito stato et offitio. Computandoli e pagandoli, per li vostri commissi al pagamento de tali officiari, li gagni, livrasone hostelagii et driti al dito offitio apartenenti, da qui in anti per chacuno anno a li termini e in la maniera accostumata. Et per rapportando questa dita presente, ho vidimus et ipso facto sotto el sigillo regale per una volta, et quietanza sapra questo sufficiente del dito Iohan Francisco. Soolamente noi vollemo li diti gagii et driti, o quelo che pagato dato et deliberato a lui sarà satato a questa causa, essere alovato a li computi et rebatu de la recepta de voi mastro da la dita camera a li dinarii, per li nostri amati et fidati gente de li nostri computi, a li quali paregliamente mandemo chussi farlo, senza difficultà, per che tale è nostro piacere. Data a Ambois sotto el sigillo del nostro secreto lo 20 del novembre l'anno 1520. Signatus Francois, Robertet.

Hogi, 29 novembre de l'anno 1520, Iohan Francisco del Melze nominato in biancho de questa presente, ha facto el sagramento al boreau, de bene t lialmente servire al Re nostro signore in lo stato et offitio de suo gentilhomo de sua camera. In mane de Messer Iohan Picardo, chevalero signore de Redeval, casiliario et meistro de casa del dito Signore mi presente deferre.

(Trascrizione integrale del documento ritrovato nell'ARCHIVIO MELZI D'ERIL)

Il "Privilegio di Gentiluomo di Camera del Re Cristianissimo Francesco di Francia come Duca di Milano nella persona del Sig. Giov. Francesco Melzi - Copia semplice", come recita il regesto, è un documento cartaceo, coevo all'originale, firmato da Francesco I. Ha fatto parte da sempre dell'Archivio Ducale Melzi d'Eril, seguendone gli spostamenti nelle varie sedi fino a quella attuale, a Belgioioso. Ebbe la sua prima citazione esauriente alla voce biografica "Giovanni Francesco" nella genealogia della famiglia Melzi redatta da Felice Calvi al secondo volume del suo studio *Famiglie notabili milanesi*. Il Calvi scrive: "Melzi era stato creato famigliare e domestico (gentiluomo di camera) di Francesco I re di Francia e duca di Milano con privilegio dato in Amboise ai 20 novembre 1520" (CALVI 1881). Ma già qualche anno prima si trova un accenno al documento in un *excursus* sulla famiglia Melzi nel contributo "Domande e risposte" in "Archivio Storico Lombardo" (DOMANDE 1874). Questa indicazione non ebbe molto seguito bibliografico, se si fa eccezione per gli essenziali riferimenti alla voce in *The Dictionary of Art* di Maria Teresa Fiorio (FIORIO 1996) e quella nel *Dizionario Biografico degli Italiani* curata da Francesco Sorce (SORCE 2008).

La puntuale lettura del documento si inquadra efficacemente in quegli anni così importanti che videro la morte di Leonardo da Vinci e il protrarsi del soggiorno a Cloux presso Amboise del suo allievo Giovanni Francesco Melzi.

La figura del Melzi è disegnata molto bene il 23 aprile 1519, nel testamento del Maestro. Si tratta dell'unico testimone laico e del personaggio chiave del documento. È nominato esecutore testamentario: "Item vole et ordina dicto Testatore che dicto Messer Francisco de Melzo sia et remane solo et in sol per il tutto executore del Testamento [...]" (VILLATA 1999).

La donazione di "tuti et ciascaduno li libri che il dicto Testatore ha de presente et altri Instromenti et Portracti circa l'arte sua et industria de Pittori" ha una motivazione specifica: "per remunerazione de' servitii ad epso gratia lui facti per il passato" motivazione ripetuta in altro sito: "tam per remunerazione de boni et grati servitii, a lui facti da qui inanti, che per li suoi salari vacationi et fatiche ch'el potrà avere circa la executione del presente Testamento" (*Ibidem*).

Il tono in cui è redatto il testamento lascia dunque intendere per il Melzi un ruolo strategico e di relazione. Ma non solo. Questa precisazione, distinzione tra libri e instromenti, tra beni diversi, ci ricorda Giuseppe Catturi, che "i beni posseggono una loro semantica: essi descrivono e sintetizzano storie, vicende individuali e collettive, materiali e strumenti adoperati e processi seguiti nel fabbricarli: ambienti in cui sono stati stoccati e impiegati". Va detto anche che la

parola instromenti comprende tutta una serie di prototipi e modelli, che, non essendo elencati uno per uno, dopo la morte del Maestro e del Melzi sono andati perduti: sono diventati legna da ardere e metallo da fondere, mentre erano forse gli indizi di un sapere nuovo, che solo gli iniziati avrebbero saputo decifrare.

Per non parlare dei libri e dei taccuini di appunti che non erano stati portati ad Amboise, quelli contenuti forse tutti insieme in un cassone nelle stanze messe a disposizione dallo Sforza negli anni di lavoro presso la sua corte, che sono andati perduti: cosa accadde nei giorni dopo il 6 ottobre 1499 quando Luigi XII entrò con grande e splendido seguito in Milano, non si sa. Si sa solo che anche se tra le personalità milanesi che lo omaggiarono c'era anche Leonardo da Vinci, dopo i festeggiamenti cominciarono le epurazioni, le vendette, le confische alle famiglie. Sappiamo che in quei mesi Leonardo perde la vigna dove forse già allora c'era una casupola che egli utilizzava come studio. E forse la perde in modo violento. Dove sono gli scritti di Leonardo che mancano all'appello, relativi agli anni 1496-1498? Sono i libri nei quali forse egli aveva annotato di un viaggio. Forse egli si era recato a Roma, poiché lo Sforza non lo trovava da nessuna parte, tanto da domandare al Medici se era tornato a Firenze. Forse era partito insieme a Francesco di Giorgio Martini, che seguì il cardinale Ascanio Sforza nella capitale, con sosta in Toscana a Firenze e alla grande villa dei Colonna a Palestrina. Una visita rimasta iscritta, con il nome dell'architetto senese nelle carte dei principi, presso l'archivio di Subiaco. In tale percorso pare logico che la carovana del porporato passasse per Sansepolcro e Siena. Chissà se Leonardo avrà compiuto questo viaggio e se avrà annotato, su uno dei suoi libri da disegno, il profilo di quella terrazza ispirata all'antico tempio della Fortuna a Preneste. In tal caso si comprenderebbe molto bene qual è l'ispirazione della terrazzatura della villa Melzi di Vaprio d'Adda, progettata dal Maestro, un'architettura lontanissima da quelle lombarde del tempo. Oppure egli ha visto lo schizzo in un appunto di viaggio dell'amico Francesco di Giorgio Martini, e lo utilizzò in seguito per offrire un progetto al Melzi.

Nella villa che dal 1470 appartiene ancora alla nostra famiglia, furono appunto stoccati gli oltre 100 libri della biblioteca di Leonardo e gli instrumenti, i beni lasciati in testamento dall'erudito Maestro all'erudito amico, l'allievo di un tempo che era diventato il suo amministratore, quando non c'era stato più bisogno di aver vicino una famiglia di mecenati. L'indicazione dei beni di qualcuno descrive il nostro modo di essere e lo comunica agli altri. Francesco eredita i libri che «il dicto Testatore ha de presente poi altri instromenti et portracti circa l'arte sua e l'industria de' Pittori». Francesco Melzi

è prima di tutto un umanista e un uomo d'affari e poi un pittore dilettante, per spasso, come Orazio Melzi giurista ribadì parlando del defunto padre, nell'istanza per la riconferma della nobiltà della famiglia, che si presentava ogni 100 anni e accadde appunto nel 1570, tre anni dopo la morte del Melzi, accertata ormai dal testamento ritrovato due anni fa (SACCHI).

Oggi, con la presentazione di questo contratto inedito tra il Re di Francia e il Melzi alla mostra per i 500 anni di Leonardo ad Amboise, bisogna riconsiderare il gentiluomo Giovanni Francesco Melzi in tutta la sua unicità, per la sua cultura scientifica ed economica, ma anche religiosa, etica ed artistica. Un amante della matematica, poiché inventò lui il compasso ellittico; un amante della razionalità e della logica di pensiero che si esprime nelle sue costruzioni geometriche nel Libro di Pittura, ma anche nei suoi capolavori pittorici, le magnifiche miniature nascoste nelle collezioni private che ce lo restituiscono influenzato dalla linearità geometrica ed espressiva di Luca Pacioli e di Piero della Francesca, oltre che di Leonardo da Vinci.

I documenti amministrativi presenti nell'archivio del castello di Blois ci raccontano l'estrinsecazione operativa dell'opera pacioliana sotto Francesco I, la veloce diffusione dei metodi contabili originari dell'Italia. Il metodo della doppia entrata è riconosciuto oltralpe come il più razionale ed efficiente per seguire e controllare i crediti delle banche col re, ma anche della macchina pubblica. Non dimentichiamo, inoltre, che a pochi passi dal Castello di Amboise e da Clos-Lucé si trova la Chiesa dei Fiorentini, dove Leonardo chiese di essere seppellito. La congregazione era nota per la sua gestione esperta e affidabile. Facile pensare che quel ristretto perimetro geografico fosse anche un unico perimetro di valori, di scambi e di trasformazioni riguardanti vari aspetti della vita collettiva.

Possiamo dunque immaginare Giovanni Francesco Melzi ben inserito a Cloux in questo ruolo di manager, in linea con la sua vita precedente e in linea con la connotazione socio-economica della sua famiglia, ricoperta ormai da più generazioni, di magistrati della moneta e fidi consiglieri nell'ambito del ducato milanese. La posizione sociale del Melzi, già appellato «Gentilomo de Milano» da Leonardo, risulta manifesta in un mondo in cui le gerarchie sono ben definite; al proposito, sia il toscano Vasari sia il milanesissimo Lomazzo usano, nei confronti di Francesco, un tono deferente che non dipende solo da rapporti di età e dall'autorità derivatagli dall'avere appreso tanti «secreti» da Leonardo, ma pure da diritti di nascita. Vasari, nel 1568, esplicita che Melzi è un «*gentiluomo* milanese, che nel tempo di Lionardo era bellissimo fanciullo [...],

così come oggi è bello e gentile vecchio», e Lomazzo, che dimostra consuetudine con l'ambiente Melzi, riferisce fatti «secondo che mi ha raccontato il *signor* Francesco Melzo», o ricorda, di Leonardo, i «diversi dissegni in più mani, e principalmente in casa di Francesco Melzo, *gentiluomo* milanese, suo discepolo» per concludere i versi offerti al Melzi stesso con un'aria scanzonata ma rispettosa: «Pronto et allegro / Mi v'offerisco, ancor che servo indegno / d'huomo d'ogni alto honor pregiato e degno».

Quando Leonardo da Vinci fa scrivere «Tuti et ciascaduno li libri che il dicto Testatore ha», cogliamo alcune informazioni a noi care che ci sono poi confermate da molti studiosi. I preziosi libri appartenuti a Leonardo sono rimasti un po' nella casa per dipingere eretta nella Vigna, dove poi abitò la madre di Salai, un po' nel Palazzo Melzi di Milano in Via Broletto, un po' nella Villa Melzi a Vaprio e nella Villa Melzi di Pontirolo Vecchio, il borgo oggi divenuto Canonica d'Adda. Anche un po' a Firenze ci sono, sì, anche libri di mercatura. Opere come il *Libro de l'Arte de la mercatura* di Benedetto Cotrugli, ancora sotto forma di manoscritto, datato 1458. Opere come la *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalita* di Luca Pacioli, datata 1494. Un'opera a stampa che egli acquistò annotandone la spesa. Perché Pacioli fu il primo a capire l'importanza di affidarsi a questa innovazione, per spiegare il procedimento tecnico alla base della partita doppia. Doveva essere un'opera particolarmente cara a Leonardo e anche a Francesco Melzi, che forse incontrò Pacioli durante il viaggio da Milano a Roma del 1513, l'anno in cui Leonardo da Vinci fu finalmente invitato da Giuliano de' Medici a raggiungere la corte pontificia di suo fratello, eletto al soglio papale col nome di Leone X. Anche stavolta non è accertato se il Vinci, con il nobile Melzi e Salai si fermarono a Siena e a Sansepolcro. Sulle tappe di quel viaggio si deve ancora lavorare in verità ed è un impegno che ho preso anch'io come Accademico dei Fisiocritici di Siena: sarà presto avviato anche da me un progetto di ricerca di notizie in tutti gli archivi pubblici e privati. Per trovare documenti e riscontri bisogna immaginare questo viaggio e bisogna immaginare un Francesco Melzi che protegge il Suo Maestro dai nemici alla Corte Pontificia, pronti a denunciarlo per i suoi studi di medicina e di ottica. Un Francesco Melzi che scrive lettere al Papa e ai potenti governatori francesi che comandano Milano, per sollevare dai crucci quotidiani l'anziano maestro ormai vinto dall'artrite. Francesco Melzi però lavora anche per i Melzi: manovra abilmente per ottenere la nomina diretta, pontificia, di suo fratello, Bartolomeo, quale canonico di Pontirolo, invece di fargli attendere quella arcivescovile di Milano. E non possiamo non immaginarlo, Leonardo, a lume di candela e con uno stilo fra le dita in attento studio della matematica e della geometria di Pacioli.

Intento alla lettura del *De divina proportione*, il testo che recupera la dottrina pitagorica e la *Theologia Platonica* che Marsilio Ficino pubblicò nel 1482 (ma vi attendeva dal 1469) a Firenze. Nel pensiero vinciano sono ben presenti e forti i concetti della filosofia neoplatonica, che affermava l'unità ontologica di cosmo e uomo nell'applicazione dei principi illustrati nel *Tractatus XI* della *Summa*, il *De computis et scripturis*, i 36 capitoli dedicati alla metodologia contabile. Come è noto, il *Trattato* è diviso in due parti. La prima approfondisce il tema dell'inventario, ovvero l'articolazione del patrimonio aziendale. La seconda si sofferma sulla disposizione, vale a dire la descrizione delle operazioni di gestione tipiche di un'azienda mercantile.

La *mission* che Francesco Melzi si dà dopo la morte del suo Maestro, ci ricorda questa struttura pacioliana. Il Melzi per prima cosa organizzò le oltre 13 mila pagine del suo Maestro. Compì un grande lavoro filologico, forse il primo di quella portata. Se fosse stato vivo il Pacioli, lo avrebbe chiamato 'inventario', articolazione del patrimonio culturale di Leonardo. Successivamente egli si accinse a compilare il manoscritto, il *Libro di Pittura* oggi conservato alla Biblioteca Vaticana come Codice Urbinate 1270. Il Pacioli avrebbe chiamato 'dispositio' questa seconda fatica, la descrizione delle operazioni che il buon pittore doveva compiere per far prosperare la sua bottega. Il libro di Pittura ci parla infatti non solo di tecniche pittoriche, ma anche di materie prime per la creazione dei colori, di misure, di filiera produttiva con l'aggiunta di illustrazioni. Di comunicazione interna ed esterna della bottega. Abbiamo anche alcuni prezzi. Leggendo il *Libro di Pittura*, potremmo anche creare delle note a margine con le particelle "per" e "a". Evidenziando i territori di provenienza, la quantità di materiali da utilizzare, osservando il libro acquisti di materiali di un pittore neorinascimentale di oggi, Agostino Arrivabene, possiamo anche farci un'idea del magazzino che occorreva al pittore-mercatante, imprenditore della sua bottega. Leonardo aveva fatto propri gli insegnamenti di Verrocchio e di Pacioli e il suo fidato manager, messer Francesco Melzi aveva saputo, a posteriori, coniugare tutte queste nozioni e sintetizzarle in uno scritto che è cronaca ma anche strategia. Circa un mese dopo la morte e le esequie di Leonardo, il 1° giugno 1519, Francesco annuncia il decesso del Genio di Vinci ai fratelli del Maestro in una lettera, accorata e commossa, nella quale scrive dell'arrivo di un suo zio: "Io aspetto un mio zio quale vienmi a vedere trasferendo sé stesso di poi costì a Milano" (VILLATA 1999). Francesco, secondo le genealogie, di zii ne aveva sei di cui tre religiosi. Fu invece il padre, il consigliere ducale Gerolamo Melzi, a raggiungerlo in Francia con l'intento di collaborare alla soluzione delle pratiche amministrative.

Tant'è che, il 29 agosto 1519, ad Amboise, Gerolamo ricevette una procura da parte di Battista de Villanis servitore di Leonardo, e poi "al presente servitore del nobile homo messer Francesco de Melzo gentilomo de Milano pensionario del Re nostro signore" (CALVI 1881). Per il testamento di Leonardo e la procura a Gerolamo Melzi ho potuto consultare, per merito di Domenico Savini, una copia antica del testamento vinciano, nell'Archivio di Stato di Firenze. Così il "Magnifico Hyeronimo de Melce" tornato a Milano poté risolvere i problemi del Villanis quale erede di Leonardo nelle controversie con Salai, lasciando al figlio l'assistenza del suo servitore (VECCE 1998). Questa procura ci conferma, nel citare Francesco come "pensionario del Re", l'appannaggio di 800 scudi conferito per due anni da Francesco I al giovane milanese per il suo ruolo nella corte francese (BELTRAMI 1919). Stiamo parlando di una cifra considerevole, attualizzabile oggi, a circa 100 mila euro. Un compenso adeguato per un consulente finanziario molto speciale.

Il Melzi era un consulente finanziario molto speciale, un gentiluomo che vantava buone relazioni in Italia, con alcune famiglie di banchieri che finanziavano il Re di Francia, grazie alle relazioni e al patrimonio di suo padre. Parlava correntemente il latino, il greco e il francese, non era membro della corte francese, dunque è immaginabile che relazionasse solo ai suoi referenti Robertet e Picard: si poteva contare su una minor fuga di notizie 'sensibili', relative alla 'camera alli denarii'. Una strategia cara oggi al premio Nobel per l'economia 2001 Joseph Stiglitz che ho avuto il privilegio di conoscere il 17 luglio 2016 durante un convegno a Lugano sulla teoria delle asimmetrie informative. È in relazione a tale contesto che si deve leggere il documento conservato dalla nostra famiglia, il "Privilegio di Gentiluomo di Camera" sottoscritto dal re di Francia ad Amboise circa un anno e mezzo dopo le esequie di Leonardo, il 20 novembre 1520. La lettera di incarico è indirizzata a *Jean Picard* (morto nel 1523), signore di Radeval, Consigliere e Maestro di casa, Controllore della "Camera a li dinarii" nelle cui mani Giovanni Francesco ha giurato. Mentre a sottoscrivere è Florimond Robertet, segretario di Francesco I, meglio noto al mondo degli studi storico-artistici per essere stato il committente di Leonardo da Vinci per la *Madonna dei fusi* (PEDRETTI 2014). Avete letto, nelle prime righe del manoscritto, tutta una serie di apprezzamenti, che rappresentano tutte le doti anche diplomatiche di un gentiluomo; le motivazioni sono quelle consuete: "in favore et per considerazione, et recognoscenza di boni et agreabili servitii che ne ha per qui denanti facti en più asai manere, et speremo che lo fatia qui apresso." L'oggetto della carica appare dunque squisitamente diplomatico e di prestigio nell'ambito delle finanze della Corte. Doveva però trattarsi di un ruolo già ricoperto dal Melzi, un ruolo consentaneo alla sua indole ed educazione di alto rango. Un

ruolo evidente al Re di Francia attraverso i report del governatore di Milano: il Melzi si era distinto ovunque nel rappresentare l'immagine e gestire l'amministrazione del suo Patrono. Così era stato per Leonardo da Vinci, prima e, dopo la sua dipartita, così avviene *mutatis mutandis* per il Re di Francia Francesco I. E si prosegue poi per il resto della vita: Giovanni Francesco fu per molti anni amministratore, senza compenso, della Prevostura di Pontirolo, per conto della Curia Arcivescovile di Milano. E fu anche, procuratore di Ottaviano Sforza, Vescovo di Lodi.

Ma, torniamo al documento che per sempre consacra Giovan Francesco Melzi tra i primi manager internazionali della storia. Egli giura "de bene et lialmente servire el Re nostro signore in lo stato et offitio de suo gentilhuomo de sua Camera" ad Amboise il 29 novembre 1520.

Quanto tempo Francesco sarà rimasto a Cloux presso Amboise dopo aver ricevuto questo ruolo e questo incarico? Non lo sappiamo con esattezza. Rossana Sacchi nel suo articolo "Per la biografia (e la geografia) di Francesco Melzi" indica, senza documentarlo, il suo ritorno a Milano nel 1521, data assai verosimile anche in relazione al rapido mutarsi del clima politico nel volger di quegli anni (SACCHI 2017).

Certo il Melzi era già tornato in patria, presumibilmente a Vaprio d'Adda, quando, il 6 marzo 1523, l'inviato estense a Milano, Alberto Bendidio si propone di invitare il figlio del mecenate di Leonardo, ormai famoso per la sua eredità documentale, a Ferrara: "L'ho pregato assai volte ch'el venghi a Ferrara […] et dopo ch'io son venuto l'ho replicato ad un suo barba gentilhomo molto da bene et honorato, che a lui non ho potuto dirlo, perché sta in villa per la febbre quartana" (VECCE 1998).

Tra i documenti conservati con orgoglio dal Melzi già in quegli anni e tuttora dalla nostra famiglia, con vincolo del Ministero delle Belle Arti, c'è la "Lettera patente", il prezioso lasciapassare firmato Cesare Borgia, contenente il nome e l'incarico di ingegnero e architecto ducale, che Leonardo utilizzò nel suo 'annus horribilis' al servizio di Cesare Borgia, firmato di pugno dal Duca del Valentinois, perché potesse essere mostrato ai signori delle città di Romagna. Questo è l'unico documento realmente appartenuto a Leonardo da Vinci che è stato esposto quest'anno ad Amboise. Lo abbiamo portato il 2 maggio scorso per la importante mostra organizzata dal Castello di Clos-Lucé, inaugurata alla presenza del Presidente francese Emmanuel Macron e del Presidente della Repubblica Italiana Sergio Mattarella. Il Lasciapassare e il contratto di Francesco Melzi sono stati esposti a pochi metri dall'arazzo del *Cenacolo* Vinciano (attualmente conservato ai Musei Vaticani) commissionato da Francois I quando era ancora in vita Leonardo da Vinci.

SALVATORE DELL'ATTI

Esiti della curiositas *del "musico" Leonardo*

... dilettandomi pure... di diverse altre scienze, in le quali veni quasi pur in modo, che non vi era cosa sì difficile che con facilità non conducessi alla luce, come di musica, di aritmetica, di astrologia, di geommetria, di scultura e di architettura
(Leonardo rivolgendosi a Fidia, in
GIOVANNI PAOLO LOMAZZO, *Ragionamento Quinto*, da *Il libro de' sogni*, 1563-64)

«MUSICO E DE TUTTE VIRTÙ DOCTATO»

Pur trattando un argomento concernente esclusivamente la musica, il binomio Pacioli-Leonardo, oltre che essere significativo per l'amicizia e la collaborazione fra i due, consente di entrare in *medias res*. Il frate del Borgo, nel dichiarare che le tavole dei poliedri regolari presenti all'interno del suo *De divina proportione* sono opera dell'artista e scienziato toscano, scrive:

> "Comme apien in le dispositioni de tutti li corpi regulari e dependenti di sopra in questo vedete, quali sonno stati facti dal degnissimo pictore, prospectivo, architecto, musico e de tutte virtù doctato Lionardo da Vinci Fiorentino nella mirabilissima città de Milano, quando a li stipendii dello Excellentissimo Duca di quello, Ludovico Maria Sforza Anglo, ci retrovammo nelli anni de nostra salute 1496, fin al '99"[1]

costituendo così una delle prime fonti ove Leonardo è definito musico. Altro dato interessante nel trattato pacioliano è che la musica rientra nel *corpus* delle varie discipline. A queste parole fa eco Leonardo: «la proportione non solamente ne li numeri e misure sua ritrovata ma etiam nelli suoni, pesi, tempi e siti, e qualunque potentia sia»[2].

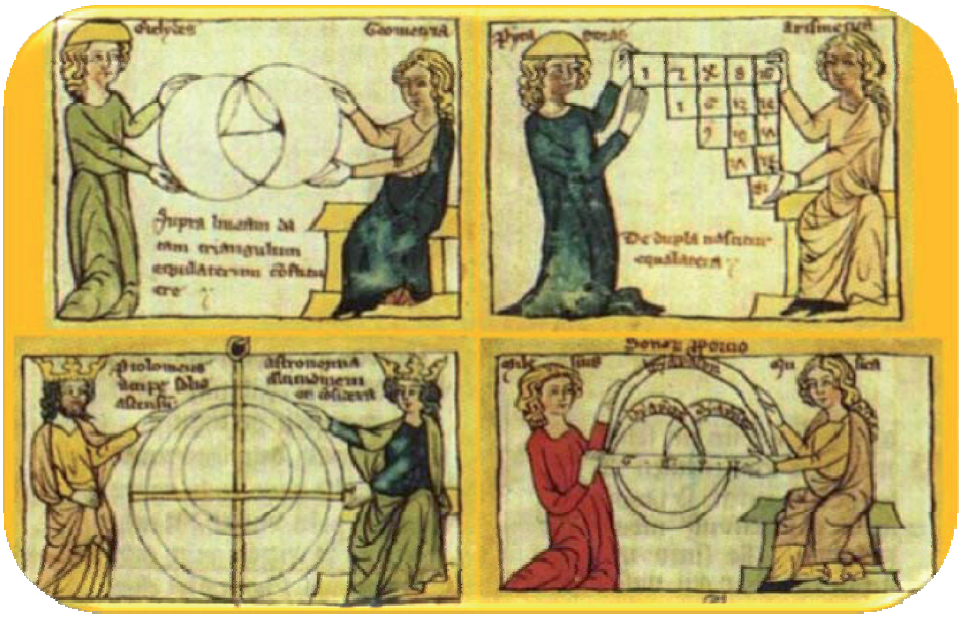
Considerando le evidenti implicazioni tra musica e matematica - non è casuale la presenza di entrambe nel *Quadrivium* - definire Leonardo musico costituisce un dato molto significativo che orienta, pensando a Herriot, verso quella matematica sonora che è la musica o a quella musica silenziosa, ovvero la matematica[3].

---

[1] LUCA PACIOLI, *De divina proportione*, c. 28 *v.*

[2] DOMENICO ARGENTIERI, *L'ottica di Leonardo*, «Annali dei Lavori Pubblici», LXXVII, fasc. 8, 1939-XVII, p. 787.

[3] «La musique est une mathématique sonore, la mathématique une musique silencieuse». Cfr. ÉDOUARD HERRIOT, *Notes et maximes inédits*, Paris, Hachette, 1961, p. 78.



Ma chi è il musico? Dante, com'è noto, nel canto II del *Purgatorio*, ne indica un esempio con Casella[4], cantore[5] e compositore. Inoltre nel *Convivio*, all'interno della prossimità delle cose per generi, chiarisce che «onde di tutti li uomini lo figlio è più prossimo al padre; di tutte le arti la medicina è più prossima al medico e la musica al musico»[6]. In realtà nel Medioevo tra la figura del musico e quella del cantore esiste una diversità assai significativa. Mentre al primo è concessa la conoscenza della dottrina (*ars musica*), per l'altro basta solo una preparazione finalizzata alla pratica. Sintesi ed eloquenza sono presenti già nelle parole di Guido, diventando anche monito quando egli allude alla distanza fra musici e cantori[7].

[4] Su Casella che intona un madrigale di Lemmo da Pistoia si veda il Codice Vaticano 3214: «dedit sonum».

[5] Il termine, in generale, allude ad un esecutore.

[6] DANTE, *Convivio*, I, XII, 4.

[7] Per una riflessione sull'argomento cfr. SALVATORE DELL'ATTI, «Contentar l'udito»: *dalla* Divina proportione *alla prassi musicale della corte urbinate*, in *Luca Pacioli. Maestro di contabilità-Matematico-Filosofo della natura*, a cura di Esteban Hernández-Esteve e Matteo Martelli, Biblioteca Centro Studi "Mario Pancrazi", Umbertide, Digital Editor srl, 2018, p. 357 sgg.

Nel periodo in cui vive Leonardo, intorno al temine musico non c'è molta chiarezza e, mentre Johannes Tinctoris, nel *Diffinitorium musicae*, definisce il cantore «cantor est qui cantum voce modulatur»[8], il napoletano Luigi Dentice afferma:

> "Sono dunque tre generi dell'arte della Musica; uno è quello che consiste nelli stormenti: il secondo circa la Poesia: & il terzo che rende giudicio dell'una cosa & dell'altra. I Citaredi, et gli Organisti, & tutti coloro che essercitano solamente gli stormenti perche son lontani dal render ragione della Musica; però (com'è stato detto) essi serveno, & di tutta la speculatione sono ignoranti. […] Il terzo genere è quello solo che di giudicare hà la scientia: questo tutto nella ragione & speculatione essendo posto, propriamente alla Musica si deputarà. Quello dunque è Musico, il quale hà facultà secondo la speculatione, & la ragione conveniente alla Musica, di saper giudicare i modi, i rithmi, i generi d'i canti, le permistioni, & i versi de Poeti"[9].

Alcuni decenni dopo, il canonico aretino Orazio Tigrini, riprendendo il passo di cui sopra, aggiunge che il musico è colui che compone:

> "Et se bene il volgo ignorante non sapendo, che non è minor differenza tra 'l Musico, & il Cãtore, che tra 'l Podestà, & il Banditore, chiama Musici anco li Cantori, tra i quali alcuni si ritrovano tanto presuntuosi, & arroganti, che se bene non sanno à pena conoscere le Note, non sì vergognano publicamente per le Chiese fare il Maestro di Capella […] Non è però, che tra 'l Musico, & il Cantore non ci sia grandissima differenza; anzi tale, quale è tra la luce, & le tenebre: imperciò che il Cantore è quello, che nel canto essercita la voce sua secondo i precetti del Musico, & quelli viene à condurre con l'atto della voce, ouero del suono, & pronuncia le cantilene, che con ragione sono state fate, & composte prima dal Musico"[10].

---

[8] Cfr. JOHANNES TINCTORIS, *Diffinitorium terminorum musicalium*, *Capitulum III*, *Per C.*, in *SCRIPTORUM/ de/ MUSICA MEDII AEVI/ NOVAM SERIEM A GERBERTINA ALTERAM/ COLLEGIT NUNCQUE PRIMUM EDIDIT/E. DE COUSSEMAKER*, […] Parisiis, apud A. Durand, MDCCCLXIV, vol. IV, p. 179.

[9] *DVO DIALOGHI/DELLA MUSICA/DEL SIGNOR LVIGI DENTICE/GENTIL'HVOMO/ Napolitano*, […] Nouuamente posti in luce, in Roma, Appresso Lucrino, 1553, pp. 60-61.

[10] *IL/COMPENDIO/DELLA MVSICA/NEL QVALE BREVEMENTE SI TRATTA/ Dell'Arte del Contrappunto/ DIVISO IN QVATRO LIBRI/ DEL R. M. ORATIO TIGRINI / Canonico Aretino/* […] IN VENETIA, MDLXXXVIII, Appresso Ricciardo Amadino, Libro Terzo, p. 52. Per uno studio su Orazio Tigrini cfr. CLAUDIO SANTORI, *Cinque secoli di musica ad Arezzo*, Arezzo, edizioni Helicon, 2012, p. 57 sgg.

IL COMPENDIO
DELLA MVSICA
NEL QVALE BREVEMENTE SI TRATTA
DELL'ARTE DEL CONTRAPVNTO,
Diuiſo in Quattro Libri.
DEL R. M. ORATIO TIGRINI
CANONICO ARETINO.
Di nouo con diligentia corretto, & Riſtampato.
CON PRIVILEGGIO.
ARCHIVIO
COLLEGIO
IN VENETIA,
APPRESSO RICCIARDO AMADINO.
M D C II.

Benché il termine musico presenti un uso generico, tuttavia, già da quanto riportato, tra le categorie/professioni dell'epoca di Leonardo possiamo individuare: il cantore, lo strumentista[11], il compositore, il maestro di cappella, il teorico, il pedagogo, ai quali, per estensione, si possono aggiungere i costruttori di strumenti, ecc. Inoltre non mancano esempi di alcuni cantori e strumentisti che, godendo molta stima e ammirazione, sono denominati musici.

[11] Talvolta l'organista è elevato ad un rango superiore.

Pur non famosi, essi corrispondono a compositori e/o ricoprono ruoli importanti, come Jean Cordier di Tournai[12] o Antonio dal Cornetto[13].

Anche dopo la morte di Leonardo il termine musico sopravvive in qualità di sinonimo di compositore, come risulta dal frontespizio del *Lucidario in Musica* (1545), ove si specifica che è stato «Composto dall'eccellente, & consumato Musico Pietro Aron del Ordine del Crosachieri, & della citta di Firenze»[14]. Infatti l'autore, nel definirsi musico, rifacendosi all'*auctoritas* boeziana, stabilisce subito la differenza tra il suo ed altri approcci alla musica:

> "i cantori, et i citaredi, et altri simili non debbon esser chiamati musici, percio che dice che il musico è quegli, il quale con ragione, et intelligenza ha facoltà di comporre harmonia. Et il cantore, et semplice citharedo è quegli, che publica, et fa manifesta l'opera harmonica composta, et in luce prodotta dal musico, et compositore con ragione di dottrina, di maniera che esso cantore, et semplice citharedo sara in comperatione del musico come è il banditore rispetto al podesta, dal quale i comandamenti, et volontà di esso sono fatte note"[15].

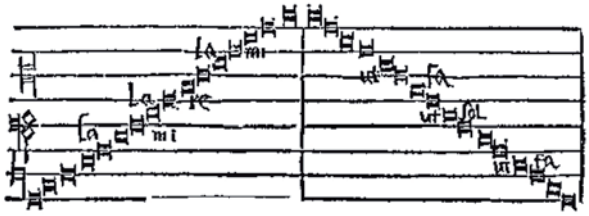
[12] Di seguito un passaggio da una lettera del 12 ottobre del 1474 a proposito del suo ingresso presso la corte di Milano: «Havemo conducto per cantore de la capella nostra lo venerabile messer Zohanne Cordier, prete tornacense, el quale havemo carissimo per essere musico». In realtà, trattasi di un cantore e compositore che intrattiene rapporti con grandi personalità come Jakob Obrecht. Cfr. EMILIO MOTTA, *Musici alla corte degli Sforza*, in «Archivio Storico Lombardo», vol. IV, anno XIV, Milano, 1887, pp. 533-534.

[13] Oltre che virtuoso polistrumentista (cornetto e liuto), probabilmente fu anche maestro di cappella (1545 - 1548) presso la corte di Ferrara e compositore (l'*Egle* del ferrarese Giambattista Giraldi). Per alcuni dettagli intorno alla composizione cfr. *STORIA/ DELLA/ LETTERATURA ITALIANA/ DEL CAVALIERE/ ABATE GIROLAMO TIRABOSCHI/ CONSIGLIERE DI S.A.S./ IL SIGNOR DUCA DI MODENA/* […] Seconda edizione modenese, Tomo VII, Dall'Anno MD. all'Anno MDC, *Parte terza,* In Modena, MDCCXCII, Presso la Società Tipografica, p. 1316.

[14] Cfr. l'immagine che reca il titolo del trattato di Aaron.

[15] *Lucidario in musica di alcune oppenioni antiche, et moderne con le loro Oppositioni, & Resolutioni, Con molti altri secreti appresso, & questioni da altrui anchora non dichiarati, Composto dall'eccellente, & consumato Musico Pietro Aron del Ordine de Crosachieri, & della citta di Firenze*, In Vinegia, appresso Girolamo Scotto, nel 1545, libro secondo, p. 1. Anche successivamente l'orientamento è quello di considerare il termine musico *versus* compositore come si evince dal *Musico Prattico* di Giovanni Maria Bononcini allorché tratta della dottrina contrappuntistica.

LVCIDARIO IN MVSICA DI AL-
CVNE OPPENIONI ANTICHE, ET MO-
derne con le loro Oppoſitioni, & Reſolutioni, Con
molti altri ſecreti appreſſo, & queſtioni da altrui
anchora non dichiarati, Compoſto dall'ec
cellente, & conſumato Muſico Pie-
tro Aron del Ordine de Cro
ſachieri, & della cit-
ta di Firenze.



In realtà, pur esistendo una netta differenza, è abbastanza diffuso anche il fenomeno di trovare concentrate più abilità in una persona. Tra i diversi esempi cito Franchino Gaffurio[16] cantore, maestro di cappella, compositore, teorico e docente, insieme a Pacioli, presso il Gymnasium e che intrattiene rapporti di amicizia con Leonardo. Inoltre l'eclettico Giovanni Cellini, oltre ad essere ingegnere ed occuparsi di musica in vario modo, è il primo a lavorare l'avorio, stando al racconto del figlio Benvenuto:

> "essendo Giovanni fattosi buon disegnatore, cominciò a dar opera alla Musica, et insieme con essa imparò a sonar molto bene di viola e di flauto: ed essendo persona molto studiosa, poco usciva di casa. […] Mio padre faceva in quei tempi organi con canne di legno maravigliosi, gravicembali i migliori e i più beli che allora si vedessero, viole, liuti, ed arpi bellissime et eccellentissime. Era ingegniere e faceva strumenti […] Lavorava miracolosamente d'avorio, e fu il primo che lavorasse bene in tal arte"[17].

Ritorniamo a Leonardo per cercare di comprendere il suo essere musico. Benvenuto Cellini lo nomina musico senza aggiungere ulteriori dettagli, mentre Paolo Giovio, scrivendo su di lui all'interno degli *Elogia virorum illustrium*, aggiunge: «ad lyram que scite caneret»[18]. Da questa testimonianza deduciamo che egli canta accompagnandosi con la lira, mentre l'Anonimo Gaddiano precisa che: «Fu nel parlare eloquentissimo et raro sonatore di lira, et fu maestro di quella d'Atalante Migliorotti»[19], particolare alquanto interessante poiché si evince che Leonardo insegna il cantare accompagnandosi con la lira al Migliorotti, tanto che quest'ultimo diviene molto apprezzato nelle varie corti[20].

---

16 Per un'ampia descrizione della sua biografia con particolare riferimento alla Cappella musicale del Duomo di Milano, cfr. *Storia di Milano*, Fondazione Treccani degli Alfieri per la storia di Milano, 1961, pp. 741-748.

17 *VITA/di/BENVENUTO CELLINI/ OREFICE E SCULTORE FIORENTINO/DA LUI MEDESIMO SCRITTA, / […] Ora per la prima volta ridotta a buona lezione ed accompagnata con note da Gio. Palamede Carpani*, Milano, Dalla Società Tipografica de' Classici Italiani, 1806, vol. I, p. 6 sgg.

18 Cfr. PAULI IOVII OPERA, VIII: *Elogia virorum illustrium*, a cura di R. Meregazzi, Roma, 1972, p. 229.

19 Cfr. CARL FREY, *Il codice Magliabechiano* Cl. XVII.17, Berlino, 1892, pp. 110-112.

20 Su alcuni cenni biografici cfr. *Archivio storico italiano fondato da G. P. Vieusseux e continuato a cura della R. Deputazione di Storia patria per le provincie della Toscana, dell'Umbria e delle Marche,* Serie terza, Tomo XVI, Anno 1872, In Firenze, presso G. P. Vieusseux, coi tipi di M. Cellini e C. alla Galileiana, 1872, p. 222.

Benché più articolata, la testimonianza di Vasari conferma le due precedenti, anche se con un tono più enfatico: «Dette alquanto d'opera alla musica, ma tosto si risolvé a imparare a sonare la lira, come quello che da la natura aveva spirito elevatissimo e pieno di leggiadria, onde sopra quella cantò divinamente allo improvviso»[21] continuando poi il racconto con altre notizie importanti:

> "Fu condotto a Milano con gran riputazione Lionardo a 'l Duca Francesco, il quale molto si dilettava del suono de la lira, perché sonasse: e Lionardo portò quello strumento, ch'egli aveva di sua mano fabricato d'argento gran parte, in forma d'un teschio di cavallo, cosa bizzarra e nuova, acciò che l'armonia fosse con maggior tuba e più sonora di voce. Laonde superò tutti i musici, che quivi erano concorsi a sonare; oltra ciò fu il migliore dicitore di rime a l'improvviso del tempo suo. Sentendo il duca i ragionamenti tanto mirabili di Lionardo, talmente s'innamorò de le sue virtù, che era cosa incredibile"[22].

Eleanor Fortescue-Brickdale, *Leonardo da Vinci alla corte di Ludovico il Moro* (1920)

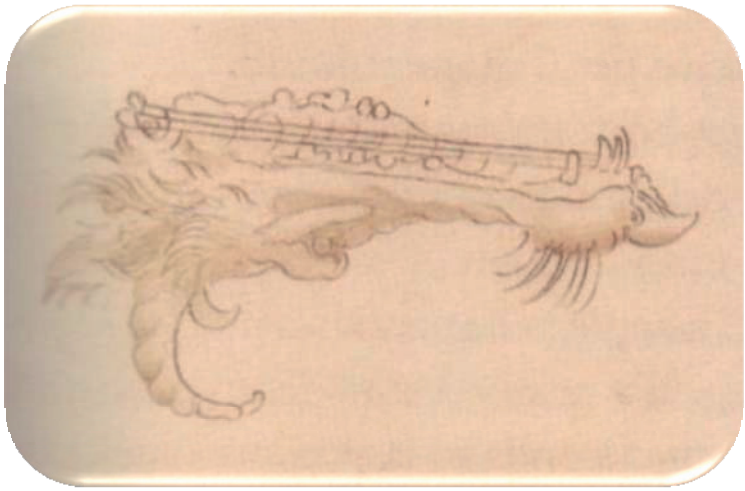
Nelle fonti cronologicamente successive l'Artista continua ad essere definito musico, specificandone la pregevole attitudine a suonare la lira da lui costruita[23], uno strumento dalla forma bizzarra a teschio di cavallo, elemento

[21] GIORGIO VASARI, *Le Vite de' più eccellenti architetti, pittori, et scultori italiani, da Cimabue insino a' tempi nostri. Nell'edizione per i tipi di Lorenzo Torrentino,* Firenze, 1550, a cura di Luciano Bellosi e Aldo Rossi, Torino, Einaudi, 1986, p. 549.

[22] *Idem*, p. 553.

[23] Il canonico Carlo Torre, nel *Ritratto di Milano* (1674) citando il *Cenacolo* aggiunge: «fu aggregato Leonardo alla famiglia del Moro, non già come pittore, ma come musico sonatore di

che ricorda gli studi preparatori del Maestro per il monumento equestre a Francesco Sforza[24].



Vale la pena ricordare che l'utilizzo di alcune parti di animali, nella costruzione di strumenti musicali, esiste fin dall'antichità; trovarli rappresentati anche in fonti iconografiche apre a letture che chiamano in causa la fantasia di alcuni artisti. Un esempio tra tutti è individuabile nell'*Allegoria della musica* (1500 ca.) di Filippino Lippi ove si rappresenta una lira con testa di cervo che potrebbe in certo qual modo ispirarsi o alludere allo strumento di Leonardo, come si può notare dal particolare qui di seguito[25].

lira». Cfr. *Del Cenacolo di Leonardo da Vinci, Libri Quattro, di Giuseppe Bossi, Pittore*, Milano, dalla Stamperia Reali, MDCCCX, p. 55.

[24] La sua fama nel rappresentare i cavalli continua anche dopo la morte. Lomazzo lo definisce addirittura «eccellente et è stato unico in plastificare, et pingere i cavalli, come si vede nella sua anatomia». Cfr. *Trattato dell'arte e della pittura di Gio. Paolo Lomazzo milanese pittore/ Diviso in sette libri/ Ne' quali si contiene tutta la Theorica, et la pratica d'essa pittura/ Con privilegio/ In Milano appresso Paolo Gottardo Pontio/ l'anno 1584/ Con licentia de' Superiori*, p. 71.

[25] EMANUEL WINTERNITZ, *Instruments de musique étranges chez Filippino Lippi, Piero di Cosimo et Lorenzo Costa*, in *Les fêtes de la Renaissance, Journées internationales d'études, Abbaye de Royaumont, 8-13 juillet 1955*, Paris, Centre National de la Recherche Scientifique, 1956, p. 391.

In sostanza, lo strumento corrisponde alla lira da braccio ma anche alla viola, da quanto si deduce dalla descrizione di Vasari a proposito de *La presentazione di Gesù al tempio* di Vittore Carpaccio: «Dietro alla Vergine, una delle quali ha due colombe, e da basso tre putti, che suonano un liuto, una storta e una lira, ovvero una viola»[26].

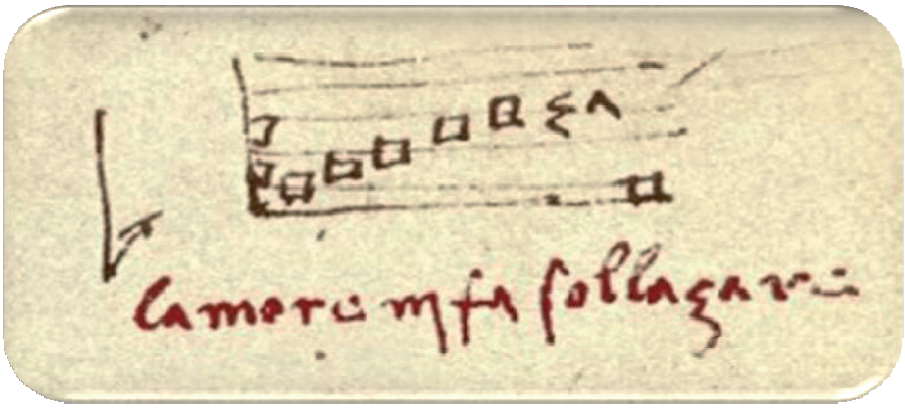
[26] G. VASARI, *Le Vite* cit., p. 506. Per studi intorno alla lira cfr. E. WINTERNITZ, *Leonardo da Vinci as a Musician*, New Haven and London, 1982; MARCO TIELLA, *Gli strumenti musicali disegnati da Leonardo*, in *Leonardo e gli spettacoli del suo tempo*, a cura di M. Mazzocchi Doglio *et alii*, Milano, 1983, pp. 87-100; MAURO CARPICECI, *Meccanismi musicali di Leonardo*, in «Raccolta vinciana», Fasc. 22, 1987, pp. 3-46; GIANLUCA D'AGOSTINO, *Nuove annotazioni su Leonardo e la musica*, in «Studi musicali», A. 30, n. 2, 2001, p. 284.

Il nome dello strumento che riecheggia in questo periodo è quello già in uso nella mitologia greca, passando per la tradizione latina, assai importante per l'intonazione di testi poetici recitati o cantati secondo la testimonianza di Vasari a proposito di Bramante: «Dilettavasi de la poesia, e volentieri udiva e diceva in proviso in su la lira, e componeva qualche sonetto, se non così delicato come si usa ora, grave almeno e senza difetti»[27].

[27] G. VASARI, *Le Vite* cit., p. 582.

A rendere più difficoltosa la denominazione dello strumento, il lemma *lira* indica anche altri strumenti, sia a pizzico che ad arco, come evidenziato da Lanfranco che lo fa coincidere con il liuto e con la *cethara*: «Il liuto, il quale (secondo il mio credere) è quella propria et tanto celebrata lyra o Cethara che si chiama […] è il più perfetto instrumento di tutti gli altri»[28].

In una fonte del Settecento lo strumento di Leonardo è descritto come «una specie d'Arpe a ventiquattro corde, sulla quale cantava dei versi improvvisi»[29]. Purtroppo, invece, non abbiamo - a tutt'oggi - opere musicali che attestino Leonardo come compositore, anche se, attraverso suoi esempi di scrittura in alcuni rebus[30] e la capacità di improvvisare, non si esclude che possa aver composto musiche.



A sostenere questa ipotesi soccorre la sua fattiva partecipazione alla fiorente spettacolarizzazione della musica in concerti e danze presso la corte milanese. *La Festa del Paradiso*, organizzata da Ludovico il Moro il 13 gennaio del 1490 per le nozze del nipote Gian Galeazzo e Isabella d'Aragona, costituisce un famoso e documentato esempio che vede direttamente coinvolto Leonardo, probabilmente anche come autore di musiche[31]. Ecco un passaggio ove si descrive cosa accade:

[28] *Scintille di Musica di Giovanni Maria Lanfranco* […], in Brescia per Lodovico Britannico, 1533, p. 140.
[29] *Raccolta d'elogi d'uomini illustri toscani compilati da vari letterati fiorentini,* Seconda edizione, Tomo III, Lucca, presso Benedini, 1770, p. XIII.
[30] Cfr. per esempio *la more mi fa sollazare*: dopo il disegno di un amo segue una successione ascendente di cinque suoni *re - mi - fa - sol - la* (za) ritornando per concludere alla nota *re*. Pensando alla teoria della solmisazione guidoniana, la successione ricorda l'esacordo *ut, re, mi, fa, sol, la* con l'omissione della prima nota *ut*.
[31] Cfr. EDMONDO SOLMI, *La Festa del Paradiso di Leonardo da Vinci e Bernardo Bellincione (13 gennaio 1490)*, in «Archivio Storico Lombardo», I, 1904, pp. 75-89.

> "Ed ecco che il vorticar della danza cede il passo al canto: e risuonano in castello quelle misteriose «paradisiache» melodie che forse lo stesso Leonardo aveva dettato. […] cade a terra ditto sarzo, e fu tanto sì grande hornamento et splendore che parse vedere nel principio uno naturale paradixo, et così ne lo audito, per li suavi soni et canti che v'erano dentro. Nel mezo del quale era Jove con altri pianeti a preso, segondo el loro grado. Cantato et sonato che se have un pezo, se fece pore scilentio ad cosa... Le tre gratie comenzorno a cantare in laude de la preditta Ill.ma M.a Isabella per rasone. Finito de cantare, cantò le sette virtù in laude pur de sua ex., et acompagnorno quella in camera inseme con le tre gratie. Et fu finito la festa..."[32].

Venendo ai giorni nostri, segnalo uno studio interessante che va in questa direzione. Infatti Giovanni Pala nel 2007 individua una musica nascosta all'interno dell'*Ultima cena*[33]. L'ipotesi, nel suo genere, rientra in quelle letture enigmatiche delle opere d'arte e per molti aspetti ne ricorda una simile su *La Natività* di Piero della Francesca[34]. A proposito di enigmi, in Leonardo tutto può essere ascrivibile alla sua particolare *forma mentis* pensando, ad esempio, anche al suo modo di scrivere a ritroso, ovvero da destra verso sinistra. A riferire di questa sua caratteristica, ancora una volta è Luca Pacioli nel suo trattato, insistendo sulla modalità di scrittura, notizia riferita anche da Vasari.

Interessante osservare che il mancinismo[35] di Leonardo, è risaputo, si manifesta nella realizzazione di alcuni disegni, ma il suo utilizzo non va escluso per la costruzione dello strumento musicale, in quanto egli probabilmente ha suonato la lira da mancino ottenendo, così, una maggiore potenza sonora. Nonostante le varie interpretazioni sul suo sinistrismo, ritengo plausibile concepirlo anche come espressione di un modo di pensare e di agire più ricercato e raffinato che permette una lettura 'diversa' delle cose, evitandone una riduttiva e tradizionale. Secondo tale principio, non trovo nulla in contrario se per l'illustrazione dell'*Ultima cena*, invece di descrivere i soggetti raffigurati a partire da sinistra, si opti per una lettura da destra o addirittura palindromica.

Per esempio, se, pensando al III movimento (*Adagio*) della *Musica per archi, percussioni e celesta* di Béla Bartók, strutturato secondo lo schema A-B-C-B-A ove C fa da cardine, sostituissimo con lettere i 4 gruppi degli apostoli, avremmo la medesima successione con al centro la figura di Cristo (C).

---

[32] Cfr. Cod. ital. n. 521 della Biblioteca Estense citato in *Idem*.

[33] GIOVANNI MARIA PALA, *La musica celata. Un mistero svelato dopo 500 anni*, Roma, Vertigo, 2007.

[34] Cfr. S. DELL'ATTI, «Contentar l'udito» cit., p. 358, n. 12.

[35] Probabilmente, da opinione abbastanza condivisa, si tratta di mancinismo rieducato all'uso della destra.

Ritornando all'esperienza fiorentina, dalla frequentazione della bottega del Verrocchio, Leonardo assorbe senz'altro molte cose, considerata la poliedricità del maestro fiorentino, definito

> "scultore, intagliatore, pittore e musico perfettissimo, e dalla natura d'ogni cosa sommamente dotato, et attese alle scienze, perché molto della geometria si dilettò nella sua giovinezza; et in quella, perché attendeva allo orefice, lavorò di argento due storie nelle teste dello altar di San Giovanni, delle quali, quando elle furono messe in opera, acquistò lode e nome grandissimo"[36].

Grazie alla possibilità di veder cesellare l'argento nella bottega, il giovane, probabilmente, può arrivare a costruire la lira in argento, producendo meraviglia nel Duca e nella corte di Milano.

In quella fucina di cultura nella città toscana egli ha la possibilità di effettuare una «investigazione delli componimenti di qualunque cosa» considerando che «in Firenze più che altrove venivano gli uomini perfetti in tutte le arti, e specialmente nella pittura».[37]

[36] G. VASARI, *Le Vite* cit., p. 454. Per un'ulteriore descrizione dell'ambiente fiorentino cfr. G. D'AGOSTINO, *Gli Alberti e la musica tra Tre e Quattrocento*, in *Atti del Convegno Internazionale, Nel 750^ anniversario della nascita di Dante Alighieri. Letteratura e Musica del Duecento e del Trecento, Certaldo Alto, 17-18-19 dicembre 2015*, a cura di Paola Benigni, Stefano Campagnolo, L. Rino Caputo, Stefania Cori, Agostino Ziino, Lavis (Tn), LegoDigit s.r.l., 2017, pp. 161-196.
[37] *Idem*, p. 533.

Verrocchio ha grande considerazione della musica e nello stesso tempo essa rappresenta un originale *fil rouge* tra le botteghe degli artisti e l'Accademia di Marsilio Ficino. Da non dimenticare che Uzielli allude ad una miniatura raffigurante il Nostro mentre tiene in mano una lira[38].

Non avendo notizie attendibili sul *curriculum* musicale, corre l'obbligo ricordare che Leonardo, pur decidendo di esercitare la professione di artista[39] e non di musicista, grazie all'educazione familiare risente di quella dottrina aristotelica presente nella precettistica umanistica (grammatica, ginnastica, musica e disegno)[40] e del mecenatismo imperante nelle corti, che troverà espressione autentica in quel modello impareggiabile de *Il Cortegiano* di Baldassarre Castiglione, ove nell'arte di chi deve stare a corte è presente anche la musica[41].

Da questo *humus* culturale e per la capacità di muoversi all'interno dei vari saperi Leonardo ha nella persona di Verrocchio, «musico perfettissimo», un mentore.

In altre parole, pur dichiarandosi «homo sanza lettere», egli sente di far parte dell'*intellighenzia* umanistica e non è un caso se una mente feconda come il poliedrico Leon Battista Alberti dichiari che l'artista deve avere una formazione pluridisciplinare che vada oltre l'essere artigiano.

Un'altra caratteristica dell'essere musico di Leonardo riguarda la conoscenza della dottrina musicale (*ars musica*) e la capacità di addentrarsi in problemi teorici, essendo abituato all'«investigazione delli componimenti di qualunque cosa». L'investigazione, però, oltre che derivare dalla *curiositas*, ha bisogno della *scientia*, poiché «quelli che s'innamorano della pratica senza la scienza sono come i nocchieri che entrano in naviglio senza timone o bussola, che mai hanno certezza dove si vadano»[42].

Il *Ritratto di musico* (1485 ca.), a lui attribuito, con il particolare del cartiglio, traghetta proprio verso la teorizzazione visiva della disciplina dei suoni.

---

38 GUSTAVO UZIELLI, *Ricerche intorno a Leonardo da Vinci*, serie V, Torino, Loescher, 1896, p. 586.

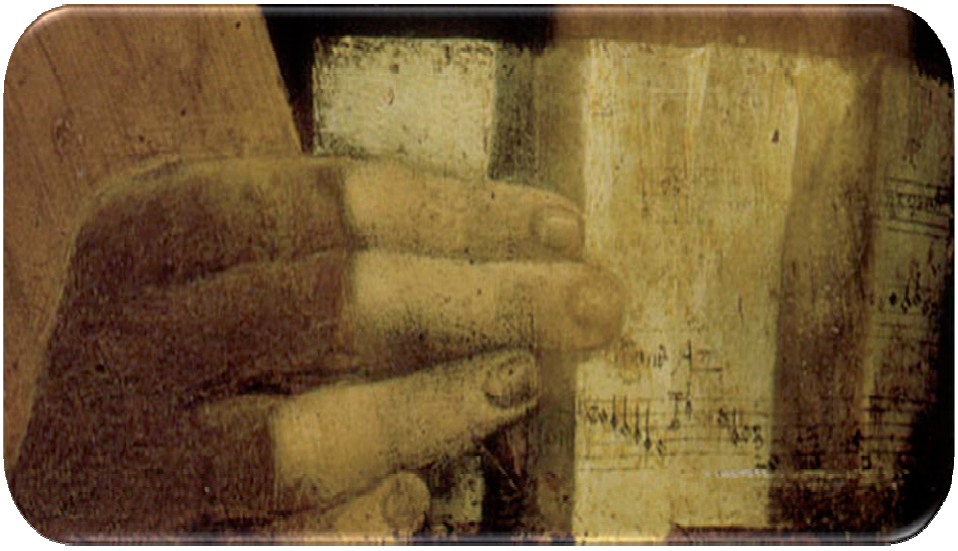
39 Cfr., per esempio, l'elogio che fa alla pittura definendola «arte e scienza suprema».

40 Cfr. il modello pedagogico di *Schola* umanistica creato da Vittorino da Feltre.

41 Per la musica a corte tra fine XV e XVI secolo, cfr. S. DELL'ATTI, «Contentar l'udito» cit., pp. 373-377.

42 *Trattato della pittura di Leonardo da Vinci, con prefazione di Marco Tabarrini*, […] Roma, Unione Cooperativa Editrice, 1890, parte seconda, 77, p. 45.

Tralasciando le diverse ipotesi sull'identità del personaggio[43], a cominciare da Franchino Gaffurio[44], per approdare ad Atalante Migliorotti o al compositore fiammingo Josquin Desprez, solo per citare i più famosi, è di gran lunga più importante quanto può vedersi nel cartiglio afferrato dalle tre dita della mano destra. Innanzitutto è facilmente individuabile un pentagramma con un sesto rigo in basso, una probabile traccia di un rigo di altro pentagramma non perfettamente cancellato. Purtroppo l'assenza di una chiave iniziale non consente l'esatta attribuzione del nome delle note che si succedono per grado congiunto discendente, all'interno di un esacordo, con le ultime due che saltano per intervallo di terza ascendente. È visibile, invece, il segno mensurale (semicerchio con barra che lo attraversa) con riferimenti al *tempus* e a rapporti matematici molto precisi, oltre alle note con i rispettivi valori ritmici (*semibrevis-semiminima*), il tutto afferente alla notazione mensurale bianca (fiorente fra metà XV e fine XVI sec.).



43 Per le varie ipotesi sull'attribuzione del soggetto si segnalano i recenti contributi di DAVIDE DAOLMI, *Iconografia gaffuriana. Con un'appendice sui due testamenti di Gaffurio*, in *Ritratto di Gaffurio*, a c. di D. Daolmi, Lucca, LIM, 2017, pp.152-158 e altresì MARCO BIZZARINI, *Gli enigmi del Musico di Leonardo e dei cantori oltremontani alla corte sforzesca*, in *Cultura oltremontana in Lombardia al tempo degli Sforza (1450-1535)*, a cura di Frédéric Elsig e Claudia Gaggetta, Roma, Viella, 2014, pp. 261-279.

44 Intorno ai rapporti tra Leonardo e Gaffurio non manca chi afferma - pur senza riportarne le fonti - una collaborazione: «Fu impresso in Milano nel 1496 il libro di musica di Franchino Gaforio con una tavola assai ben disegnata, che opera di LIONARDO amantissimo di musica, come s'è detto, o di qualche suo scolare, può riputarsi». Cfr. *Memorie storiche su la vita, gli studi e le opere di Lionardo da Vinci scritte da Carlo Amoretti*, […] Milano, Dalla Tipografia di Giusti, Ferrario, e C[ia], Editori de' Classici Italiani, 1804, p. 30.

Benché enigmatica, trattasi di un bell'esempio di scrittura musicale che lascia arguire la conoscenza del complesso meccanismo teorico da parte del Nostro, rimandando anche a Gaffurio in quanto non mancano notizie sull'amicizia tra i due. Alcuni studiosi, rifacendosi a Gerolamo Adda, ritengono che Leonardo possa essere addirittura l'autore delle illustrazioni del *Practica musice* avendo altresì la possibilità di attingere ai volumi della biblioteca gaffuriana.

Altro esempio di ritratto di musico con caratteristiche simili si trova in un dipinto di Filippo Mazzola, ove nel cartiglio è visibile un pentagramma con un probabile *incipit* «Ha quante cose qui tacendo passo».

Allo stesso modo, non deve stupire se da Vinci possieda volumi di argomento scientifico con riferimenti musicali come la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* e il *De divina proportione* dell'amico Pacioli e, con tutta probabilità, trattati come il *Micrologus* di Guido Monaco [45].

Inoltre, la presenza, nel suo *entourage*, di personaggi come il frate del Borgo e del musicista lodigiano, può permettergli di inserirsi attivamente nella

[45] Cfr. GEROLAMO D'ADDA, *Leonardo da Vinci e la sua libreria. Note di un bibliofilo*, Milano, Tip. G. Bernardoni, 1873.

disquisizione su argomenti dottrinali[46] e nella dialettica fra le varie arti quadriviali. Infatti, proprio riguardo a queste ultime si segnala una sua presa di posizione che crea ancora dibattiti fra molti studiosi. In particolare, nel *Paragone* (parte del *Trattato della Pittura* messo insieme dopo la sua morte dall'allievo Francesco Melzi)[47] la *curiositas* di Leonardo si addentra nel definire la Musica sorella della Pittura, cercando di elevare tra le arti del Quadrivio la Pittura, poiché si trova confinata tra quelle meccaniche, tanto che il *leitmotiv* ricorrente è la priorità dell'occhio rispetto all'orecchio. Nel Trattato 29 («Come la musica si de' chiamare sorella et minore della pittura») Leonardo chiarisce il "signoreggiare" della pittura rispetto alla musica per il fatto che questa, purtroppo, muore nel nascere definendola «figurazione delle cose invisibili».

In questa correlazione tra discipline, Leonardo trova un grande sostenitore in Pacioli in quanto nel *De divina proportione*, riferendosi alla musica e alla prospettiva, difende una causa simile[48]. Il tema sollevato da Leonardo è talmente interessante e intrigante che ha prodotto esiti decisamente innovativi, scaturiti dall'ampia ricerca del musicologo austriaco Winternitz[49].

Infatti, il morire della musica nello stesso momento in cui nasce rievoca il *Pànta rèi* di eraclitiana memoria e in quanto a Leonardo, probabilmente, sembra attirare più ciò che accade alle singole molecole anziché il fluire continuo dell'acqua. A lui interessa l'*hic et nunc* per individuare i principi universali del pensiero da cui ripartire per sperimentare e ricreare, convinto che la vera percezione della bellezza possa superare i canoni estetici.

In sostanza, Leonardo riesce a coniugare una logica di sviluppo tra tutte le discipline investendo, in ogni sua attività, nella direzione dei saperi universali. Ciò spiega perché, in qualsiasi indagine di ogni sua opera, *tout court* sia possibile trovare nessi significativi anche con la musica, come ad esempio nel Cristo racchiuso nel rettangolo aureo dell'*Ultima Cena*, realizzato con le proporzioni divine, o ne *L'Uomo*, riferendosi all'ombelico. Accade la stessa cosa anche in musica, non solo in quella del passato, ma sovente in partiture del Novecento come quelle dell'ungherese Béla Bartók[50].

[46] Sul ruolo di Gaffurio all'interno del Ducato di Milano e della dialettica fra le varie arti, cfr. S. DELL'ATTI, «Contentar l'udito» cit., pp. 362-371.
[47] L'opera è conservata presso la Biblioteca Vaticana come *Codex Urbinas 1270*.
[48] Per la questione cfr. S. DELL'ATTI, «Contentar l'udito» cit., p. 365 sgg.
[49] E. WINTERNITZ, *La musica nel «Paragone» di Leonardo da Vinci*, Firenze, Leo S. Olschki, 1972.
[50] Si veda il già citato III movimento della *Musica per archi, percussioni e celesta* del 1937.

INTORNO ALLA MUSICA INSTRUMENTALIS

Leonardo orienta i suoi interessi anche verso gli strumenti musicali indagando intorno ai vari aspetti del suono senza escludere quelli della natura, quasi anticipando alcune idee del *Soundscape* del compositore e ambientalista canadese contemporaneo Raymond Murray Schafer. In quest'operazione egli si muove in piena coerenza con il suo pensiero artistico che lo vede contrario all'uniformità di idee: «grandissimo difetto è del pittore ritrarre, ovvero replicare i medesimi moti, e le medesime pieghe di panni in una medesima istoria, e far somigliar tutte le teste l'una con l'altra»[51].

In tale contesto non deve stupire quanto tra musica e pittura possano essere applicati gli stessi principi, tanto da ritrovarli anche in anni successivi a Leonardo, e non è un caso se nel *Trattato della Pittura* il capitolo "Paragone" è dedicato proprio al raffronto tra alcune discipline, compresa la musica, chiamata da Leonardo sorella della pittura.

Giovanni Paolo Lomazzo, nel dimostrare «Come il corpo si muta per le passioni dell'animo», dopo aver rappresentato tutta una serie di passioni ed affetti per ciò che viene dipinto, descrive le relative conseguenze:

> "veniamo á causare quella tanta varietà, che cosi diletta, et piace allettando, et trahendo à se con dolce forza gli animi nostri, non altrimenti di quello che si faccia una soave armonia, et un dolce concento di musico, ò suonator eccellente, in tirare a se gli animi di chi gl'ascolta"[52].

Parlando dell'effetto eco, Leonardo invece mette in relazione la percezione uditiva con quella visiva:

> "La voce d'eco dico essere refressa dalla percussione all'orecchio, come all'occhio le percussioni fatte nelli specchi dalle spezie delli obbietti; e sì come la similitudin è cadente dalla cosa allo specchio all'o[c]chio infra equali angoli, così infra equali angoli caderà, e risalterà la voce nella concavità dalla prima percussione all'orecchio"[53].

---

[51] *Trattato della Pittura di Lionardo da Vinci ridotto alla sua vera lezione sopra una copia a penna di mano di Stefano Della bella* […], Firenze, presso Giovacchino Pagani e Iacopo Grazioli, MDCCXCII, XLIV, p. 7.

[52] G. P. LOMAZZO, *Trattato dell'arte della pittura, scoltura, et architettura di Gio. Paolo Lomazzo milanese pittore, Diviso in sette libri,* In Milano, per Paolo Gottardo Pontio, stampatore Regio, MDLXXXV*,* Libro secondo, p. 115.

[53] E. SOLMI, *Il Trattato di Leonardo da Vinci sul linguaggio* "De vocie", in «Archivio Storico Lombardo», Serie Quarta, vol. VI, anno XXXIII, Milano, 1906, p. 75.

mentre cerca di riportare la sua dottrina musicale in quella del disegno: «Io do i gradi delle cose opposte all'occhio, come il musico delle voci opposte all'orecchio»[54].

Un'altra caratteristica rintracciabile in Leonardo è il legame tra tradizione e innovazione, che nella sua *inventio* diventa ancora più significativo proiettandosi verso una maggior libertà creativa, tanto da renderlo un autentico demiurgo. Il rapporto con l'arte della costruzione degli strumenti risale già alla sua esperienza all'interno della bottega del Verrocchio, ove, tra gli allievi versatili, è presente l'abate della Gatta di San Clemente di Arezzo (Pietro Dei), ricordato così da Vasari: «era musico perfetto e faceva gli organi di piombo man sua. Et in San Domenico si vede ancora uno de' cartoni di sua mano, che mantenuto dolce sempre s'è mantenuto»[55].

A ciò aggiungo la ricchezza, la varietà e l'attendibilità degli strumenti musicali rappresentati nella sua *Assunzione della Madonna con san Benedetto e santa Scolastica* che, dal punto di vista iconografico-musicale, si avvicina ad un'importante opera di Sandro Botticelli, altro artista uscito dalla fucina del Verrocchio[56].

Bartolomeo della Gatta, *Assunzione della Madonna con san Benedetto e santa Scolastica*

Sandro Botticelli, *Incoronazione della Vergine e santi*

[54] *Idem*, p. 81.
[55] G. VASARI, *Le Vite* cit., p. 463.
[56] Cfr. S. DELL'ATTI, *Un coro d'angeli nell'* Incoronazione della Vergine e santi *di Sandro Botticelli,* in «Memorie Valdarnesi», anno 183° (2017), Serie IX, Fascicolo VII, pp. 251-262.

Un personaggio dal quale Leonardo poteva ricevere consigli utili e/o confrontarsi per i suoi progetti organologici era Lorenzo Gusnasco, attivo presso le corti di Milano, Mantova e Ferrara. Beatrice, sorella del Moro, gli commissionò un «bellissimo et perfettissimo clavicordo» e successivamente una viola[57]. In sostanza il musico-scienziato, nella sua progettazione di strumenti musicali, fornisce alcuni esempi ascrivibili al modello boeziano[58], adoperando nomi singolari ed introducendo novità che anticipano principi organologici. Se da alcuni strumenti è possibile ottenere suoni continui, altri - afferma - sono concepiti per farli "cantare", schierandosi dalla parte di chi propugna il valore del canto nel suonare, come riportato successivamente da Vincenzo Galilei, padre di Galileo, e ricordando che Olimpo fu il primo a cantare negli strumenti a fiato e Archiloco in quegli a corda[59].

A mo' d'esempio cito la *Piva continua*[60] e l'*Organo continuo*: entrambi azionati da due mantici alternati che anticipano strumenti come la fisarmonica, per il secondo tipo ricordo i *flauti glissati*. Né si può sottacere quanto i suoi studi sulla voce, anche dal punto di vista anatomico, abbiano influito per la realizzazione degli strumenti a fiato. A proposito di mantici, per esempio, ecco ciò che traspare dalle sue indagini intorno alla trachea: «Vedi e definisci bene l'offizio della trachea, e in che modo si disponga alla creazione della voce acuta, mediocre e grave, e quali son li muscoli, che a tale offizio s'adoprano»[61].

La caratteristica principale presente nei due modelli di flauti è quella di poter passare, in modo costante e progressivo, da un suono grave all'acuto e viceversa. Il lemma, dal francese *glisser*, con il rimando al significato di slittare e scivolare, chiarisce che avviene un passaggio rapido o meno tra le note coinvolte. Trattasi di un 'effetto' denominato "portamento" che deriva dalla voce umana. Se negli strumenti ad arco si ottiene strisciando il dito sulla corda, in quegli a fiato, della famiglia degli ottoni, come il trombone, avviene attraverso l'uso della *coulisse,* mentre nei legni, come il clarinetto, è così naturale tanto da essere impiegato all'inizio della *Rhapsody in Blue* di Gershwin, nella musica jazz, ecc.

---

57 Cfr. FRANCESCO MALAGUZZI VALERI, *La corte di Lodovico il Moro. La vita privata e l'arte a Milano nella seconda metà del Quattrocento*, Hoepli, Milano, 1913, p. 542.

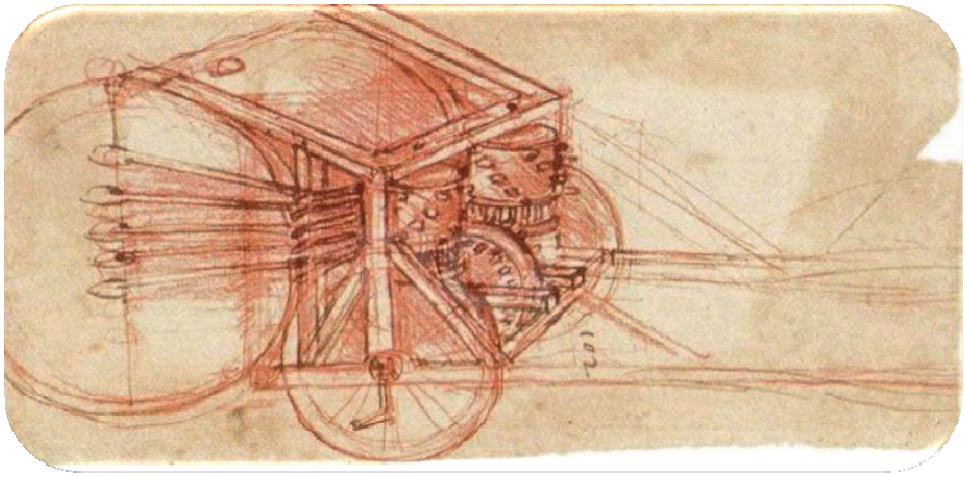
58 Per una trattazione dell'argomento cfr. S. DELL'ATTI, Theatrum Instrumentorum, *Voci organologiche a confronto*, in *Suoni per Lemmi. Su dizionari e lessici d'argomento musicale, Atti dell'omonima giornata di studio: Bologna, R. Accademia Filarmonica, 7 ottobre 2017*, a cura di Piero Mioli, Bologna, Pàtron Editore, 2019, pp. 133-155.

59 Cfr. *Dialogo Di Vincentio Galilei Nobile Fiorentino Della Musica Antica, Et Della Moderna*, In Fiorenza, MDLXXXI, Appresso Giorgio Marescotti, p. 103.

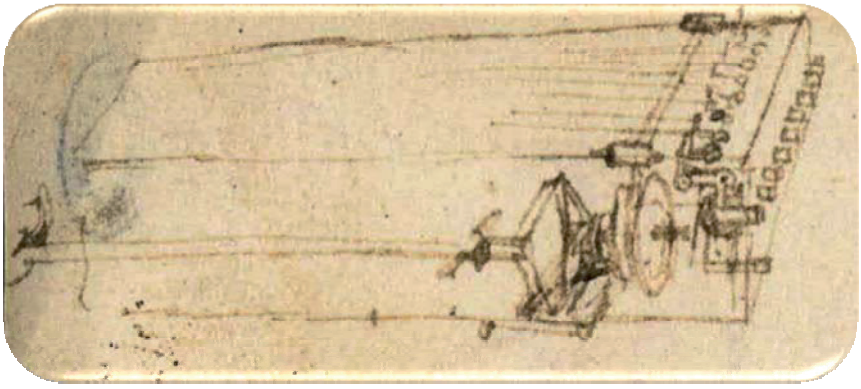
60 Strumento musicale campestre a fiato simile alla cornamusa. Per ulteriori dettagli cfr. *Vocabolario Universale della lingua italiana nuovamente compilato da Francesco Trinchera*, Milano, 1873, p. 421.

61 E. SOLMI, *Il Trattato* cit., p. 84.

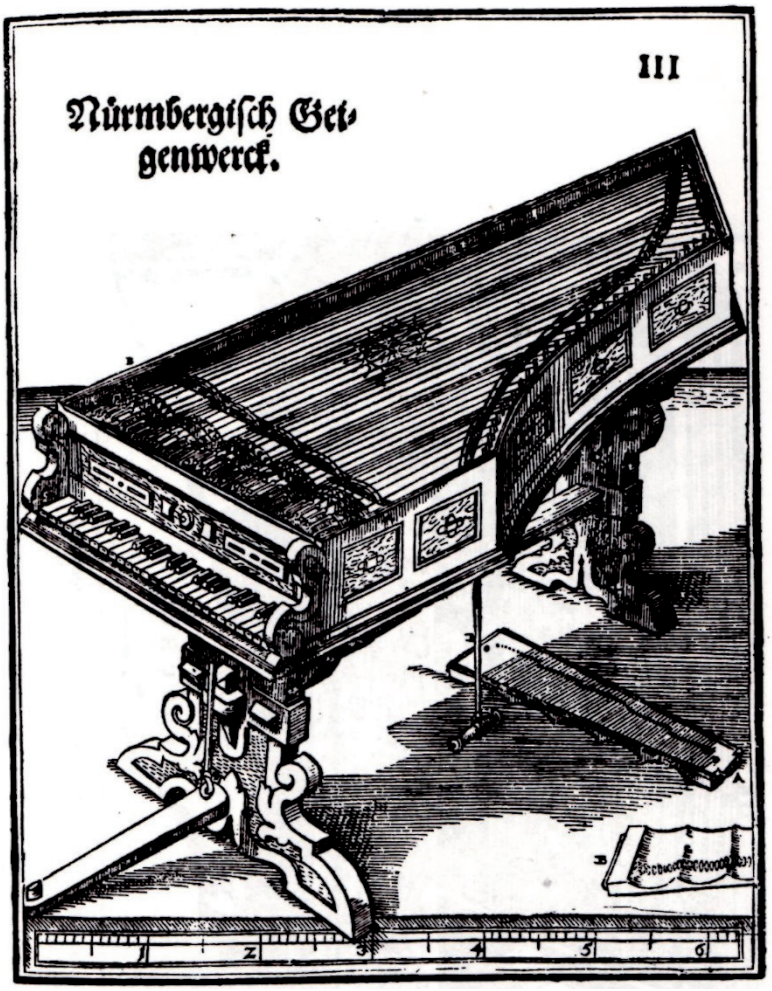
In sostanza parliamo di un effetto dalle modalità esecutive diverse, applicabile nella maggior parte delle famiglie degli strumenti, molto usato nella musica contemporanea, pur presente già nel XVIII sec. Cito, *en passant*, anche strumenti come i *tamburi* militari, azionati da leve e trainati dagli animali, il *tamburo meccanico*, la *viola organista* e la *clavi-viola*. Se in alcuni si osserva la tendenza di automatizzare lo strumento, in altri, da eccellente artista, Leonardo 'impasta' i suoni.



Il caso più eclatante è quello della *viola organista* ove, ad uno strumento provvisto di tastiera (simile a quella del clavicembalo e/o dell'organo) e pedali, si aggiunge il suono della viola[62].



[62] Già la radice *Geigen* rimanda ad uno strumento munito di tre corde e senza tasti (violetta). Cfr. MARTIN AGRICOLA, *Musica instrumentalis deudsch*, 1529.

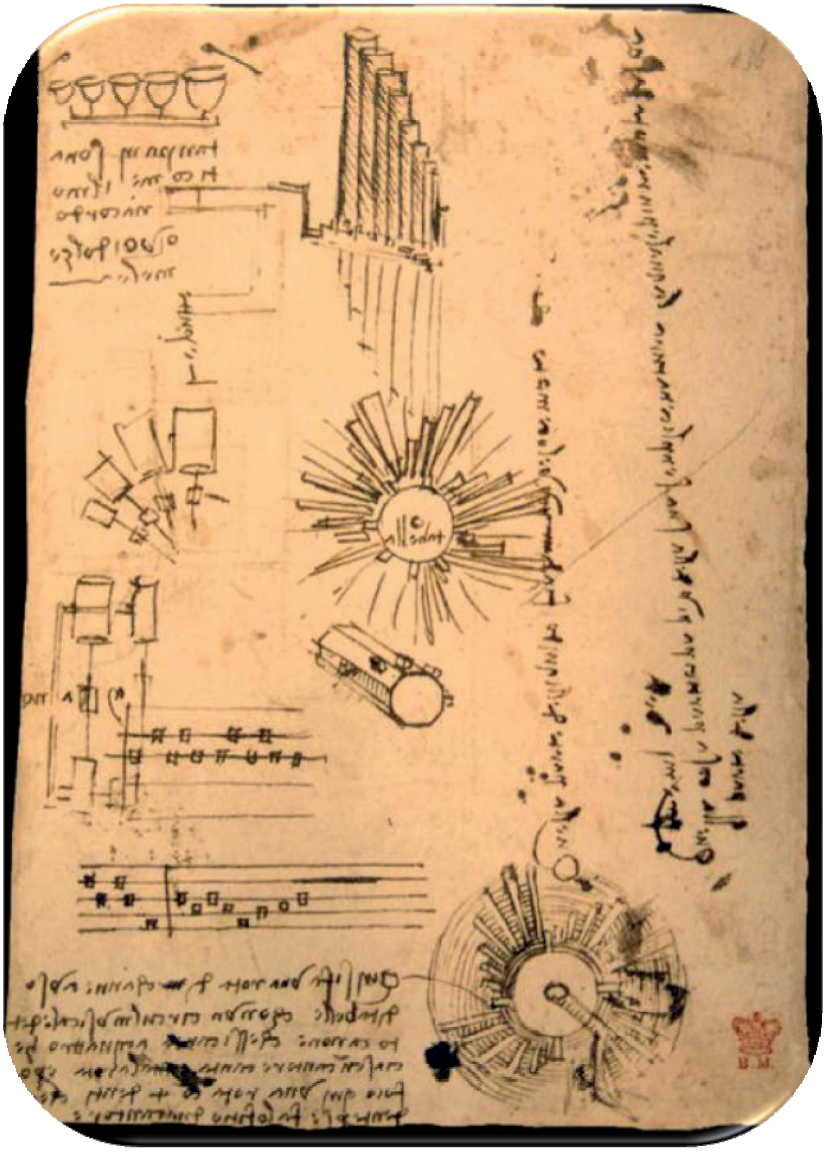


Tale strumento in realtà va considerato precursore del *Geigenwerk* costruito da Hans Heyden a Norimberga nel 1575, uno strumento ben visibile, come da immagine, nel *Syntagma Musicum* di Michael Praetorius (1618) dal quale ne seguiranno altri con caratteristiche simili[63].

[63] Il progetto di Leonardo, nella versione di Heiden, era abbastanza conosciuto anche nell'Ottocento, tanto da trovarlo descritto nella «Gazzetta Musicale di Milano», Anno XXXVIII, n. 37. A proposito del suono prolungato del pianoforte: «Il più antico […] è dovuto a Giovanni Heyden, il quale nel 1610 costrusse un *clavicembalo – violino (geigen - clavicembal)* in cui la continuità del suono era ottenuta col mezzo di piccoli archi, posti in movimento da una ruota e sfreganti le corde». Cfr. JOAQUIN SAURA, *La* "viola organista" *posterior Leonardo*, https://joaquinsaura.files.wordpress.com/2016/01/geigenwerk.pdf.

L'immagine successiva offre una versione attribuita a Raymundo Trucado datata 1625[64], ove, insieme a quella di Praetorius, oltre alla forma simile si nota la tastiera che collega le corde con il relativo meccanismo. Per le loro caratteristiche coesistono diversi strumenti, come l'*organistrum*/*symphonia*, che presentano lo sfregamento delle corde con le ruote e, considerando il suono continuo, anche l'organo. Il risultato fonico è quello della fusione del colore perché i singoli timbri messi insieme producono qualcosa simile ad un *consort* di viole che si somma a quello dell'organo con tutte le varianti espressive che si possono immaginare[65].

[64] Lo strumento si trova presso il *Musée des instruments de musique* di Bruxelles.
[65] Per un'ulteriore descrizione degli strumenti cfr. M. CARPICECI, *Meccanismi musicali* cit.



Un altro strumento interessante da citare è il *can(no)ne musicale*, il quale, per le sue caratteristiche, chiama in causa il principio di imitazione nella musica polifonica, con tutte le implicazioni possibili, compresi anche i canoni enigmatici del periodo. Ecco la descrizione di Leonardo: «Qui io faccio una ruota fatta di canne ad uso di tabbelle con un motivo musicale chiamato

canone [...] e però io faccio una ruota con 4 denti, in maniera tale che ciascun dente fa l'uffizio di un cantore»[66].

Ma lo sperimentare e ricreare di Leonardo, musico-scienziato, passa anche attraverso la teorizzazione della disciplina dei suoni e della progettazione di nuovi strumenti ove interagiscono concetti che richiamano varie discipline, come la matematica, la fisica, l'ingegneria, l'estetica, l'acustica e, soprattutto, nuove concezioni del produrre i suoni, riprese in epoche successive da costruttori e da compositori.

[66] Codice Arundel, *f.* 136*r*.

JOHN BUTCHER

Gli scritti letterari di Leonardo da Vinci

Prima di trattare degli scritti letterari di Leonardo[1], può risultare utile interrogarsi brevemente sulle letture che hanno fatto da stimolo immediato o indiretto. Dall'ambiente fiorentino dove il giovane artista si formava nella bottega del Verrocchio, tra anni Sessanta e Settanta, e poi dalla Milano di Ludovico il Moro, gli spunti che arrivavano dovevano essere molteplici e variformi. Anche a fermare lo sguardo tra le mura di quella letterariamente vivacissima Firenze - sospesa tra classicismo volgare, umanesimo maturo e poema cavalleresco - nella quale Leonardo gettava le basi della sua straordinaria cultura, si incontrano subito le poesie petrarchesche e *La Nencia da Barberino* di Lorenzo de' Medici; il *Morgante* di Luigi Pulci; il *Driadeo d'amore* del fratello maggiore di Luigi, Luca; il poema cavalleresco *Ciriffo Calvaneo*, incominciato da Luca e proseguito da Luigi; *El libro dell'Amore* di Marsilio Ficino; le *Disputationes camaldulenses* di Cristoforo Landino; le elegie latine e le *Stanze per la giostra* del Poliziano; i *Motti e facezie del Piovano Arlotto*; e ancora, sotto il patrocinio di Lorenzo il Magnifico (presenza dominante della Firenze anni Settanta), la compilazione della *Raccolta aragonese* destinata a Federico d'Aragona. Una simile fioritura culturale, specie nelle sue ramificazioni comiche e grottesche in lingua volgare, doveva lasciare segni riconoscibili nella scrittura leonardesca, fino a condizionarne moderatamente l'evoluzione successiva.

Per informazioni più circostanziate sulle letture di Leonardo è sufficiente consultare i codici, a partire dai riferimenti diretti e dalle citazioni. Non sarà senza significato che vi si nomini l'*Etica Nicomachea* aristotelica (SL, p. 74); al contempo affiorano versi di Dante e Petrarca (SL, pp. 223-24) e un'ottava tratta dal cantare cavalleresco *Reina d'Oriente* di Antonio Pucci (SL, p. 193). Altrettanto importanti sono i due elenchi di libri posseduti dall'autore, presenti nel codice Atlantico e nel secondo codice madrileno (SL, pp. 241-43). Restringendo l'ottica ai letterati italiani del Tre-Quattrocento, vanno inventariati il già ricordato *Morgante* di Luigi Pulci; il *De honesta voluptate et valetudine*, libro di gastronomia di Bartolomeo Sacchi detto il Platina; le lettere dell'umanista Francesco Filelfo, anch'egli significativamente attivo tra Firenze e Milano; le *Facetiae* di Poggio Bracciolini; Cecco d'Ascoli (sicuramente il poema in sesta rima *Acerba*); sonetti di Burchiello; il *Driadeo* di Luca Pulci; e Petrarca. Poi, spostando l'attenzione sul codice madrileno: un libro di Giorgio Valla (presumibilmente l'enciclopedia in 49 libri *De expetendis et fugiendis rebus*); l'*Aquila*

[1] Il testo di riferimento è Leonardo da Vinci, *Scritti letterari*, a cura di Augusto Marinoni, BUR Rizzoli, Milano, 2009[7] (da ora in avanti abbreviato in SL).

volante, erroneamente attribuita a Leonardo Bruni; il poema allegorico dantesco-petrarchesco *Il Quadriregio* del folignate Federico Frezzi; il dialogo *Della vita civile* di Matteo Palmieri; *El libro chiamato Geta e Birria*, in ottave; i *Rudimenta grammatices* di Niccolò Perotti; un'opera di San Bernardino da Siena; il *Ciriffo Calvaneo* pulciano; il *Novellino* di Masuccio Salernitano; il poema francoveneto *Attila* dell'emiliano Niccolò da Casola; il *Guerin Meschino* del cantore di piazza Andrea da Barberino; sonetti di Gasparo Visconti; le *Elegantiae* di Lorenzo Valla e, infine, l'*Opera bellissima de l'arte militare* di Antonio Cornazzano. Com'è evidente, tra le costanti della sezione letteraria della biblioteca vinciana figurano gli interessi verso la letteratura toscana e la scrittura cavalleresca; non mancano i libri più impegnativi quali le *Elegantiae* valliane, ma l'insieme lascia intendere i gusti di un lettore medio, senza particolari aspirazioni a percorsi eruditi o umanistici.

Sulla presunzione che Leonardo abbia consultato tutte le opere appartenenti alla sua biblioteca privata - o almeno quelle in volgare, dato che quelle in latino sarebbero rimaste ostiche alla sua scarsa preparazione in tale lingua - e che ne abbia letto o sentito leggere, tra bottega e corte, molte altre, anche per il tramite di prestiti tra amici (basta l'esempio della *Commedia* dantesca, non presente nei due inventari eppure sicuramente ben nota, come rivelano le trascrizioni di versi nei codici), è legittimo sostenere che lo scrittore disponesse di una solida istruzione relativamente ai principali poeti e prosatori della letteratura italiana, tra cui Dante, Petrarca, Burchiello e Pulci per la poesia e, nell'ambito della prosa - unici frequentati da Leonardo in veste di autori letterari - almeno Matteo Palmieri e Masuccio.

Com'è noto, Leonardo non portò mai a termine un libro, ancor meno un'opera letteraria di dimensioni ampie: il *Trattato di pittura* infatti risulta essere una rielaborazione di Francesco Melzi in base agli appunti realizzati dal maestro. Sul motivo di tale incompiutezza la critica investiga ormai da tempo: forse esso sarebbe da individuarsi nella stessa vastità degli interessi scientifici e culturali e nell'incapacità di fermarsi su un'unica sfera per l'urgenza irresistibile di ritornare su argomenti già parzialmente indagati oppure di aprire nuove piste di ricerca. In tal senso Leonardo appare vittima del suo stesso genio, troppo eclettico ed esuberante per giungere a un trattato scientifico o a un libro organico di scrittura letteraria.

Degli scritti autentici leonardeschi di cui si dispone, tutto si lascia ricondurre agli autografi, migliaia di carte stese pressoché tutte a partire dai quarant'anni circa dell'autore (Marinoni in SL, pp. 239-40). Le effettive difficoltà paleografiche nel decifrare la grafia concorrevano per far sì che il contenuto testuale dei codici iniziasse ad essere conosciuto appieno soltanto

nell'Ottocento; di conseguenza l'esistenza di un Leonardo letterato è da ritenersi una scoperta dell'età contemporanea. È importante evidenziare subito il carattere peculiare degli scritti letterari: si tratta di frammenti che di rado oltrepassano una pagina (Marinoni in SL, p. 55), sovente mere annotazioni sulle quali l'autore doveva essere intenzionato a ritornare in un secondo tempo. Di continuo sorge il dubbio, anche nel caso dei brani più estesi, se quanto si legge andrebbe considerato un abbozzo oppure un testo definitivo pronto alla divulgazione.

A stampa si hanno varie edizioni degli scritti letterari leonardeschi. Per le finalità del presente intervento si è fatto ricorso all'edizione degli *Scritti letterari* a cura di Augusto Marinoni, uscita per la prima volta nel 1952 e poi ampliata con i manoscritti di Madrid nel 1974. Intenzione del curatore era quella di mettere insieme quanto non aveva uno stretto legame con gli studi scientifici oppure con le arti figurative (Marinoni in SL, p. 48), il che va a spiegare perché molto che compare nel volume in oggetto esula dalla categoria della letteratura italiana, anche intesa nel senso più largo dell'espressione.

Le prime osservazioni in riferimento al corpus letterario dovrebbero interessare le preferenze linguistiche. In un'età in cui il latino godeva di enorme prestigio, non solo nella teologia, nella filosofia e nella giurisprudenza, ma anche in opere di carattere letterario - basti citare i contemporanei toscani Landino, Ficino e Poliziano - Leonardo non padroneggiava la lingua della Roma antica: questo infatti è il significato della celebre autodefinizione *omo sanza lettere* (SL, p. 148). Non che mancasse la volontà. Lo testimonia l'inventario della biblioteca privata attraverso i già nominati *Rudimenta grammatices* di Perotti oltreché Donato e "Donadello" (quindi sia l'*Ars maior* che la *minor*) e il *Dottrinale* di Alessandro di Villedieu, gli strumenti, questi ultimi, con i quali i *tirones* si accostavano al latino durante il Medioevo. E lo testimonia ancora il codice H con le sue coniugazioni di verbi latini. Eppure altra era stata la via formativa su cui aveva camminato Leonardo: nella bottega del Verrocchio certo non si coniugavano verbi antichi né si assisteva a lezioni di grammatica, dialettica e retorica tenute da un umanista dall'alto di una cattedra: la creatività si misurava non tanto con le arti liberali quanto con quelle manuali. Pertanto la produzione scritta leonardesca si articola esclusivamente nel volgare, mantenendosi in tal senso lontana dal linguaggio dell'Umanesimo più rigoroso.

Uomo pratico che credeva più nel valore dell'esperienza che nel peso della tradizione, Leonardo non esitava a esprimersi nel nativo toscano. Con orgoglio dichiarava: "I' ho tanti v[o]cavoli nella mia lingua materna, ch'i' m'ho piuttosto da doler del bene intendere le cose, che del mancamento delle parole,

colle quali io possa bene esprimere il concetto della mente mia" (SL, p. 150). Non andava a scavare nel repertorio del toscano trecentesco, come avrebbero fatto gli "stranieri" classicisti Bembo e Ariosto, bensì si esercitava nella lingua contemporanea udita tra i campi di Vinci e i vicoli di Firenze.

Concentrava ogni suo sforzo nella contemplazione del mondo di qua; il mondo di là, invece, la sfera metafisica, egli lasciava ad altri, in quanto incompatibile con le tecniche dell'osservazione scientifica (SL, p. 158). Nella sua opera non si trovano interventi di teologia, a differenza di un Isaac Newton, per esempio. Nel rilievo dato all'etica si coglie un elemento tendenzialmente medievale il quale sembra dilatarsi nella scelta dei generi letterari: favole, indovinelli e facezie. Rivelatrice in tal senso appare la presenza di un bestiario consistente in quasi cento voci. Per chi ripercorre le esperienze dei più talentuosi autori coevi, Leonardo può così dare l'impressione di appartenere a un'epoca ormai al tramonto, quasi che egli, solitamente ritenuto l'uomo rinascimentale per antonomasia, si atteggiasse paradossalmente a seguace di una cultura medievale ormai anacronistica. Mentre intellettuali come Lorenzo il Magnifico e Gasparo Visconti reinventavano Petrarca, Leonardo stendeva profezie; mentre Pulci e Boiardo componevano le ottave del *Morgante* e dell'*Inamoramento de Orlando*, Leonardo - che pure doveva amare il poema cavalleresco, seguito in ciò più tardi dal conterraneo Galileo - si dedicava a favole esopiche; mentre, ancora, Masuccio aggiornava la novellistica boccacciana, Leonardo annotava che la rondine "colla celidonia allumina i sua ciechi nati" (SL, p. 104). Si lasciava insomma guidare dalla propria indole, senza dare un peso eccessivo alle istanze delle mode letterarie, pur essendone a conoscenza grazie ai soggiorni a Firenze, a Milano e altrove.

Nella prima sezione del volume curato da Marinoni, intitolata *Pensieri*, si sintetizzano le colonne della visione del mondo vinciana: la ragione ("Chi nega la ragion delle cose, pubblica la sua ignoranza" - SL, p. 65), l'esperienza, la natura e la virtù. Vale la pena rammentare che il re Francesco I di Francia, su documentazione di Benvenuto Cellini, considerava Leonardo un "grandissimo filosofo" (Cellini citato da Marinoni in SL, p. 29). Eccolo quindi ridestare il topos già antico della virtù come sommo bene, quello che non si può perdere, a differenza delle ricchezze materiali ossia ciò che si suole definire nel linguaggio dell'etica "i beni esterni":

> Non si dimanda ricchezza quella che si può perdere. La virtù è vero nostro bene ed è vero premio del suo possessore. Lei non si può perdere, lei non ci abbandona, se prima la vita non ci lascia. Le robe e le esterne devizie sempre le tieni con timore, ispesso lasciano con iscorno e sbeffato il loro possessore, perdendo lor possessione. (SL, p. 71)

È sempre la biblioteca privata a indicare l'attenzione di Leonardo nei confronti di Esopo. L'elenco nel codice madrileno informa di un "Isopo in lingua franciosa", un "Isopo in versi" e "Favole d'Isopo" (SL, p. 242); vale a dire su 116 titoli ben tre esopici, prova di una vera e propria passione per il favolista greco. Tale propensione si rispecchia nella seconda sezione dell'antologia di Marinoni, quella delle favole. Secondo il canone, vi agiscono animali ma anche piante e persino un rasoio, o meglio un "rasoro" (SL, p. 91) nel bel toscano di Leonardo. A essere bersagliate sono tipicamente la superbia e le ambizioni sproporzionate; emerge una concezione tragica della vita, caratteristica del pensiero leonardesco. Qualche volta il testo consiste in un mero canovaccio, quale il numero 49: "Il dipintore disputa e gareggia colla natura" (SL, p. 95). In altri, più estesi, la prosa assume un andamento elaborato, come nella favola del "parpaglione vagabundo" e del lume, di cui andrebbe riportato almeno il primo periodo, nel quale sono da rilevare lo sfruttamento del gerundio (ben quattro ricorrenze) e l'impiego di due proposizioni relative:

> Andando il dipinto parpaglione vagabundo, e discorrendo per la oscurata aria, li venne visto un lume, al quale subito si dirizzò, e, con vari circuli quello attorniando, forte si maravigliò di tanta splendida bellezza; e non istando contento solamente al vederlo, si mise innanzi per fare di quello come delli odoriferi fiori fare solìa; e, dirizzato suo volo, con ardito animo passò per esso lume, el quale gli consumò li stremi delle alie e gambe e altri ornamenti. (SL, p. 92)

Le vocali *e* ed *a* delle parole finali mimano eloquentemente l'urlo di dolore antropomorfico emesso dalla farfalla: "li strEmi dEllE AliE E gAmbE E Altri ornAmEnti".

Crescendo a Vinci nella campagna toscana, Leonardo avrà potuto conoscere non soltanto lo svolazzare di farfalle ma anche i movimenti di molti altri insetti, uccelli e animali, la cui osservazione si colloca all'origine del bestiario. Anche da adulto la fauna continuava ad attrarre l'artista: sarà sufficiente segnalare gli studi anatomici di una zampa di orso conservati nel Castello di Windsor in Inghilterra[2]. Nel bestiario, giusta il retroterra medievale, gli animali tratteggiati illustrano virtù, vizi e caratteristiche umane. I dati presentati sono tutt'altro che originali, derivando da Plinio nella traduzione di Landino e dall'*Acerba* di Cecco d'Ascoli. Quasi tutti i brani raccolti da Marinoni

[2] Si veda Frank Zöllner, *Leonardo da Vinci. 1452-1519. Tutti i dipinti e disegni*, Traduzione di Barbara Baroni, Lucia Busani, Silvia Candida, Francesca Pilli e Valentina Tortelli, Edizione italiana a cura di Tania Calcinaro, Taschen, Hong Kong-Colonia-Londra-Los Angeles-Madrid-Parigi-Tokyo, 2007, pp. 414-15.

provengono dal codice H, conservato presso l'Institut de France parigino. A leggerne uno, consacrato all'ermellino, simbolo della purezza ("prima si lascia pigliare a' cacciatori che volere fuggire nella infangata tana. / Per non maculare la sua gentilezza" - SL, p. 102), il pensiero corre subito a un disegno al Fitzwilliam Museum di Cambridge[3] e, soprattutto, al celeberrimo ritratto di Cecilia Gallerani, la *Dama dell'ermellino* a Cracovia - a tale riguardo non si dimentichi che l'ermellino ivi accarezzato, oltreché alludere alla pudicizia dell'amante di Lodovico il Moro, doveva richiamare il cognome della Gallerani, poiché in greco antico la γαλέη era la "donnola".

Al bestiario Marinoni fa seguire le *Profezie*, un nutrito gruppo di indovinelli i quali dovevano essere recitati a voce dall'autore stesso, forse alla corte di Ludovico Sforza (Marinoni in SL, p. 52), dato che uno è munito della didascalia: "Dilla in forma di frenesia o farnetico, d'insania di cervello" (SL, p. 122). Il termine "profezia", titolo stabilito da Leonardo in vista di un libro tutto da fare (SL, p. 132), si adatta al tempo verbale adoperato nella misura in cui gli indovinelli si riferiscono all'avvenire; ad esempio, per il manico della scure: "Le selve partoriranno figlioli che fian causa della lor morte" (SL, p. 117). Continua a farsi sentire un'inclinazione verso scenari di affanno e di distruzione, intanto che i recuperi medievali emergono ancora mediante la procedura allegorica e i sensi arcani. Alcuni esempi vorrebbero avvalorare l'opinione di chi scrive, secondo la quale le profezie costituirebbero la zona più vivace e originale dell'opera letteraria vinciana: "Delle piume ne' letti. Li animali volatili sosterran l'omini colle lor propie penne" (SL, p. 123); "Delli asini. Le molte fatiche saran remunerate di fame, di sete, di disagio e di mazzate e di punture" (SL, p. 124); "Del moto dell'acque, che portano e legnami che son morti. Corpi sanz'anima per se medesimi si moveranno, e porteran con seco innumerabile generazione di morti, togliendo le ricchezze a' circunstanti viventi" (SL, p. 126). Ecco infine una "profezia" sulle crocifissioni scultoree: "Delle scolture. Omè! che vedo il Salvadore di nuovo crocifisso" (SL, p. 118). Più che in altri luoghi, sono queste scorribande malinconiche ad attestare la fantasia e la genialità di Leonardo, la sua abilità di percepire e riplasmare il mondo d'attorno, non con il pennello o con lo scalpello bensì tramite il mezzo linguistico del toscano tardoquattrocentesco.

Tra le altre sue capacità si annoverava quella di narratore di racconti umoristici, sulla scia di una tradizione toscana giunta alla massima fioritura con Boccaccio e ulteriormente sviluppata nella *Novella del Grasso legnaiuolo*, nei *Motti e facezie del Piovano Arlotto* e, in latino piuttosto che in volgare, da Poggio Bracciolini, le cui *Facetiae*, come si ricorderà, si conservavano nella biblioteca

[3] Si veda *ivi*, p. 492.

privata di Leonardo. Riguardo a tale genere letterario, questi avrà appreso altre preziose lezioni alla scuola meridionale di Masuccio, anch'egli rappresentato nella biblioteca privata con il *Novellino*. Le facezie leonardesche arrivano a soli 26 pezzi, alcuni dei quali molto brevi. Così il lettore non può che rammaricarsi dell'esiguità quantitativa, allorché certi guizzi lasciano intuire quanto l'autore dovesse sentirsi di casa nel genere. Nell'ottava facezia, secondo l'ordine stabilito da Marinoni, ad agire per primo è un prete che di sabato santo entra nella stanza di un pittore; sparge acqua benedetta sopra alcuni dei dipinti di questi e in tal modo li rovina. Lo sventurato si informa sul perché: "Allora il prete disse essere così usanza, e ch'era suo debito il fare così, e che faceva bene, e chi fa bene debbe aspettare bene e meglio, che così promettea Dio, e che d'ogni bene, che si faceva in terra, se n'arebbe di sopra per ogni un cento" (SL, p. 140). Di seguito la conclusione, provvista dell'immancabile motto di spirito e che di sicuro sarebbe andata incontro all'approvazione del maestro Masuccio:

> Allora il pittore, aspettato ch'elli [il prete] uscissi fori, se li fece di sopra alla finestra, e gittò un gran secchione d'acqua addosso a esso prete, dicendo: "Ecco che di sopra ti viene per ogni un cento, come tu dicesti che accaderebbe nel bene, che mi facevi colla tua acqua santa, colla quale m'hai guasto mezze le mie pitture". (SL, pp. 140-41)

Naturalmente nell'offrire con il presente intervento un panorama dei *Pensieri*, *Favole*, *Bestiario*, *Profezie* e *Facezie* non si esaurisce la ricchezza dei testi inseriti negli *Scritti letterari*: spiccano anche le descrizioni di un diluvio e di un gigante di discendenza pulciana. Leonardo si rivela insomma un prosatore sfaccettato e sovente inventivo, in bilico tra eredità medievale e spinte rinascimentali, portato a una scrittura riflessiva ed edificante e insieme a una visione tragica dell'universo. Oggi le più autorevoli guide letterarie e antologie scolastiche di letteratura italiana, nella comprensibile volontà di appropriarsi di una figura più unica che rara nella storia della cultura artistica e scientifica europea, conferiscono agli scritti letterari di Leonardo un'importanza del tutto incongrua con le reali qualità di quanto è stato tramandato. Proprio la lettura di tali scritti può invece, al parere di chi scrive, dare un contributo salutare alla ricostruzione dell'immagine del genio di Vinci, rammentando che, nonostante tutto, pur sempre di un essere umano si tratta e non di una creatura in qualche maniera soprannaturale, miracolosamente in grado di eccellere in ogni campo del sapere: sfatare il mito della sovrumanità leonardesca, quasi che trasformasse in oro tutto ciò che toccasse, appare infatti sempre più una premessa necessaria allo studio puntuale del lavoro di un uomo la cui vera grandezza non è da

ricercarsi nelle favole, profezie e facezie - senz'altro ascrivibili (malgrado i loro pregi) alla letteratura minore del Quattro-Cinquecento - bensì in altri settori, nell'opera grafica anatomica e di panneggi e altrettanto nei ritratti femminili ad olio, forse i più vivi del Rinascimento, come la già nominata *Dama dell'ermellino* e la *Belle Ferronière*. L'esame del corpus letterario porta il vantaggio indiscutibile di avvicinare il lettore al mondo leonardesco; tuttavia occorre riconoscere in ultima analisi che i vari lacerti e schemi di cui tale corpus consiste sono semplici pianeti in un firmamento illuminato dalle stelle intramontabili dell'arte e della scienza di Leonardo da Vinci[4].

[4] Nell'eccezionale fioritura di mostre e pubblicazioni realizzate per commemorare il centenario di Leonardo, non soltanto in Toscana e in Italia ma nell'Europa intera (ad es., chiunque avesse passato in rassegna le riviste popolari in vendita presso un chiosco qualsiasi francese, ne avrebbe trovato più di una dedicata al maestro, come, per citare un solo caso, *Léonard de Vinci. Pourquoi il fascine toujours*, fascicolo di «La vie. Hors-série. Histoire» del giugno 2019), la produzione letteraria viene decisamente declassata a fenomeno accessorio rispetto ai più noti risvolti artistici e tecnologici.

ANDREA FELICI

Leonardo nel Codice Leicester
Una prima riflessione sulla lingua

I. Leonardo: dall'uso della lingua alla riflessione sulla lingua

Com'è noto, Leonardo rappresenta uno dei personaggi più conosciuti e apprezzati nella storia della cultura e del pensiero occidentale: il suo nome si associa comunemente alla figura di un genio universale e poliedrico, capace di incidere con estro creativo e sperimentale nelle più svariate branche del sapere. Tuttavia, almeno a livello nazional-popolare, l'enorme fama che Leonardo ha conosciuto nei secoli ha restituito un'immagine a tratti limitata – se non addirittura distorta – non solo della reale portata del suo pensiero, ma anche della tradizione in cui si colloca la sua opera. Inoltre, guardando alla vastità del *corpus* autografo delle sue ricerche, è evidente come l'opera del genio vinciano, tanto approfondita nel corso dei secoli, lasci comunque spazio a notevoli approfondimenti.

Paradigmatico, in questo senso, è il tema della lingua, trascurato per lunghissimo tempo dagli studiosi e veramente sviluppato soltanto negli ultimi anni attraverso una serie di interventi mirati e approfonditi, che hanno gettato nuova luce sull'universo linguistico leonardiano. Eppure, il motivo della lingua in Leonardo è particolarmente vivo e interessante: sia per i numerosi aspetti che denotano la conformazione lessicale e fono-morfologica dei suoi testi; sia per il rapporto stesso di Leonardo nei confronti dell'attività di scrittura, che sconfina talora in vere e proprie riflessioni metalinguistiche. Basti ricordare, a questo proposito, gli studi prodotti nell'ultimo decennio, a partire da quelli di Paola Manni, che hanno aperto alla pubblicazione dei *Glossari leonardiani* (realizzati su impulso di Romano Nanni e della Biblioteca Leonardiana di Vinci), fino ai più recenti contributi inseriti nel quadro delle attività celebrative per il centenario del 2019[1].

[1] Nel merito, vale la pena ricordare quanto gli studi linguistici hanno prodotto sul tema della lingua in Leonardo, specificamente negli ultimi anni: a partire dallo studio pionieristico di Maria Luisa Altieri Biagi (1982; cit. 1998c), fino ai più recenti MANNI, 2008a, 2008b, 2015a, 2015b; MANNI-FANINI, 2019; BIFFI, 2008, 2010, 2017; FANINI, 2013, 2017, 2018a, 2018b, 2018c. Per la collana dei *Glossari leonardiani*, sono già pubblicati quelli relativi al settore della meccanica (MANNI-BIFFI, 2011), dell'ottica (QUAGLINO, 2014) e dell'anatomia (PIRO, 2019); ed è in

Tuttavia, pur considerando i notevoli passi in avanti compiuti sull'argomento, specialmente negli ultimi tempi, è indubbio che il *mare magnum* dei manoscritti vinciani rappresenti tuttora un terreno fertile per nuove indagini. E ciò, chiaramente, non rappresenta un obiettivo di semplice realizzazione: in primo luogo, per la vastità e la stratificazione interna del *corpus* autografo, la cui mole è notoriamente vastissima (basti considerare che il solo Codice Atlantico conta più di 1100 carte); e, inoltre, per il dato qualitativo delle scritture, che rappresenta forse un ostacolo ancora più ingombrante rispetto a quello quantitativo. Più che di trattato, il *corpus* delle ricerche leonardiane presenta i caratteri di enorme avantesto a tratti frammentario e di difficile gestione sul piano filologico e interpretativo, con scritture spesso soggette a rielaborazione, e per questo complicate da frequenti cancellature, modifiche e aggiunte. Le difficoltà di resa e di interpretazione degli autografi, inoltre, si devono alla gestione del foglio da parte di Leonardo, che nei suoi studi alterna scritture chiare e in bella copia con altre più irregolari e provvisorie, sfruttando lo spazio della carta con specchi di testo talora irrelati e di significato autonomo, spesso associati a disegni e diagrammi in modalità diverse e non sempre di lettura immediata.

Non a caso, il carattere 'in divenire' di questi scritti ha portato gli studiosi a guardare al *corpus* vinciano non come a un trattato (o, meglio, a un insieme di trattati) nel senso più canonico del termine, ma piuttosto come a «un'unica, immensa opera» (secondo la definizione di Carlo Vecce)[2], multiforme e irregolare, in cui le osservazioni tecnico-scientifiche - che ne compongono la parte sostanziale - si alternano a brani e citazioni letterarie, traduzioni, notazioni diaristiche e aneddotiche, ricordi e riflessioni personali, lettere private e ufficiali, variamente stratificati e differenziati nel tempo, con una *varietas* tematica che ha ripercussioni evidenti anche sull'uso della lingua.

Arrivando in concreto, quindi, al motivo della lingua e della riflessione metalinguistica, è opportuno fare un primo riferimento alla famosissima annotazione del Codice Atlantico (c. 327*v*):

So bene che, per non essere io litterato, che alcuno presuntuoso gli parrà ragionevolmente potermi biasimare coll'allegare io essere omo sanza lettere. Gente stolta, non sanno questi tali ch'io potrei, sì come Mario rispose contro a' patrizi romani, io sì rispondere, dicendo: «Quelli che dall'altrui fatiche se medesimi fanno

corso di sviluppo quello di FANINI, i.c.s. Da segnalare, in ultimo, lo straordinario lavoro portato avanti dalla Biblioteca Leonardiana di Vinci nella creazione della banca dati *E-Leo*, che permette la libera consultazione in rete dei manoscritti leonardiani, nonché dei glossari sopra citati.

[2] Cfr. VECCE, 1993, p. 109.

ornati, le mie a me medesimo non vogliano concedere». Diranno che, per non avere io lettere, non potere ben dire quello di che voglio trattare. Or non sanno questi che le mie cose son più da esser tratte dalla sperienzia, che d'altrui parola; la quale fu maestra di chi bene scrisse, e così per maestra la piglio e quella in tutti i casi allegherò[3].

Il passo, come sappiamo, viene spesso chiamato in causa per il noto epiteto di «omo sanza lettere» che Leonardo attribuisce a sé stesso, ben consapevole delle lacune della sua formazione in rapporto alla tara umanistica (il concetto di «lettere» è chiaramente da intendere nel senso di *litteratura*, ovvero 'grammatica', e quindi latino). Leonardo, infatti, sa di rientrare in quell'ampia categoria di personalità del XV e XVI secolo che si colloca in uno «strato culturale intermedio» (secondo la nota definizione di Carlo Maccagni)[4] tra i dotti e i non dotti: mercanti, artigiani, maestri d'abaco e, naturalmente, architetti, pittori, *artisti* nel senso più poliedrico – e, quindi, rinascimentale – del termine; una folta schiera di personaggi che, pur rappresentando in vari casi gli esempi più alti della cultura del Rinascimento italiano (basti pensare a Francesco di Giorgio, Masaccio, Michelangelo, Cellini), avevano la discriminante culturale di non conoscere, se non per competenze di base, il latino; e, inoltre, di avvalersi del loro volgare perlopiù senza pretese estetiche e stilistiche, concependolo come strumento accessorio alle loro attività di lavoro e ricerca. La loro, pertanto, si presenta come «una prosa letteraria di livello *medio* che - avendo matrici due-trecentesche e svolgimento quattrocentesco nella letteratura "domestica" (lettere, diari, cronache, facezie, novelle, ecc.) - prosegue nel Cinquecento in scrittori che, pur essendo persone di spicco nell'ambiente culturale e artistico […] non fanno parte dell'aristocrazia letteraria»[5].

Come è noto, Leonardo avverte questa sua lacuna culturale e linguistica e cerca di superarla da autodidatta, raccogliendo nei suoi scritti ampi repertori di latinismi e di cultismi, utili a colmare le mancanze della sua istruzione da non letterato (le famose "liste lessicali" principalmente contenute dal codice Trivulziano, che agiscono nella componente più astratta del vocabolario vinciano)[6]. Tuttavia, accanto a questa volontà di ampliare il proprio orizzonte terminologico in senso alto, Leonardo manifesta la forte consapevolezza di

[3] Cito da ivi, p. 97.

[4] Cfr. MACCAGNI, 1996. Ma va comunque considerato che, come avviene per ogni macro-categorizzazione, il titolo di «strato culturale intermedio» risulta particolarmente onnicomprensivo, dato che ingloba al suo interno figure assai diverse per formazione, interessi e attitudini, anche nei confronti dell'impiego della lingua.

[5] ALTIERI BIAGI, 1998c, p. 77 (cfr. anche FELICI, 2015, pp. 1-13).

[6] Cfr. BIFFI, 2008, pp. 134-5.

possedere una lingua volgare che di per sé può offrire molto nel versante lessicale, come dichiarato in un'altra annotazione autografa, questa volta nella raccolta di Windsor (c. 178*r*):

I' ho tanti vocavoli nella mia lingua materna, ch'io m'ho piuttosto da doler del bene intendere le cose, che del mancamento delle parole, colle quali io possa bene esprimere il concetto della mente mia[7].

Con tale affermazione, apparentemente in contrasto con la precedente, Leonardo dimostra estrema fiducia nei confronti di quella che chiama «lingua materna»: il problema, nelle sue indagini scientifiche, sta nel «bene intendere le cose» (ovvero nel definire i principi che regolano la natura), e non nelle possibili lacune lessicali del volgare fiorentino, che offre un ricco campionario di termini da poter sfruttare per la definizione dei fenomeni. Va detto, in proposito, che l'impianto fono-morfologico della lingua di Leonardo coincide nella sostanza con la nota varietà fiorentina 'argentea' – e quindi con il tipo linguistico fiorentino quattro-cinquecentesco – così denominata in contrapposizione alla varietà del XIV sec., considerata 'aurea' in seguito alla diffusione del canone delle *Prose* di Bembo, e da allora imitata dai letterati italiani fino al pieno Ottocento[8].

Concentrandoci, però, sul dato lessicale – e quindi sul riferimento ai *vocavoli materni* della nostra annotazione – è bene fornire una precisazione, anche considerando i risultati delle più recenti indagini in materia di lingua: va detto, innanzitutto, che nella terminologia vinciana si ravvisa una forte componente colta, centrata su vocaboli della tradizione medievale di derivazione greco-latina e araba (specialmente in settori specifici come l'ottica e l'anatomia)[9]; ma a questa si affianca un fondo terminologico mutuato dalla

[7] Ivi, p. 120.

[8] Coniata in un noto intervento di Arrigo Castellani (1967; cit. CASTELLANI, 1980: I, 17-35), la definizione di *fiorentino 'argenteo'* si riferisce alla varietà linguistica fiorentina del Quattro e del Cinquecento (impiegata regolarmente da autori come Alberti, Poliziano, Pulci e Machiavelli, solo per citarne alcuni). Il profilo del fiorentino quattro-cinquecentesco è stato descritto dettagliatamente da Paola Manni (1979), che ha individuato una serie di tratti fonetici e morfologici variamente ricorrenti in testi dell'epoca di livello medio (come libri di ricordi, diari, lettere) e ne ha ricostruito la provenienza, il loro manifestarsi nell'uso del XV secolo e la fortuna successivamente goduta (per approfondimenti si veda anche DURANTE, 1981: 137-46; PALERMO, 1990-92; FROSINI, 2014). Per la grafia e la fono-morfologia degli scritti leonardiani si rinvia, oltre ad ALTIERI BIAGI, 1998c, a MANNI, 2008a, 2008b; FANINI, 2017, 2018b; MANNI-FANINI, 2019.

[9] Cfr. QUAGLINO, 2014; PIRO, 2019.

tradizione delle botteghe artigiane in cui lo stesso Leonardo si era formato, che agisce in modo determinante nella denominazione di oggetti e fenomeni[10]. E, come è stato osservato, l'impiego di quest'ultima componente, di matrice empirica e popolare, presuppone l'applicazione di un procedimento semantico tipico delle arti e delle scienze applicate, che evita il neologismo e il calco semantico dalla lingua classica e attinge a vocaboli ampiamente attestati della tradizione volgare, adattandoli a contesti specifici attraverso un procedimento di risemantizzazione (per cui un termine della «lingua materna» assume nuovo significato per metafora o analogia di forma o di funzione)[11].

Varrà la pena citare alcuni esempi indicativi, per chiarire questo concetto. Si prenda il termine *ala* (o *alia*), ampiamente presente e fortemente polisemico già in italiano antico (la si attesta a partire dal XII secolo)[12], che indica in partenza l'appendice mobile del volatile. Naturalmente, anche Leonardo lo impiega con tale accezione[13], ma a questa se ne aggiungono altre di marca tecnico-specialistica. Difatti, negli scritti vinciani la forma *ala*/*alia* può indicare:

1. l'ala meccanica per macchine e congegni per il volo'
   - «Qui la potentia della ganba mova *n* e colla potentia delle b(raccia) mova *m*. E quando l'una ganba sara stancha, taciasi coll'altra. La potentia della fatica dell'*alia* piramidata fia nel 3° della sua lu(n)geça, di ver la basa» (Cod. Madrid I, c. 125*r*).
   - «Snodatura d'*ali*» (Cod. Atlantico, c. 747*r*).
   - «*a* torcie l'*alia*, *b* la gira colla lieva, *c* la chala, *d* la lieva i(n)n alto. E ll'omo che guida questo strume(n)to tiene i piedi in *f g,* e cqua(n)do l'uno p(r)ima piè dell'omo» (Cod. Atlantico, c. 824*v*).
   - «Sì che p(er) q(ue)sste <asse> demosstrative e assegniate ragioni potrai chonossciere l'uomo cholle sua cho(n)giegniate e gra(n)di *ale*, faccie(n)do forga cho(n)tro alla resisste(n)te aria <potersi l> e vincie(n)do, poterla sogiogare e llevarsi sopra di lei» (Cod. Atlantico, c. 1058*v*).
2. 'ciascuna delle estremità simmetriche di un congegno' (in un orologio)
   - MI 115v: «Puosse co(n) questa rota sola fare uno orilogio che mostri l'ore, che fia senplice e bbuo[no]. Ma vole avere molti de(n)ti e gra(n)deça assai, e lle sue *alie* dista(n)ti dal polo, e picolo subbio dove si volti la corda del contrapeso […]» (Cod. Madrid I, c. 115*v*).

[10] Cfr. BIFFI, 2017.
[11] Cfr. FELICI, 2015, pp. 331-41.
[12] Cfr. TLIO, s.v. *ala*[1].
[13] Cfr. PIRO, 2019, s.v. [*ala*]/*alia*.

3. la 'pala di un mulino a vento'
   – M2 43v: «Questo molino è ttutto di tela, salvo l'armadure. L'*alie* sue sono larghe un telo e alte 25 b. o più, p(er)ché qua[n]to son più alte, tanto magor qua(n)tità di vento pigiano» (Cod. Madrid I, c. 43*v*).

Prendiamo, come ulteriore esempio, la forma *ballotta* ('pallotta'), già attestata in italiano antico (a partire dalla fine del XIII sec.)[14] per indicare un corpo solido di forma sferica, e impiegata da Leonardo con varie accezioni specifiche:

1. 'massa sferica che funge da peso e contrappeso'
   – «Fa che lle *ballotte* di pio(n)bo salglino a' cie(n)tro *m* p(er) la vite, chome apare in *n f;* po' chagino in cho(n)tra peso p(er) la linia *m b e* ffermi(n)si al pu(n)to *b.* E ffa che detta rota abbi circuii 36, e divisa la rota in 12 raji» (Cod. Arundel, c. 637*r*).
2. 'rotella', 'specie di rullo per guidare il filo nella macchina tessile'
   – «Le caruchole e '1 tirare de essere ochulto e lle rotelle over *ballotte* nel suo chanale <g> sança poli insaponate e ochulte» (Cod. Atlantico, c. 1056*r*).
3. 'palla di uno strumento bellico', 'proiettile'
   – «Se possibile fussi fare una bo(n)barda che 'l mo(n)do fussi sua *ballotta*, e che sichome una bo(n)barda gitta una balotta d'u(n) b. 3 miglia, che si pò misurare il tal corso 9000 b., cioè 9 mila *ballotte* [...]» (Cod. Madrid I, c. 0*r*).
   – «Ma assai co(n)sumerà della polvere che dovea s(er)vire alla *ballocta a,* e co(n) più facilità esalerà p(er) la bocha *d* che p(er) la bocha *c,* chonciossia <che più resisste> che cho(n) più potentia resisste il peso della pallotta *a* che ll'aria *b d.* Pier) la qual chosa e' gli è manifessto che lla pallocta *a* sarà di tardo e di debole moto. Ma alchuno dirà che nel dare focho, che ll'una e ll'altra ballotta fuggirà, ma chon ta(n)to maggiore furore l'una che ll'altra, qua(n)to la polvere s'infocherà più <b(r)> pressto da un lato che dall'altro, e cquesto fia un terço» (Cod. Atlantico, c. 48*r*)[15].

Tale procedimento semantico, poi ripreso e sistematizzato da Galileo per la lingua scientifica, non è comunque l'unico a rivestire interesse nei meccanismi di denominazione leonardiani. Notevole, in particolare, è il caso del cosiddetto «iperlemma», e cioè un vocabolo della tradizione volgare che viene specializzato in combinazione con un aggettivo o un complemento di specificazione. E ciò, beninteso, non avviene soltanto nel contesto degli studi di meccanica, come abbiamo appena osservato, ma coinvolge più in generale l'intero apparato degli scritti vinciani. Guardando, ad esempio, al *corpus* degli studi anatomici, è interessante annotare il caso di *canna*, che di per sé indica un

[14] Cfr. TLIO, s.v. *pallotta.*
[15] MANNI-BIFFI, 2011, s.v. *ballotta.*

corpo cilindrico cavo[16], e che in questo àmbito diviene l'unità di base di locuzioni più specifiche: *canna del cibo* (l'organo tubolare che collega la faringe allo stomaco, oggi definito 'esofago') e *canna del polmone* (la nostra 'trachea', vale a dire l'organo tubolare che collega la laringe ai bronchi).

> CANNA DEL CIBO: 'organo tubolare dell'apparato digerente che collega la faringe allo stomaco; esofago'
> – «Chan(n)a del cibo, tra(n)sito de l'aria, p[o]lmone, spirituale sito, chore, fegato, stomaco, ve(n)tre, bellico, vessicha» (F.4r - RL 12627r).
> CANNA DEL POLMONE: 'organo tubolare dell'apparato respiratorio che collega la laringe ai bronchi; trachea'
> – «Il chonchorso di tutti i sensi à ssotto sé p(er) linia p(er)pe(n)dichulare l'uvola dove si gusta il cibo a dista(n)tia di.2. dita, e ssi driça sopra la chan(n)a del polmone e ssop(r)a il buso del chore per isspatio d'uno piè» (F.42r - RL 19058r [I]).

Ancora dal settore dell'anatomia riprendiamo il termine *cassa*: termine che, chiaramente, indica di base un contenitore a forma di cubo o parallelepipedo (come attestato in volgare a partire dalla seconda metà del XIII sec.)[17], meglio definito da Leonardo nelle locuzioni: *cassa del core* (la membrana che avvolge, fa da contenitore al cuore, che in anatomia chiamiamo *pericardio*); *cassa del polmone* (la nostra *pleura*, la membrana che avvolge – quindi contiene – il polmone); e, infine, *cassa dell'occhio*, ovvero l'orbita oculare che – così come la cassa propriamente detta – fa sempre da contenitore al bulbo oculare (ed è su questa funzione che evidentemente si costruisce il meccanismo analogico di risemantizzazione). Di séguito i relativi lemmi, ancora a testimonianza della regolarità del procedimento nella nomenclatura vinciana:

> CASSA: 'cavità ossea in cui sono contenuti organi. Con particolare riferimento alla struttura della pelvi: bacino'
> – «Avanti che tu figuri la matrice, figura prima la *chassa* che la riceve» (F. di Weimar *r*, XIII).
> CASSA DEL CORE: 'pericardio'
> – «Li nervi reverssivi nasscano i(n) *a b*, e 'l *b f* è il nervo reversscivo dissce(n)dente all portinaro dello sto(m)macho; e' nervo sinisstro, chompagnio di questo, dissce(n)de alla *chassa del core*, e credo che cquesto sia il nervo che entra nel chore» (F.59v - RL 19050v [IV]).

[16] Nell'ambito della meccanica, Leonardo impiega il termine con tre accezioni: 'tubo, conduttura per fluidi'; 'elemento cilindrico, solitamente cavo, di una macchina, adibito a varie funzioni'; 'canna (impiegata nella costruzione di un'ala della macchina volante)' (cfr. MANNI-BIFFI, 2011, s.v. *canna*).
[17] Cfr. TLIO, s.v. *cassa*.

CASSA DEL POLMONE: 'membrana che avvolge il polmone; pleura'

– «Ò trovato come necessità fortificha le cartiligini dove si congugne i lab(r)i anteriori del diaframma quando essa si dilata e sspigne in basso la gibbosità delle intesstine p(er) cresscere lo spatio nella cassa del polmone, accò che in quella esso polmone posa ricevere l'aria da llui rapita» (F.157r - RL 19064r [IV]).

CASSA DELL'OCCHIO: 'cavità che contiene l'occhio; orbita'

– «La vena m si leva in alto e entra sotto l'osso della gua(n)cia e p(er) lo buso della chassa dell'ochio, passa infra 'l di sotto della balla dell'ochio e llo sostenitore di quello» (F.40r - RL 19059r [II])[18].

II. Un primo scavo linguistico dal Codice Leicester (con particolare riguardo alla sintassi e alla testualità)

Entrando, quindi, nell'ultima sezione di questo intervento, dedicheremo attenzione specifica al Codice Leicester – per il quale è tuttora in corso di allestimento la nuova edizione, corredata da commento linguistico, a cura di chi scrive[19] –, anche considerando l'importanza del manoscritto in rapporto al percorso degli studi vinciani: importanza che, d'altronde, è stata ribadita in varie occasioni, a partire dalle edizioni moderne del testo fino ai più recenti interventi redatti nel quadro delle attività celebrative per il centenario leonardiano (basti dire, in proposito, che Carlo Pedretti giudicò il Codice come simbolico di una «nuova era di libertà di pensiero», in quanto rappresentativo della volontà, da parte di Leonardo, di mutare la propria condizione di «omo sanza lettere» in 'uomo di scienza')[20].

Il Codice, già noto come Hammer dal 1980 al 1994, viene redatto – con ogni probabilità – tra il 1504 e il 1508. Si tratta di un momento cruciale per la maturazione del pensiero scientifico di Leonardo, in cui egli avverte il bisogno di mettere ordine nel groviglio di testi prodotti durante il soggiorno alla corte di Ludovico il Moro: difatti, dopo le prime scritture del periodo giovanile, nel ventennio milanese lo scrittoio vinciano aveva raccolto una mole notevolissima

[18] Cito da PIRO, 2019, s.vv.

[19] L'edizione (FELICI, i.c.s.) verrà pubblicata nel 2020 per i tipi dell'Accademia della Crusca, a coronamento di un progetto di ricerca, partito nel 2018 (con la supervisione di Giovanna Frosini) presso l'Università per Stranieri di Siena

[20] Cit. VECCE, 2018, p. 185. Riguardo alle edizioni del testo, cfr. CALVI, 1909; PEDRETTI, 1987. Si rinvia invece a GALLUZZI, 2018 per la recente per i contributi centrati sulla recente mostra del Codice Leicester presso la Galleria degli Uffizi.

di annotazioni più o meno compiute, frammentate in migliaia di osservazioni registrate sui supporti più vari (carte sciolte, fascicoli, taccuini più o meno corposi)[21]. Ed è proprio agli inizi del Cinquecento che Leonardo, tornato per un breve periodo a Firenze, decide di rimettere mano a quell'enorme, disordinato labirinto documentario, nel tentativo di dare forma compiuta ai suoi studi e convogliarli in trattati più o meno pubblicabili.

Il Codice Leicester testimonia con precisione il 'richiamo all'ordine' che pervade la mente di Leonardo in questi anni. Composto da 18 bifogli (per un totale di 36 carte), il manoscritto si concentra principalmente sul tema dell'acqua e del moto dei fluidi, con varie incursioni nei settori della geologia, dell'ottica e della meccanica dei pesi. Attorno a queste materie prende forma un insieme tendenzialmente ordinato di osservazioni trascritte in pulito e in successione coerente, in cui si susseguono centinaia di *casi*, *proposizioni* e *invenzioni* (cioè 'esempi', 'regole', 'scoperte'), già registrati in studi pregressi e ora riformulati in funzione di un futuribile «Libro delle acque», di cui il Leicester rappresenta una sorta di canovaccio preparatorio[22].

Ed è importante annotare, in proposito, come la ricerca di 'ordine' che pervade la mente di Leonardo in questo periodo emerga direttamente da alcune annotazioni del manoscritto:

> I' lascierò qui stare le prove, le quali si farà poi nell'opera ordinata, e attenderò solamente a trovare casi e invenzioni, e le metterò successivamente secondo che le vengano, e poi darò ordine, mettendo insieme quelle d'un medesimo genere; sì che per ora non ti maraviglierai, né riderai di me, lettore, se qui si fa sì gran salti da materia a materia (c. 2*v*).

> Qui ti bisognia seguitare con ordine, cioè, distinguendo in proposizioni, a membro a membro di ciasscuna parte; e così sarai sanza confusione bene inteso (c. 25*v*)[23].

Si consideri che queste sono solo alcune delle dichiarazioni all'interno del Codice in cui Leonardo si dimostra consapevole non solo di dover riunire, ma anche di dover esporre in modo chiaro e sistematico le osservazioni già raccolte in altri zibaldoni. In effetti, così come il concetto di «ordine» segna il tentativo di Leonardo di organizzare i suoi studi in forma compiuta, allo stesso

[21] Per questo argomento, strettamente correlato formazione di Leonardo e ai suoi riferimenti culturali, si rimanda almeno a DESCENDRE, 2010; VECCE, 2017.

[22] Cfr. KEMP, 2018; LAURENZA, 2018.

[23] Qui come per i successivi riscontri dal Codice Leicester faccio riferimento alla nuova edizione, curata da chi scrive e citata a inizio paragrafo. I criteri di edizione seguono quelli elaborati da Arrigo Castellani (1952, 1982) e riproposti dalla sua scuola per la resa specifica di testi di carattere documentario (cfr. SERIANNI, 1977; FROSINI, 1990; MANNI, 1990). Nello specifico, le trascrizioni mirano a rendere l'originale con massima fedeltà, pur riportando l'uso della punteggiatura alle consuetudini moderne.

modo si riconosce un'evidente volontà di perfezionare anche l'uso della lingua, e non solo sul piano terminologico, ma anche nelle modalità espositive.

Per il versante lessicale, il Leicester offre ampi repertori di tecnicismi, perlopiù inerenti all'ambito dell'ingegnera idraulica e della meccanica dei fluidi (oggetto d'indagine in un recente intervento di Barbara Fanini, completo di utile glossario)[24]. Ma è sul piano dell'organizzazione sintattica e testuale che la ricerca di 'ordine della lingua' sembra mostrare il massimo grado di definizione. Per il dato sintattico, innanzitutto, andrà ricordato il forte legame tra la scrittura di Leonardo e i moduli tipici della lingua parlata – in fono-morfologia come nelle strutture frasali – che si è rilevato in varie occasioni[25]. E sono molte, in proposito, le tracce di parlato coevo all'interno del Codice, di cui ci limitiamo a osservare solo alcuni esempi indicativi:

1) essendo la sua basa portata via, […] *e* per questo l'onda ch'era infra l'aria viene a cadere indirieto (c. 16*r*);
2) qui si risponde *che*, anco che ll'acqua per sé monti alla sommità di tale spugna, *che* essa non pò poi versare… (c. 32*v*);
3) quando il fiume s'ingrossa, *e che* rimove la rena col suo moto incidente, esso farà… (c. 13*v*).

Si tratta di campioni che mostrano costrutti assai frequenti non solo nella prosa di Leonardo ma, più in generale, nei testi documentari coevi, specificamente di tenore popolare: l'esempio 1) riporta un caso di paraipotassi (costrutto molto presente nell'italiano antico, che vede l'impiego di un membro di raccordo paratattico – *e* o *ma* – all'interno di una costruzione ipotattica); mentre l'esempio 2) registra un altro elemento tipico della lingua d'uso vivo, e cioè l'impiego di *che* congiunzione in ripresa (secondo un utilizzo che appare pleonastico al lettore moderno); e, in ultimo, l'esempio 3) testimonia un altro costrutto riconducibile alla lingua d'uso vivo, con messa in rilievo del tema tramite il modulo *e che*[26].

Ma ciò non toglie che nella prosa leonardiana si inseriscano anche strutture esemplate dall'uso letterario, che testimoniano quindi un avvicinamento con la cultura scritta. Su tutte, quelle modellate sul calco dell'infinitiva latina, come negli esempi seguenti:

[24] Cfr. FANINI, 2018c.
[25] Cfr. MANNI, 2008a, 2008b.
[26] Cfr., sull'argomento, MARINONI, 1952, pp. 32-44 e 1944-1952, I, pp. 156-73; PONTE, 1976; MANNI, 2008a, p. 11 e 2008b, pp. 43-44.

1) «Qui *si dimostra* la potenzia dell'impito *nulla valere* più all'un corpo che all'altro» (c. 8*r*);
2) «*si presume* in tal sito *essere* spiaggia di mare» (10*r*).

Tornando, però, al tema dell'«ordine» della scrittura, il dato linguistico più rilevante, in quanto pressoché inesplorato nel panorama degli studi[27], riguarda l'organizzazione testuale delle sezioni più tecniche e dimostrative, in cui risulta particolarmente evidente il ricorso a schemi raziocinanti, tipici della prosa scientifica, che ricorrono tanto nel Leicester quanto, più in generale, nell'intero apparato degli studi vinciani. Di particolare rilievo, nello specifico, sono i procedimenti espositivi di marca dilemmatica ed enumerativa, che ricorrono a tal punto nella prosa leonardiana da poter essere considerati delle vere e proprie matrici di base dell'argomentazione.

Guardando in concreto a queste strutture, un buon esempio di schema dilemmatico si osserva nella carta 35*v* del Codice, all'interno di una riflessione molto complessa sulla distribuzione delle acque e delle terre sul nostro pianeta, che Leonardo valuta in rapporto alla forza di gravità[28]. E, a questo proposito, leggiamo:

Per 2 modi può la gravità della tera essere col suo centro concentricha chol centro del mondo, c[i]oè *o* per essere lei tutta somersa dall'acque, *o* per ave[r] parte opposite d'equal peso fori dell'acque.

Si tratta, dunque, di un tipico modulo di opposizione dilemmatica, applicata tramite il connettivo disgiuntivo *o*, che funge da volano per sviluppare il ragionamento seguente. Così come avviene, d'altronde, anche a carta 17*v*, in un ragionamento sulla dinamica del moto d'aria e d'acqua:

Chi à più potentia: *o* l'aria sott'acqua, *o* ll'acqua infra ll'aria e, in par quantità, chi à più veloce moto.

Sarebbe possibile citare molti altri esempi di maschera dilemmatica dai testi del Codice (così come, più in generale, da tutti gli studi vinciani), ma è preferibile concentrarsi in ultima istanza su quella enumerativa, che ricorre in proporzioni ancora più vistose e con andamento decisamente più complesso.

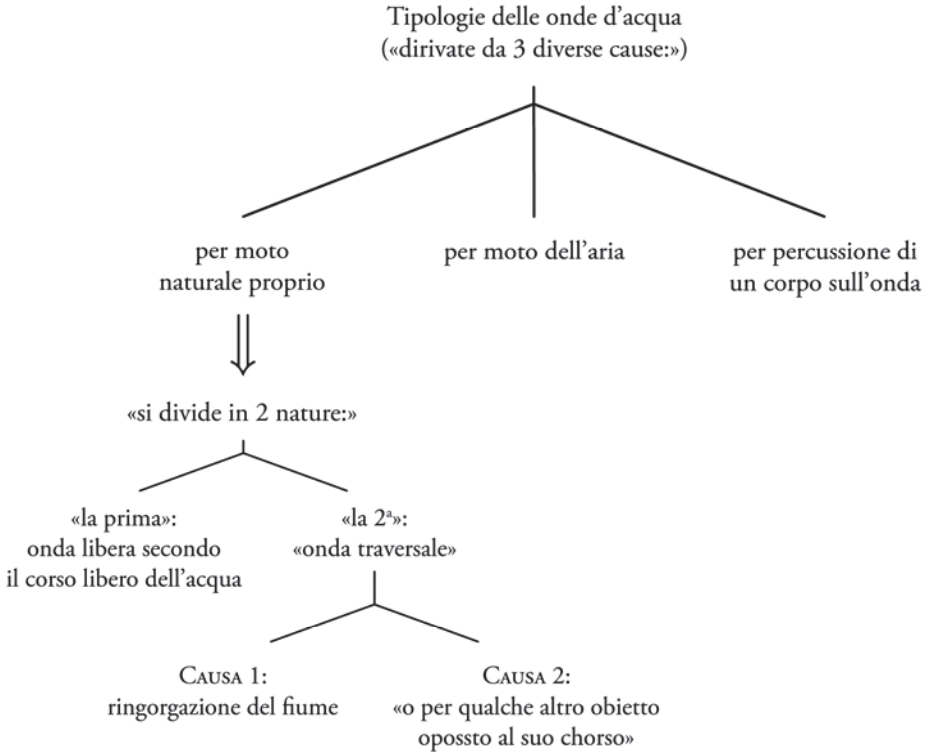
[27] Per quanto mi risulta, soltanto il recente e sintetico contributo di MONTORFANI, 2019 ha guardato al tema della testualità in Leonardo (oltre a brevi cenni in MANNI, 2008a e 2008b). A questo si aggiunge l'intervento di Paolo Senna raccolto in questo volume (ringrazio lo studioso per avermi gentilmente dato in lettura il suo scritto prima della pubblicazione).
[28] Cfr. LEONARDO, 1996, p. 44.

Cosa che avviene, ad esempio, nella carta 6*r*, in cui Leonardo produce un articolato ragionamento sulle varie tipologie di onda:

Sono l'onde dell'acqua […] *dirivate da 3 diverse chause*, delle quali *la prima* è dal suo propio moto naturale; *la 2ª* è mediante nel moto dell'aria che chon quella si cong[i]ugne; *terça* è causata dalla perchussione di qualunche cosa che sopra vi perchuota. *L'onda causata dal suo moto naturale si divide in 2 nature*, delle quali *la prima* à in sé lungeça secondo il corso libero dell'acqua; *la 2ª* fia traversale per chausa di ringorgatione del fiume *o* per qualche altro obietto opossto al suo chorso.

Pur nella sua brevità, il passo concentra una mole notevole di informazioni, che si distribuiscono razionalmente all'interno dell'enunciato attraverso una rigorosa partizione dei fattori in analisi. Nello specifico, Leonardo riflette su tre possibili tipologie di onda che si riconducono ad altrettante cause, e introduce il problema ricorrendo a una struttura ordinativa, con frase di preannuncio, che anticipa le unità informative («Sono l'onde dell'acqua […] dirivate da 3 diverse chause»). In séguito le tre variabili vengono puntualmente enumerate: «la prima» (→ «dal suo propio moto naturale»); «la 2ª» (→ «mediante nel moto dell'aria che chon quella si cong[i]ugne»); «terça» (→ «causata dalla perchussione di qualunche cosa che sopra vi perchuota»). Conclusa, quindi, questa prima partizione, il testo ritorna sulla prima delle tre variabili elencate, scomponendola a sua volta con il medesimo procedimento. «L'onda causata dal suo moto naturale», infatti, «si divide in 2 nature», che vengono nuovamente indagate per enumerazione: una «prima» che «à in sé lungeça secondo il corso libero dell'acqua»; una «2ª» che «fia traversale per chausa di ringorgatione del fiume o per qualche altro obietto opossto al suo chorso» (si noti, per questa eventualità, l'ulteriore divisione delle cause tramite il solito connettivo disgiuntivo *o*).

Pertanto, tornando per l'ultima volta al concetto di «ordine» e di chiarezza espositiva, è significativo come l'andamento iper-raziocinante del testo permetta di riassumerne i contenuti attraverso una mappa concettuale che ripartisce in forma schematica le variabili in analisi, con relative cause e conseguenze che le intrecciano.



Si consideri che tali procedimenti testuali, interpretabili come intelaiature di base del ragionamento empirico leonardiano, arrivano a complicarsi in soluzioni molto più articolate di quelle che abbiamo appena osservato. Ma non è nostra intenzione approfondire in questa sede un argomento tanto complesso, vasto e specifico, a maggior ragione perché inserito in uno studio ancora in corso di sviluppo, e in quanto tale passibile di nuove valutazioni[29]. Basti dire, per il momento, che la larga presenza di questi schemi argomentativi nella prosa vinciana rappresenta un dato di fatto[30], ma

[29] Tengo a precisare che questi dati sono da interpretare come un primo accostamento ai materiali grezzi in merito alle strategie argomentative della prosa leonardiana, e di quella del Leicester in particolare. Considerata la complessità della materia e la *varietas* delle strategie testuali presenti nel Codice (per le quali mi sono limitato a trattare solo alcuni casi indicativi), rinvio per approfondimenti all'analisi linguistica che accompagnerà la nuova edizione del testo (la già citata FELICI, i.c.s.).

[30] Riporto, a questo proposito, alcuni esempi ricavati da una ricerca nel portale *E-Leo*: «L'acqua surgie dal fondo del fiume *in tre modi*, cioè *o* ella si leva con lento nascimento, *o* ellè sospinta da mantace, *o* ell'è sospinta dal foco che di sotto la scalda e vapora con continuo nascimento»

resta da valutare come e in che termini essi possano rientrare in una precisa tradizione di prosa tecnica e scientifica: valutazione che, considerata la scarsa attenzione finora dedicata al tema da parte degli studi linguistici, necessita di scavi approfonditi giungere a conclusioni lontane dall'approssimazione[31]. E ciò, in fondo, si ricollega direttamente alla considerazione da cui siamo partiti, riguardo alla figura di Leonardo: tra i personaggi più noti e apprezzati nella cultura mondiale, tanto osservato, letto e studiato nel corso dei secoli, ma ancora capace di offrire nuovi e interessanti orizzonti d'indagine, nelle sue scritture e nella sua lingua.

(Cod. Arundel, c. 160*v*); «Quando il diaframma si discurva, *elli fa tre effetti*; de' quali *il primo* è che cresce lo spazio al petto, nel quale tira e dilata il polmone e lo costrigne a riempirsi di nova aria; *secondariamen*[*te*] esso sospigne in basso lo stomaco contro alle intestine e dà moto al vento e alle superfluità che i· lor s'includano; *e la terza* è che esse intestine si raccortano e ingrossano e costringano il mirac e il sifac alla incurvatura e figura testudinale» (Coll. Windsor, c. 178*r*). Ma va comunque considerato che, anche in questo caso, si potrebbero riportare molti altri contesti interessanti dal *corpus* autografo vinciano.

31 Allo stato attuale i moduli in analisi sono stati indagati specificamente in rapporto all'andamento della prosa machiavelliana e alla scrittura cancelleresca del XIV sec. (per cui cfr. almeno VELA, 1992; PATOTA, 2014, 2019, pp. 237-65; DARDANO, 2017, pp. 31-198; FELICI, 2017, 2018a, 2018b); mentre si deve a Rita Librandi l'osservazione di simili strategie argomentative in testi letterari del Medioevo, chiaramente debitori della tradizione scolastica (cfr. almeno LIBRANDI, 2004, 2013; e, inoltre, ALTIERI BIAGI, 1998b, insieme al già citato contributo di Paolo Senna in questo volume). Notevole, in ultimo, l'attenzione dedicata a strutture simili nella prosa di Benedetto Varchi da parte di Anna Siekiera (2007).

Bibliografia

ALTIERI BIAGI, 1998°
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Fra lingua scientifica e lingua letteraria*, Pisa-Roma-Venezia-Vienna, Istituti editoriali e poligrafici internazionali.
ALTIERI BIAGI, 1998b
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Forme della comunicazione scientifica* (1993), in Altieri Biagi 1998a, pp. 21-73.
ALTIERI BIAGI, 1998c
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Sulla lingua di Leonardo* (1982), in Altieri Biagi 1998a, pp. 75-95.
BIFFI, 2008
Biffi, Marco, *La lingua tecnico-scientifica di Leonardo da Vinci*, in *Prospettive nello studio del lessico italiano*. Atti del IX Congresso SILFI (Firenze, 14-17 giugno 2006), a cura di Emanuela Cresti, Firenze, University Press, 2 voll., I, pp. 129-36.
BIFFI, 2010
Biffi, Marco, *Leonardo da Vinci*, in Enciclopedia dell'Italiano, a cura di Raffaele Simone, Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana, 2 voll., I, pp. 772-74.
BIFFI, 2017
Biffi, Marco, *Osservazioni sulla terminologia architettonica leonardiana*, in «Studi di lessicografia italiana», XXXIV (2017), pp. 131-58.
CALVI, 1909
Calvi, Gerolamo (a cura di), *Il codice di Leonardo da Vinci della Biblioteca di Lord Leicester in Holkham Hall, pubblicato sotto gli auspici del R. Istituto lombardo di scienze e lettere*, Milano, Cogliati, 1909.
CASTELLANI, 1952
Castellani, Arrigo, *Nuovi testi fiorentini del Dugento*, con introduzione, trattazione linguistica e glossario, 2 voll., Firenze, Sansoni, 1952.
CASTELLANI, 1980
Castellani, Arrigo, *Saggi di linguistica e filologia italiana e romanza (1946-1976)*, 3 voll., Roma, Salerno Editrice.
CASTELLANI, 1982
Castellani, Arrigo, *La prosa italiana delle origini*, I: *Testi toscani di carattere pratico*, Bologna, Pàtron, 1982.
DARDANO, 2017
Dardano, Maurizio, *La prosa del Cinquecento. Studi sulla sintassi e la testualità*, Pisa, Fabrizio Serra Editore.
DESCENDRE, 2010
Descendre, Romain, *La biblioteca di Leonardo*, in *Atlante della letteratura italiana*, Torino, Einaudi, 2010, I, pp. 592-95.

DURANTE, 1981
Durante, Marcello, *Dal latino all'italiano moderno: saggio di storia linguistica e culturale*, Bologna, Zanichelli.
E-Leo
Archivio digitale per la consultazione dei manoscritti rinascimentali di storia della tecnica e della scienza, banca dati virtuale realizzata dalla Biblioteca Leonardiana di Vinci (www.leonardodigitale.com).
FANINI, 2013
Fanini, Barbara, *Dall'*invenzione al cartone. *Appunti sul lessico artistico di Leonardo*, in «Studi di Memofonte», XI (2013), pp. 227-56.
FANINI, 2017
Fanini, Barbara, *Aspetti grafici e fonomorfologici della lingua di Leonardo. Il codice Trivulziano*, in «Raccolta Vinciana», XXXVII (2017), pp. 1-104.
FANINI, 2018a
Fanini, Barbara, *«E così seguirà insino alla consumatione del suo impeto». Sul lessico della cinematica e della dinamica negli autografi di Leonardo da Vinci*, in «Studi di lessicografia italiana», XXXV (2018), pp. 67-105.
FANINI, 2018b
Fanini, Barbara, *Le liste lessicali del codice Trivulziano di Leonardo da Vinci. Trascrizione e analisi linguistica*, Firenze, Franco Cesati Editore.
FANINI, 2018c
Fanini, Barbara, *Leonardo e le parole dell'acqua*, in Galluzzi 2018, pp. 203-19 (*Glossario* pp. 215-19).
FANINI, i.c.s.
Fanini, Barbara, *Glossario leonardiano. Nomenclatura della meccanica nel corpus degli autografi*, Firenze, Olschki.
FELICI, 2015
Felici, Andrea, *Michelangelo a San Lorenzo (1515-1534). Il linguaggio architettonico del Cinquecento fiorentino*, Firenze, Olschki.
FELICI, 2017
Felici, Andrea, *«Honore, utile et stato». "Lessico di rappresentanza" nelle lettere della cancelleria fiorentina all'epoca della pace di Lodi*, in «Studi di Lessicografia Italiana», XXXIV, pp. 83-130.
FELICI, 2018a
Felici, Andrea, *«Parole apte e convenienti». La lingua della diplomazia fiorentina di metà Quattrocento*, Firenze, Accademia della Crusca, XIII, 2018.
FELICI, 2018b
Felici, Andrea, *Una strategia argomentativa dalle lettere della cancelleria fiorentina di metà quattrocento. Il procedimento ipotetico-dilemmatico*, in «Interpres», XXXVI, pp. 51-91.

FELICI, i.c.s.
Felici, Andrea, *«L'alitare di questa terrestre machina». Il Codice Leicester di Leonardo da Vinci. Edizione e studio linguistico*, Firenze, Accademia della Crusca.
FROSINI, 1990
Frosini, Giovanna (a cura di), Matteo Franco, *Lettere*, Firenze, Accademia della Crusca.
FROSINI, 2014
Frosini, Giovanna, *Lingua*, in SASSO-INGLESE, 2014, II, pp. 720-32.
GALLUZZI, 2018
Galluzzi, Paolo (a cura di), *L'acqua microscopio della natura. Il Codice Leicester di Leonardo da Vinci*, Firenze, Giunti Editore.
GIBELLINI, 2019
Gibellini, Cecilia (a cura di), *Leonardo e la scrittura*, in «Rivista di letteratura italiana», XXXVII, 2.
KEMP, 2018
Kemp, Martin, *"E questo fia un racolto sanza ordine". Compilazione e caos nel Codice Leicester*, in GALLUZZI, 2018, pp. 23-41.
LAURENZA, 2018
Laurenza, Domenico, *Leonardo da Vinci. The Codex Leicester*, Firenze, Giunti Editore.
LEONARDO, 1996
Leonardo da Vinci, *Della natura, peso e moto delle acque. Il codice Leicester*, Milano, Electa.
LIBRANDI, 2004
Librandi, Rita, *Tratti sintattico-testuali e tipologia di testi: la trattatistica scientifica*, in *SintAnt. La sintassi dell'italiano antico*. Atti del Convegno internazionale di studi (Università di Roma Tre, 18-21 settembre 2002), a cura di Maurizio Dardano e Gianluca Frenguelli, Roma, Aracne, pp. 271-91.
LIBRANDI, 2013
Librandi, Rita, *Dante e la lingua della scienza*, in *Dante e la lingua italiana*, a cura di Mirko Tavoni, pp. 61-87.
MACCAGNI, 1996
Maccagni, Carlo, *Cultura e sapere dei tecnici del Rinascimento*, in *Piero della Francesca tra arte e scienza*. Atti del Convegno internazionale (Arezzo-Sansepolcro, 8-12 ottobre 1992), a cura di Marisa Dalai Emiliani e Valter Curzi, Venezia, Marsilio, 1996, pp. 279-92.
MANNI, 1979
Manni, Paola, *Ricerche sui tratti fonetici e morfologici del fiorentino quattrocentesco*, in «Studi di grammatica italiana», VIII (1979), pp. 115-71.

MANNI, 1990
Manni, Paola (a cura di), *Testi pistoiesi della fine del Dugento e dei primi del Trecento*, Firenze, Accademia della Crusca.
MANNI, 2008a
Manni, Paola, *Percorsi nella lingua di Leonardo: grafie, forme, parole*. XLVIII Lettura Vinciana (12 aprile 2008), Firenze, Giunti, 2008.
MANNI, 2008b
Manni, Paola, *Riconsiderando la lingua di Leonardo*, in «Studi linguistici italiani», XXXIV (2008), pp. 11-51.
MANNI, 2015a
Manni, Paola, *Sulla terminologia delle macchine in Leonardo: tradizione, innovazione e sviluppi futuri*, in *Scienze e rappresentazioni. Saggi in onore di Pierre Souffrin*, a cura di Pierre Caye, Romano Nanni e Pier Daniele Napolitani, Firenze, Olschki, 2015, pp. 347-65.
MANNI, 2015b
Manni, Paola, *Sulla lingua tecnico-scientifica di Leonardo. Bilancio di un decennio fecondo*, in «Studi di Memofonte», XV (2015), pp. 44-52.
MANNI-BIFFI, 2011
Manni, Paola- Biffi, Marco (a cura di), *Glossario leonardiano. Nomenclatura delle macchine nei codici di Madrid e Atlantico*, Firenze, Olschki.
MANNI-FANINI, 2019
Manni, Paola, Fanini, Barbara, *Dall'*Abacho *al* Morgante. *Leonardo e i suoi primi libri*, in GIBELLINI, 2019, pp. 85-94.
MARINONI, 1944-1952
Marinoni, Augusto, *Gli appunti grammaticali e lessicali di Leonardo da Vinci*, 2 voll. (I: *L'educazione letteraria di Leonardo*; II: *Testo critico*), Milano, Istituto Nazionale di Studi sul Rinascimento, Sezione Lombarda, Castello Sforzesco.
MARINONI, 1952
Marinoni, Augusto (a cura di), Leonardo da Vinci, *Scritti letterari*, Milano, Rizzoli.
MONTORFANI 2019
Montorfani, Pietro, *La sintassi di leonardo e i moti dell'acqua (le spirali del Codice Leicester)*, in GIBELLINI, 2019, pp. 95-100.
PALERMO, 1990-92
Palermo, Massimo, *Sull'evoluzione del fiorentino nel Tre Quattrocento*, in «Nuovi Annali della facoltà di Magistero dell'Università di Messina», 9, pp. 131-56.
PATOTA, 2014
Patota, Giuseppe, *Stile*, in SASSO-INGLESE, 2014, II, pp. 733-43.
PATOTA, 2019
Patota, Giuseppe, *La grande bellezza dell'italiano. Il Rinascimento*, Roma-Bari, Laterza.

PEDRETTI, 1987
Pedretti, Carlo, *The Codex Hammer of Leonardo da Vinci, translated into English and edited by C. P.*, Firenze, Giunti Editore.
PIRO, 2019
Piro, Rosa, *Glossario leonardiano. Nomenclatura dell'anatomia nei disegni della Collezione Reale di Windsor*, Firenze, Olschki.
PONTE, 1976
Ponte, Giovanni, *Leonardo prosatore*, Genova, Tilgher.
QUAGLINO, 2014
Quaglino, Margherita, *Glossario leonardiano. Nomenclatura dell'ottica e della prospettiva nei codici di Francia*, Firenze, Olschki.
SASSO-INGLESE, 2014
Sasso, Gennaro-Inglese, Giorgio (diretta da), *Machiavelli. Enciclopedia machiavelliana*, 2 voll., Roma, Istituto della Enciclopedia Italiana.
SERIANNI, 1977
Serianni, Luca (a cura di), *Testi pratesi della fine del Dugento e dei primi del Trecento*, Firenze, Accademia della Crusca.
SIEKIERA, 2007
Siekiera, Anna Maria, *Aspetti linguistici e stilistici della prosa scientifica di Benedetto Varchi*, in «Studi linguistici italiani», XXXIII, pp. 3-50.
TLIO
Tesoro della Lingua Italiana delle Origini, in corso di sviluppo presso l'Istituto del CNR – Opera del Vocabolario Italiano (www.tlio.ovi.cnr.it/TLIO).
VECCE, 1993
Vecce, Carlo, *Scritti di Leonardo da Vinci*, in *Letteratura Italiana*, diretta da Alberto Asor Rosa, II: *Le Opere. Dal Cinquecento al Settecento*, Torino, Einaudi, 1993, pp. 95-124.
VECCE, 2017
Vecce, Carlo, *La biblioteca perduta. I libri di Leonardo*, Roma, Salerno Editrice, 2017.
VECCE, 2018
Vecce, Carlo, *Sullo scrittoio del Codice Leicester*, in GALLUZZI, 2018, pp. 185-200.
VELA, 1992
Vela, Claudio, *Niccolò Machiavelli*, in *Testi nella storia. La letteratura italiana dalle origini al Novecento*, 4 voll., a cura di C. Segre e C. Martignoni, Milano, Edizioni Scolastiche Bruno Mondadori, II, pp. 21-147.

PAOLO SENNA

Sulla lingua della scienza nel Rinascimento
Annotazioni sulle forme dell'argomentazione

1. Nell'età umanistico-rinascimentale la lingua della scienza si definisce progressivamente tanto nei suoi aspetti lessicali, quanto in quelli sintattici, che sono alla base delle strutture argomentative. Come accade per la lingua volgare nel suo insieme, anche la lingua della scienza non può fare a meno del rapporto con la lingua latina - un rapporto subordinato, ma progressivamente sempre meno ancillare, con una curva che prende le mosse dai volgarizzamenti medioevali, vede l'elaborazione di trattati e discorsi via via più autonomi, fino al punto di svolta, o piuttosto di rilancio, costituito dalla prosa galileiana[1].

Se è vero che la lingua non è solamente uno strumento espressivo, ma pone in essere anche un'azione informativa dei contenuti - capace cioè di dare una *forma* ai contenuti - è un dato inevitabile che la lunga tradizione trattatistica latina abbia *informato* l'elaborazione dei testi, sia nel lessico che nella sintassi. Ciò avviene anche in termini di *dispositio* e di *elocutio*, ovvero nell'impiego, nella pratica scrittoria, di strutture e formule sintattico-argomentative ben determinate. Come hanno rilevato gli studi di Luca Serianni, Maria Luisa Altieri Biagi e Maurizio Dardano, nella sintassi appare particolarmente evidente la collaborazione del volgare con la tradizione "alta"[2]. Ed è merito di Rita Librandi[3] l'aver evidenziato sulla base di dati testuali come i testi volgari scientifici del periodo medievale si esemplino in modo evidente sui caratteri della prosa latina di matrice scolastica, emulando e spesso amplificando la progressione tematica e la coesione, ovvero il modo in cui gli argomenti vengono introdotti e continuati nelle proposizioni del testo, attraverso anafore, iterazioni, segmentazioni coerenti del discorso, schematizzazioni con l'intento di chiarificare, prima di tutti allo scrivente, le qualità e la struttura delle argomentazioni.

---

[1] Per una inquadratura della questione si fa riferimento a: MIGLIORINI, 1960; PACCAGNELLA, 1984; VITALE, 1984; TAVONI, 1990 e 1992; COLETTI, 1993; DARDANO, 1994; MARAZZINI, 1994; TROVATO, 1994a e 1994b; LEPSCHY, 1996; COLUCCIA, 2001. Sulla lingua di Galileo si ricordino i lavori di: ALTIERI BIAGI, 1965, 1990, 1993a, 1993b, 2013; MIGLIORINI, 1973; MANNI, 1985.

[2] SERIANNI, 1989; ALTIERI BIAGI, 1998a; DARDANO, 2012.

[3] LIBRANDI, 2013 e 2015. Del pari significativo è il precedente lavoro condotto per l'edizione della *Metaura d'Aristotile* (LIBRANDI, 1995).

È quanto si osserva, cito dai lavori di Librandi, nel *Trattato della spera* di Zucchero Bencivenni, dove assistiamo alla reiterazione progressiva del tema in stretta imitazione del modello latino, il *De sphaera* di Sacrobosco:

SACROBOSCO, *De sphaera*	BENCIVENNI (volg.), *Trattato de la Spera*, I.5-9
Spera igitur ab Euclide sic describitur:	*La spera* si difinisce in questo modo [...]
spera est transitus circumferentie [...]	*spera* è corpo costituito di circumferenzia [...]
Id est, *spera* est tale corpus rotundum et solidum […]	cioè *spera* è quel corpo ritondo solido [...]
Spera vero a Theodosio sic describitur:	*La spera* si definisce in questo altro modo [...]
spera est corpus solidum, una superficie contentum [...]	*spera* è corpo solido e ritondo il quale ae una superficie [...]
Spera autem dupliciter dividitur [...]	*La spera* si divide in due parti [...]
Secundum accidens quidem dividitur in *speram* rectam et obliquam[4].	Secondo accidente *la spera* si divide in due parti, cioè in *spera* diritta e spera torta[5]

Tale reiterazione del tema (*la spera*) è un dato che occorre regolarmente anche nella *Composizione* di Ristoro d'Arezzo che, a differenza della *Spera* volgarizzata dal Bencivenni, non dipende da un trattato originale latino, ma, pur essendo opera autonoma in volgare, ricalca le medesime movenze del periodare latineggiante presenti anche nei volgarizzamenti:

E coloro che stanno e·llo mezzo de la terra [...] *veggono uno cerchio* e·llo mondo [...]
E questo cerchio passa per ambedoi li poli [...]
E a questo cerchio se partesce *un altro cerchio* [...]
e questo cerchio [...] ha doi ponti [...]
e questo cerchio te demostra [...]
Vedamo quale capetano de gente debia venire [...]
E vedemo e è rascione che uno omo è forte [...]
E trovamo questo segno malicioso [...]
E vediamo se noi potemo pónare ariete [...]
E vediamo en quale loco noi potiamo pónare Mars [...]
E vediamo se Mars dea èssare masculino [...][6]

Si noti il ricorso all'iterazione, particolarmente insistente, della coordinazione tramite la congiunzione "e", che di riflesso instaura una

[4] SACROBOSCO, 1949, *Proemium*, cap. I, pp. 76-77. Il carattere corsivo in questa come nelle successive citazioni è mio.
[5] BENCIVENNI, 1999, pp. 97-99.
[6] RESTORO D'AREZZO, 1976, I.3.1-3 (pp. 5-6) e II.2.3 (pp. 78-82); cfr. LIBRANDI, 2013, p. 66.

ripetizione anaforica (*E vediamo*). Si tratta di un procedimento che ricalca le *divisiones* e le *distinctiones* della prosa scolastica[7], cui si aggiungono spesso delle inserzioni di strutture elencative atte a favorire la memorizzazione, la chiarezza dell'enunciazione e i passaggi tra le diverse unità testuali:

Che 'l mondo sia ritondo *tre ragioni* se ne possono assegnare: *l'una ragione* si è per similitudine, l'altra per commodità, e l'altra per necessità [...]
La seconda ragione si è per commodità [...]
La terza ragione si è per necessitade [...][8]

Librandi ha dimostrato come tali processi siano presenti anche nel *Convivio* dantesco, un'opera che può a buon diritto essere definita "scientifica" per il suo tempo, capace di elaborare originalmente le teorie filosofico-scientifiche contemporanee; e tuttavia Dante, pur aderendo ai moduli della prosa di matrice scolastica, è assolutamente in grado di innovare e di offrire una prosa più variata e meno schematica.

Tuttavia, non è sempre distinguibile con un taglio netto quali siano i tratti sintattico-testuali tipici dei testi scientifici e quali invece appartengano alla prosa media *non letteraria* o non strettamente letteraria loro contemporanea, soprattutto nell'età mediana e, poco oltre, nella prosa scientifica quattro-cinquecentesca; un risultato cui si può arrivare solo con un'analisi sistematica del patrimonio dei testi disponibili. Tenterò di evidenziare, in questo lavoro, se vi sono nel periodo tra Quattro e Cinquecento elementi sintattico-testuali tipici che possano essere ritenuti caratterizzanti di testi scientifici e quindi *non letterari* o *non concepiti come strettamente letterari*, pur tenendo conto dell'intenzione elativa (e quindi in certo senso letteraria) di scritti di scienza che mirano ad essere testi *anche* di letteratura, come attestano in misura maggiore il caso leonardiano prima e la prosa di Galileo un secolo dopo. Perché questo è uno snodo che corre su un doppio binario di indipendenza e al contempo subordinazione (o ammiccamento) non solo tra il codice della lingua latina e quello della lingua volgare, ma anche tra due "linguaggi", ovvero tra la lingua scientifica e quella letteraria: in questo panorama sono possibili sovrapposizioni, prestiti, precisazioni concettuali, e via dicendo, particolarmente presenti e fecondi in un'età come quella umanistico-rinascimentale, che offre uno spettro ampio tra le necessità dell'innovazione e le resistenze della tradizione.

[7] Presente pure nell'omiletica, nel cui contesto la struttura strettamente vincolata è garanzia di efficacia pedagogica. Cfr. PALERMO, 2018.
[8] BENCIVENNI, 1999, I.26-29, p. 102; cfr. LIBRANDI, 2013, p. 67.

2. I procedimenti sintattici e argomentativi presenti nei trattati scientifici medievali, in particolare di carattere iterativo e volto a una successione codificata delle parti, si manifestano anche nella trattatistica volgare *non letteraria* di derivazione alta, come le opere di teologia, e questo fino alle soglie del Cinquecento, come dimostra l'esempio di un poco noto trattato di argomento teologico in lingua volgare, i *Dialogi de anima*, scritto da Melchiorre Frizzoli da Parma, francescano e commissario di Ludovico il Moro, e pubblicato a Milano per i tipi di Leonhard Pachel nel 1499[9]. Si tratta di un trattato in forma di dialogo in cui la protagonista Theosebia conduce passo passo l'altro dialogante, significativamente chiamato Microcosmo, esponendogli le qualità dell'anima (che cosa sia, dove risieda, perché non si veda, e così via): un impianto protrettico in forma di "rivelazione", sul modello della *Consolatio philosophiae* di Boezio. Nell'intendimento di offrire al lettore una formulazione organica del sapere, risultano di interesse in questo testo la presenza di diverse questioni che esulano da temi che diremmo strettamente teologici e riguardano piuttosto l'ambito cosmologico, l'astronomia e la matematica. Microcosmo pone infatti a Theosebia domande a proposito della conformazione della terra e dei cieli, dell'ampiezza della sfera terrestre, del numero delle stelle, della distanza tra la terra e l'empireo, del tempo necessario a percorrere tale distanza. Theosebia risponde citando testi allora ritenuti della più alta tradizione scientifica, ovvero Isidoro e Plinio, la *Sfera* di Sacrobosco, l'*Astrolabio plano* di Johann Engel (Giovanni anglico), "il magno astronomo Tolomeo", "Hipocrate philosopho et phisico".

Mi limito a brevi rilievi sintattico-argomentativi riferiti a due frazioni testuali. La prima è tolta dalle sezioni che nei *Dialogi de anima* sono dedicate alla spiegazione di concetti complessi attraverso esempi o esperimenti pratici: qui è possibile evidenziare il ricorso alla paratassi, la ripetizione (iterazione) di sintagmi identici volti a chiarire l'esposizione, la forma allocutiva e la misura didattica del discorso, fortemente orientata sul ricevente, come attesta la dimostrazione basata sulla concretezza della realtà quotidiana:

Co(n)sidera la rodda del carro la quale he *piena de giodi* intorno intorno per tutta la circunferentia. *Et pianta dicta rodda* in vna stanga che stia firma sublevata da terra. *Et fa che la rodda fia girada* intorno *(et) mirra* molto beni *quilli gioldi*. *Tu li videray* tutti venire ad vno ad vno ala (pre)sentia de

[9] Non è certo un'innovazione del Frizzoli l'allargamento al volgare del discorso teologico: basti pensare a Bono Giamboni e soprattutto al diffusissimo volgarizzamento dei *Dialoghi* di San Gregorio Magno operato da Domenico Cavalca, verso i quali i *Dialogi de anima* appaiono avere più di un debito. Per uno studio sui *Dialogi de anima* e sui criteri di edizione del testo si rimanda a SENNA, 2005.

li ogi tuoy *(et) li vederay* passare (et) absentarse ad vno ad vno de la (pre)sentia de li ogi tuoy *per lo girar(e) de la rodda*. *Et* niento di ma(n)cho *dicti gioldi* may non se absentarano da la stanga però che da qualuncha banda *siano girati* sempre serano presenti a la predicta stanga[10].

Sono stati indicati in corsivo tanto i tratti sintagmatici caratterizzati da ripetitività e/o da progressione lineare quanto l'insistito ricorso alla congiunzione (*et*). Il secondo passaggio scelto invece dà l'idea di come sia scolasticamente strutturata la risposta alla domanda posta da Microcosmo sulla natura del "cielo empireo", secondo un modello fortemente coeso e vincolato da una struttura elencativa:

Il cielo empireo si è di natura perspicua, però che egli è chiaro […]
Alia condicio.
L'altra si è che'l cielo empireo si è di natura continua […]
Alia condicio.
L'altra si è che'l cielo empireo si è dativo del lume […]
Alia condicio.
L'altra si è che che'l ciel empireo si è di natura non mota […][11].

L'esistenza di una stratificata e pervasiva tradizione retorica ammette il riversamento di scelte sintattiche e strutture argomentative omogenee dalla trattatistica latina a quella volgare che, come tali, caratterizzano anche la lingua della scienza fortemente segnata da un *imprinting* di matrice scolastica.

3. Per questa ricerca sono stati campionati alcuni testi tecnico-scientifici dell'età umanistico-rinascimentale, concentrando l'analisi su porzioni testuali che, per il loro carattere costitutivo, presentano una forma canonizzata e ripetibile all'interno della tradizione scientifica volgare[12]. Il fatto di obbedire a una struttura omogenea ne agevola la confrontabilità fra opere di diversi autori. Sono stati presi in esame: 1. i problemi e i calcoli; 2. le spiegazioni e dimostrazioni (sia semplici che strutturate); e infine 3. i proemi, che, pur non essendo di dominio esclusivo della trattatistica scientifica, possono offrire alcuni dati significativi per il loro carattere di manifestazione delle finalità dell'opera e delle volontà dello scrivente.

[10] MELCHIORRE DA PARMA, 1499, c. 32r.
[11] *Ibidem*, cc. 38v-39r.
[12] Sulla tradizione tecnico-abacistica, che vanta esponenti di primissimo piano, importanti scavi sono stati condotti in particolare da MACCAGNI, 1996; MATTESINI, 1996; MANNI, 2001.

3.1. La presenza di problemi e di calcoli è uno dei tratti caratteristici delle scritture della cultura abacistica o "meccanica". È infatti tipico del trattato d'abaco il fatto di riportare, dopo l'esposizione di una regola di carattere generale, una serie più o meno ampia di quesiti o di casi pratici. Riproduco a titolo di esempio due problemi tolti da due libri d'abaco, uno dal trattato di Paolo Gherardi e l'altro da un anonimo trattato d'abaco lucchese del XIV secolo, riproducendoli da uno studio di Paola Manni sulla matematica nel Medioevo:

Truovami 2 numeri che sia tal parte l'uno de l'altro come 2 di 3 e faccia tanto multiplicato l'uno per l'altro quanto fanno raggiunti insieme.
Pognamo che ll'uno sia due cose e l'altro converrà che sia 3, or di': 2 cose via 3 cose fa 6 censi e 2 cose e 3 cose fanno 5 cose. Abiamo che 5 cose sono iguali a 6 censi, de' partire le cose per li censi, che de' partire 5 in 6 che ne viene 5/6 e cotanto vale la cosa e ponesti 2 cose e 3 cose, dunque diremo: 2 via 5/6 fa 1 e 2/3. E cotanto fu l'u' numero e diremo: 3 via 5/6 fa 2 1/2. E cotanto fu l'altro numero. Ed è facta[13].

Di conpagnia
[E'] sono 2 huominj a ànno denarj; e i denarj del primo sono tal parte di quellj del seghondo chome 3 di 4, e multipricato quel del primo per se medessmo fanno tanto quanto agiuntj insieme. Vo' sapere quanto aveva chatuno. De' fare chosìe. Pongiamo che 'l primo abbia 3 chose, per se medesimo fanno 9 censi; e 3 chose e 4 chose fa 7 chose. Abiamo che 9 censi sono egualj a 7 chose; dèi partire ne' censi, vienne 7/9, e chotanto vale la chosa. E tu e' ponestj per lo primo 3 chose, di': 3 via 7/9 fae 2 e 1/3, e 2 e 1/3 àe il primo. E per lo seghondo ponestj 4 chose, di': 4 via 7/9 fae 3 e 1/9, e 3 e 1/9 àe il seghondo. Ed è fatta, chosì fae le somiglianti ragioni[14].

In entrambi i testi sono riconoscibili elementi omogenei: anzitutto la richiesta, ovvero il problema (*Truovami due numeri*; *Vo' sapere quanto aveva chatuno*); in secondo luogo, l'imperativo che suggerisce il procedimento da seguire (*or di'*; *De' fare chosìe*); ancora, l'indicazione delle operazioni matematiche (*via… via… via*); infine, la conclusione del procedimento (*Ed è facta*; *Ed è fatta, chosì fae le somiglianti ragioni*). Nel secondo caso, il problema non è del tutto astratto ma è calato in una specifica situazione della vita mercantile, come è indicato nel periodo introduttivo.

[13] GHERARDI, 1987, pp. 98-99. L'espressione matematica che esprime questo dettato è: (2x) (3x) = 2x + 3x, da cui si ottiene: $6x^2 = 5x$; e infine: $x = 5/6$. Cito da MANNI, 2001, p. 141.
[14] ARRIGHI, 1973, pp. 143-144. L'espressione matematica che esprime questo dettato è: $(3x)^2 = 3x + 4x$, da cui si ottiene: $9x^2 = 7x$; e infine: $x = 7/9$. Cito ancora da MANNI, 2001, p. 141.

Non diversamente nel *Trattato d'abaco* di Piero della Francesca, per la prima parte riguardante l'aritmetica, abbiamo situazioni canoniche di questo tipo:

Le 9 Libre vaglano 7 bracci di panno, le 10 Libre quanti bracci varano?
Montiplica li 7 bracci di panno con le 10 Libre fanno 70, parti per le 9 Libre ne vene 7 bracci et 7/9. Adunqua arai per 10 Libre 7 bracci di panno e 7/9.
Tre fanno compagnia, il primo dèi cava' 1/3 il secondo de' cavare 1/4, il terço de' cavare 1/5. Ànno guadagnato 20 ducati, che toccarà per uno?
Fa' così. Trova uno numero che ci sieno tucte queste parti, il quale è 60, che 1/3 è 20 e 1/4 è 15 et il 1/5 è 12; giognili insiemi sono 47. Adunqua di': se 47 fusse 20, che seria 20? Montiplica 20 via 20 fa 400, parti per 47 ne vene 8 24/47, tanto ne tocca al primo. Poi montiplica 15 via 20 fa 300, parti per 47 ne vene 6 18/47, tanto tocca al secondo. Hora montiplica 12 via 20 fa 240, parti per 47 ne vene 5 5/47, questo tocca al terço. Così fa' nelle simili[15].

Anche qui individuiamo anzitutto l'enunciazione del problema (*quanti braci varano?*; *che toccarà per uno?*); l'imperativo che introduce al procedimento (*Fa' così*); le operazioni matematiche (*montiplica*… *parti*… *via*); la conclusione del procedimento (*Adunque arai*; *Così fa' nelle simili*). E anche qui, nel secondo testo, il problema è presentato nel contesto commerciale (*Tre fanno compagnia*). Un procedimento affine è usato da Leonardo, per esempio in questo caso in cui egli cerca di illustrare con una serie di calcoli la suddivisione di un semicerchio in settori omogenei, dove osserviamo la sequenza dei calcoli e del ragionamento con una successione di verbi all'imperativo e al futuro (evidenziati in corsivo):

[…] E se volli li 3/4, *dividi* il semicirculo in 20 *e leva* 4, *e resta* 16 per li 4/5 di 20. Sì che, avendo inteso come d'ogni numero tu hai a levare 4, se tu volli li 7/8, *tolli* un numero che riceva il 4 otto volte e *gitta via* 4, *resta* 7/8, il qual numero è 32, *resta* 4 di che numero è il 3/4? *Poni* il 4 sopra il 3 *e arai* 4/3, cioè uno e 1/3 *aggiungi* al 4, *il quale tu vuoi sapere* di che numero esso sia li 3/4, *e arai fatto* una somma di 5 e 1/3 e questo 5 e 1/3 è il numero di che 4 è li sua 3/4. Ora *multiplica* il 5 per 3, che sta sopra la riga e arai 15/3; *aggiungivi* l'uno che sta sopra la riga *e arai* 16/3, di cui 12 è li 3/4 […][16].

Oppure ancora in casi di problemi geometrici come i seguenti:

Sia la parte della porzione *a f d* della quale i' voglio la metà.
Addunque per una d'Euclide fagli li angoli della basa *a b* equali, e tira l'angolo *d* in *c*, e così arai lati e angoli equali nel triangolo *a b c*, così ridotto dal triangolo di lati e angoli inequali del

[15] PIERO DELLA FRANCESCA, 2012, pp. 7 e 16.
[16] LEONARDO DA VINCI, 1989, cc. 88r-v.

triangolo *a b d*; *e fa sempre* che la basa del triangolo sia corda dell'arco di tal porzione, *e sempre ti riuscirà* le partizioni equali in infinito[17].
La quadratura d'ogni triangolo si è a fare un quadrato, che l'un de' lati contenga la metà della basa di tale triangolo, e la sua altezza sia equal all'altezza del detto triangolo. Come diren del triangolo *a b d*, che, preso la metà della basa *e d*, e' se ne farà il quadrato *e d f e*, equale all'altezza del predetto triangolo. *E arai fatto la sua quadratura*[18].
Perché lo spazio *a n* è una subdupla di *n m*, darai uno in *m* contra 2 in *a*, e arai fatto una obposita subdupla, e staranno insieme in equilibra. E similmente *a n* è una subquadrupla di *n f*, darai 4 a *a*, e uno a *f*, onde fia equalato il tutto, e starà 6 contro in *a* contro a uno in *m*, e uno in *f*. *E starà bene*[19].

Si osservino i connettivi che descrivono i passaggi, tipici di un linguaggio pratico che risponde a necessità di immediatezza: *adunque, fagli, e tira, e così arai, e fa sempre*. Nel secondo e nel terzo passaggio sono esplicitate le conclusioni del ragionamento: *e sempre ti riuscirà*, *E arai fatto la sua quadratura*, *E starà bene*.

3.2. La seconda campionatura di testi presi in esame riguarda le spiegazioni o dimostrazioni. In queste frazioni testuali assistiamo allo sforzo di una strutturazione ordinata dell'esposizione secondo schemi espositivi impostati alla chiarezza. In Piero, nel *De perspectiva pingendi*, troviamo passaggi di queste tipologie testuali, dove si dà una dimostrazione con l'ausilio di uno schema grafico[20]:

Dunqua dico che le se rapresentano a l'ochio equali, perché il raggio AC passa per H et per F derictamente et nisuna di quelle base pasa di sopra il raggio né mancha; et il raggio AB passa per G et per E contingentemente le loro stremità a recta linea. *Adunqua concluderò* rapresentarse tucte le base che sono socto un medessimo angolo a l'ochio equali; *che è il proposto.* [I, i]

Adunqua sono fra loro equali, *sì che dirò* la basa BC essere più propinqua a l'angolo A che la basa EF a l'angolo D la quantità de HE; *et è chiaro il proposto.* [I, iii]

[17] LEONARDO DA VINCI, 1975-1980, c. 122v.
[18] *Ibidem*, c. 81v.
[19] LEONARDO DA VINCI, 1992, II, c. 148r.
[20] Non discuto in questa sede l'ampia questione delle "illustrazioni" scientifiche, ovvero l'impiego di diagrammi, schemi, disegni che fanno il loro ingresso nella spiegazione e nella dimostrazione di passaggi concettuali dei testi scientifici e che richiedono una trattazione sistematica. Rimando almeno a: O'MALLEY-SAUNDERS, 1952; VELTMAN, 1982; TOPPER, 1996; ACKERMAN, 1991; MONTGOMERY, 2001.

La prova: veggase se DE è equale ad EH che misi aparere la quantità de CG, commo se provò di sopra; *dico essere* equale ho simile, perché è quella proportione da AB ad AD che è da AC ad AE, et quella medessima proportione è da DE ad BC che è da EH ad CG; essendo proportionali sono o equali o simili, ma sono equali, perché metemmo BC de l'uno essere equale ad BC de l'altro; *che è chiaro il proposto*[21]. [I, xiii]

Le inferenze fra le proposizioni vengono esplicitate tramite l'uso di connettivi che sanciscono l'esattezza del procedimento: affermazione (*Dunqua dico*), conclusione del ragionamento (*Adunqua concluderò*), formula conclusiva di riprova dell'esattezza (*che è il proposto*). In questi esempi Piero adotta una rispondenza trimembre che rende il testo estremamente vincolato nella sua forma argomentativa. Non diversamente, anche in Leonardo si assiste a un procedere di natura fortemente didattica che esplicita tutti i passaggi del ragionamento, come in questo esempio di studio di una bilancia, accompagnato dall'immancabile schema grafico:

[schema di bilancia]
Ancora ricevendo il braccio *ab* 2 volte il braccio *b c*, che fa 8, tu partirai il dato peso *e* per 8, che ne viene 1/8, e tale avvenimento multiplicato per 4 fa 4/8, che è un mezzo, e tal mezzo è contra peso potente al resistere del dato peso.
E se 1 braccio del contra peso fussi 12, il braccio opposito sarebbe ricevuto 3 volte dal braccio del contra peso e farebbe 12; e con questo 12 partiresti il dato peso ch'è uno, che ne verrebbe 1/12, il quale multiplicato pel braccio del peso *b c* farebbe 4/12, cioè 1/3, e così arebbe tal proporzione il peso col suo contra peso, quale ha il braccio del contra peso col braccio del peso; *ch'è il nostro proposito*[22].

In altri casi, come in questa dimostrazione del triangolo equilatero, l'argomentazione segue modalità decisamente più strutturate, tanto che Leonardo avverte l'esigenza di impostare il testo in due sezioni consecutive in cui allinea la progressione del ragionamento, scandendolo ordinatamente in una *Prima propositione* e una *pruova*. I passaggi tra le proposizioni sono esplicitati da connettivi testuali che mirano a costruire un insieme periodale fortemente coeso ed unitario:

[21] PIERO DELLA FRANCESCA, 2016, pp. 85, 86, 100.
[22] LEONARDO DA VINCI, 1975-1980, c. 910v.

Prima propositione

Sopra una recta linia data, le 3 spetie de' triangoli si collochino.

Sia la linea data *a b*, sopra la quale *prima voglio fare* el triangolo equilatero, *quale farò così: io aprirò* il sesto quanto è la lunghezza della detta linia, e ssecondo quella quantità, per la seconda petitione, *farò el cerchio*, fermando l'uno de' piedi nel punto *a*, *quale cierchio* sia decto *a*, nomibato dal suo centro. Poi secondo la medesima quantità *descriverrò un altro cerchio*, fermando el piede inmobile nel puncto *b*, che ssia il cerchio *b* decto dal suo centro. *Questi due cerchi* di necessità si segheranno in dua punti, qual sieno *c d*, l'un de' quali, sia *d*, *io congiugnierò* colla extremità della decta linia, per la prima petitione, protraendo le recte *a b* e *b d*. *Dico el proposito essere concluso*, cioè che 'l triangolo *a b d* è equilatero, *come si voleva, che così te lo provo.*

La pruova

Perché le recte *a d* e *a b* sono equali, per la difinitione del *cerchio*, perché si movano da un medesimo centro e terminano 'n una medesima circunferentia, onde le rette *a d* e *a b* sono equali. *Adunque* per la prima conceptione, fra lloro tutce sono equali, perché ciasscuna di loro sono equali alla linia data *a b*[23].

L'osservazione inesausta dei dati naturali si riflette nella scrittura leonardiana e la rende un campo di indagine di vasto interesse per l'analisi dell'articolazione linguistico-argomentativa del pensiero. Il processo di analisi consente di comunicare sulla pagina non solo i risultati delle operazioni, ma anche il procedimento delle ricerche: ne risulta una prosa non meramente tecnica, ma più ampiamente scientifica, che Giovanni Ponte ha definito "critico-espositiva"[24]. Anche Veltman, partendo da un differente approccio, individua in Leonardo un processo segmentato a più livelli di spiegazione della realtà: riferimenti alla vita quotidiana; modelli; definizioni in termini astratti[25]. Limitandoci al dato linguistico, è possibile valutare come a questo programma a livelli tripartito di approccio alla realtà rispondano una serie di gradinature argomentative e stilistiche. Il codice C, ad esempio, offre fogli caratterizzati da una particolare suddivisione periodale:

Proposizione

La percussione delli ombrosi razzi nati da piramidal corpo ombroso sarà di biforcuta figura e di varia oscurità nelle sue punte.

[23] LEONARDO DA VINCI, 1974, II, c. 138v.

[24] PONTE, 1976. Cfr. anche SCARPATI, 2003. Sulla lingua di Leonardo la bibliografia è vastissima. Oltre ai lavori di Ponte e Scarpati rimando qui almeno a: MARINONI, 1969 e 1995; SEGRE, 1979; ALTIERI BIAGI, 1998b; MANNI, 2008a e 2008b; MANNI-BIFFI, 2011; QUAGLINO, 2013.

[25] VELTMAN, 1982.

Proposizione

Il lume che sarà maggior della punta e minor della basa del contr' a sé posto piramidal corpo ombroso, farà che l'ombroso causerà in sua percussione ombra di biforcuta figura e di varia qualità di scurezza.

Commento

Se 'l corpo ombroso minor del luminoso fa due ombre, e el corpo ombroso simile al luminoso, el maggiore ne fa una, è conveniente cosa che 'l corpo piramidale, che ha parte di sé minore, parte pari e parte maggiore del luminoso, facci' ombra biforcuta[26].

De ombra

Proposizione

Il lume primitivo e 'l dirivativo refressi, circundanti e corpi densi e sperici, fieno cagione ch'e termini dell'ombra primitiva d'esso corpo fia tanto più distinta e terminata colla sua parte vicina a' lumi, quanto il lume primitivo fia più chiaro che 'l dirivativo.

Commento

Quello si dice essere il lume primitivo, il quale allumina primamente i corpi ombrosi; e dirivativo è detto quello che da essi corpi risalta in quelle parti, che da esso primitivo lume sono remote.

[Figura di corpo luminoso e ombroso, con:] K, t p q, m h n, o, a b c d

I razzi duplicati per intersegazione ne' lumi e nelle ombre fieno ancora di doppia chiarezza <e> oscurità. La parte ombrosa di questo superiore corpo fia più chiara in *mhn* che in *tqp*, perché in essa parte s'intersega i due lumi dirivativi refressi, cioè *ab* e *dc*, come appare nel triangolo *mno*, e in *tm* non vede se non *dc*.

Dimostrazione

K sia il lume primitivo, che allumina il corpo ombroso in *tp* e i lochi *ab*, *cd*. Di *ab*, *cd* si parte il lume dirivativo e risalta nell'opposito corpo in *mn*. E tutta la parte del corpo in *h* fia più luminosa che in *q*, perché vista da duplicato lume, cioè *ab* et *dc*, onde *q* non è veduto se non da sce<m>pio lume, e però fia scuro[27].

Leonardo elabora coscientemente un procedimento stilistico che gli consente di distribuire ordinatamente il discorso in agili paragrafi predisposti alla classificazione delle esperienze. L'oggetto, messo a fuoco in termini generali dal titolo della sequenza, viene in seguito definito dalla "proposizione", che

[26] LEONARDO DA VINCI, 1986, c. 2r.
[27] *Ibidem*, c. 16v. Le parentesi uncinate indicano le integrazioni.

espone in modo chiaro e sintetico il principio o l'ipotesi su cui si fonda l'esperienza. Il "commento" è una serie di appunti tesi a presentare e chiarire l'uso di modelli (disegni, grafici, ecc.). Segue infine una "dimostrazione" che si propone di convalidare o cassare gli elementi dell'ipotesi verificati su base esperienziale. Questa partizione può subire variazioni, come attestano numerosi altri appunti che presentano solo proposizione con commento o con sola dimostrazione. In altri luoghi questo schema tripartito, pur non essendo esplicito, è tuttavia evidente, come dimostrano questi passaggi tratti dal Codice A[28]:

[Tre schemi di raggi e corpi luminosi, con:] a - b; distinto; indistinto
[1] L'amplificazione del corpo luminoso diriva dall'aria trasferita.
Il corpo ombroso che fia veduto per la linia della incidenzia del lume, non dimosterrà di sé all'occhio alcuna eminente parte.
[2] Esempligrazia: sia il corpo ombroso *a*, *c* sia il lume, *cm* e così *cn* siano le linie incidente luminose, cioè quelle linie che trasferiscano il lume al corpo *a*: l'occhio sia in nel punto *b*. Dico che vedendo il lume *c* tutta la parte *mn*, che quelli rilievi che vi sono, saranno tutti alluminati. [3] Adunque l'occhio posto in *c* non vi potrà vedere ombra e lume; non la vedendo, ogni parte li parrà d'uno colore, onde le differenzie delle parti eminenti e globbose non appariranno[29].

Nei fogli 10v-11r le considerazioni sulla prospettiva sono suddivise in paragrafi preceduti dalla parola "proposizione": una vera e propria casistica prospettica che valuta la questione in termini astratti. Nel fondo del foglio 11r viene invece affrontato il problema dell'isometria dei triangoli rettangoli, ancora secondo la partizione già individuata:

[Quattro triangoli progressivamente divisi in parti uguali, con:] a b c, d e f g; h i l k m n; o p q
[1] Il triangolo ortogonio, il quale fia tagliato dal mezzo di qualunque faccia infino a l'un degli antiposti angoli, sempre fia diviso per metà.
[2] *Abc* sia l'angolo ortogonio, *deg* sia quando esso triangolo fia diviso dalla mezza faccia all'angolo con la linia *ef*. E per provare come esse 2 partizioni sono equali, faremo di dette 2 partizioni 4 parti, le quali parti ciascuna concorrerà con un delli angoli al punto *l*, e trovando esse 4 parti in fra loro equali, potrai giudicare le 2 essere equali all'altre 2. E se *klm* è 1/4 del triangolo ortogonio, *opq* fia uno ottavo.
[3] Adunque nessuno triangolo ortogonio non si po fare dentro l'uno all'altro, che non n'entri in numero pari, se ben n'andassi in infinito[30].

[28] La numerazione fra parentesi quadre indica la suddivisione dei paragrafi per membri.
[29] LEONARDO DA VINCI, 1990, c. 2r. Qui e nelle successive citazioni la numerazione tra parentesi quadre è mia.
[30] *Ibidem*, c. 11r.

Il foglio 19r riporta uno studio sull'elasticità degli urti:

[Linea retta e linea segmentata, con:] f m d n c g - e b
[1] La linia della percussione e quella del balzo sono messe in mezzo da angoli equali. Ogni corpo battuto nell'obbietto risalta indirieto per un angolo simile a quello della percussione.
[2] Questa proposizione chiarame<n>te appare, imperò che se tu batterai una palla in uno muro, salterà indirieto per uno angolo simile a quello della percussione. Cioè se la balla *b* sarà gittata in *c*, tornerà indirieto per la linia *cb*, perché è costretta a las<c>iare sulla pariete *fg* angoli equali. E se tu la gitterai per la linia *bd*, tornerà indirieto per la linia *de*, e così la linia della percussione e la linia del balzo faranno uno angolo sopra la pariete *fg*, situato in mezzo a 2 angoli equali, come appare d in mezzo *mn*.
[3] Adunque se uno starà in *b* e griderà, la sua voce è tutta per la linia *fg* e tutta nella parte. Adunque chi starà, come dissi, in *b* e griderà, parralli sentire la sua voce in *c*, e tornare al suo orecchio per la linia *cb*. E se in quello medesimo tempo uno fia in *e*, parralli sentire la voce *b* nel loco *d*, e venire per la linia *de*[31].

In diverse pagine degli scritti di Leonardo è possibile evidenziare una chiara tendenza all'ordine che, nella maggior parte dei casi, si palesa come dinamica in tre tempi di "principio-modello-spiegazione". La formulazione astratta del pensiero viene visualizzata in un modello grafico che ha la duplice funzione di ripercorrere il cammino conoscitivo in termini astratti (è il momento della "spiegazione") e di approssimarsi visivamente al dato osservato. A questo schema fa spesso seguito una conclusione (*Adunque è necessario… Adunque tu devi…*) che dà esplicita conferma o cassatura del principio astratto dall'esperienza. Questa tendenza trimembre è la risposta macrostrutturale al bisogno di rigore e chiarezza espositiva richieste dal linguaggio scientifico, sebbene vanamente ricercheremmo un pensiero organico e ripartito in una struttura rigorosa negli appunti di Leonardo.

La base di dati può naturalmente essere allargata. Tuttavia da questa campionatura è possibile rilevare che la sintassi del periodo nelle zone testuali dedicate alla formulazione tanto di problemi e calcoli quanto di spiegazioni e dimostrazioni presenta i seguenti tratti omogenei[32]:

– l'andamento allocutivo del discorso, volto direttamente a una seconda persona (*trova*, *fai così*, *de' fare*, *se tu la gitterai*, ecc). Questo carattere ha

[31] *Ibidem*, c. 19r.
[32] Cfr. MANNI, 2001, pp. 142-143, che indagando il linguaggio della matematica nei libri d'abaco rileva: "Tali caratteri sintattici e testuali non sono congruenti soltanto col quadro storico e sociale che fa da sfondo a queste scritture: essi derivano in larga misura, ancora una volta, dalle fonti" (p. 143).

come corrispettivo la presenza dell'"io", che rappresenta il tratto residuale, nella prosa scritta, della figura del maestro che si propone didatticamente all'allievo;

- l'occorrenza di strutture verbali all'imperativo o al futuro, spesso precedute dal verbo "dovere", che prescrivono la corretta scansione del procedimento;
- la divisione del blocco di testo in parti coerenti e funzionali al ragionamento: la proposta del problema, spesso contestualizzata in un caso concreto; la sua soluzione, con i necessari passaggi di calcolo; in alcuni casi è presente anche la "prova" finale o dimostrazione. Questi elementi sono presenti fin dai trattati d'abaco, ma, con il progredire della prosa scientifica e la necessità dell'impiego di schemi grafici, lo scrivente avverte la necessità di strutturare il pensiero secondo formule più vincolate e, per così dire, "metodiche", come accade nel caso delle argomentazioni leonardesche;
- di conseguenza, la presenza, ben fissata, di alcuni marcatori morfologico-lessicali a segnalare le successioni del ragionamento e, perciò, la scansione ordinata del testo. Sono riconoscibili con chiarezza almeno tre di questi elementi: 1. la proposta della questione: *Voglio sapere*, *Trovami*; 2. Il procedimento: *Fa' così* (*Adunque fai così*); 3. La validità del procedimento: *Che è la prova*, oppure *Che è il proposito*, in accompagnamento a volte con l'invito a replicare ragionamenti e procedure, ovvero con la generalizzazione della validità del procedimento: *Così fa' nelli simili*, *e sempre ti riuscirà*;
- la scansione del testo in un blocco testuale fortemente caratterizzato dalla paratassi e quindi dalle congiunzioni "e", "così", "dunque"; mentre l'ipotassi è perlopiù ridotta all'uso del periodo ipotetico della realtà o della possibilità (*se volessi… se devi… se tu la gitterai*), che riflette la modalità di adesione concreta al dato esperienziale.

3.3. Le porzioni testuali precedentemente osservate presentano affinità strutturali e sintattiche che, pur nell'esercizio della libertà dello scrivente, si coagulano attorno a organizzazioni linguistiche in buona misura vincolate. Lo spettro muta sensibilmente se, invece di soffermarci su frazioni testuali estremamente definite e caratterizzate, e assolutamente tipiche della tradizione tecnico-scientifica, ci spostiamo su altre maggiormente passibili di scelte autonome, quali le pagine proemiali. Si tratta di sezioni testuali, com'è noto, fortemente coerenti con una lunga tradizione in specie trattatistica ed è perciò ragionevole attendersi l'occorrenza di elementi che inevitabilmente risentono di

ascendenze scolastiche e/o letterarie, quali ad esempio la richiesta di aiuto o di sostegno alla divinità, la dedica e la manifestazione della motivazione che spinge a scrivere. Tale natura spiccatamente letteraria, o maggiormente passibile di letterarietà, rende però le pagine proemiali particolarmente significative per valutare le qualità di un testo che intende invece radicarsi in una tradizione scientifica (o addirittura fondarla). Questo è l'inizio del *Trattato d'abaco* di Piero:

Esendo io pregato de dovere scrivere alcune cose de abaco necessarie a' mercatanti *da tale che i preghi suoi me sono commandamenti, non commo presuntuoso ma per ubidire*, me sforçarò *con l'aiutorio de Dio* in parte sactisfare l'animo suo, cioè scrivendo alcune raigioni mercantesche commo baracti, merriti e compagnie, cominciando a la regula de le tre cose, seguendo positioni et, *se a Dio piacerà*, alcune cose de algebra, dicendo prima alcune cose de' rocti, cioè montiplicarli, partirli et ragionarli e cavare l'uno de l'altro, benché fusse buono de farse alle librecte; ma faremo ragione che quelli che legeranno abino qualche principio. Però *col nome de Dio* daremmo principio al facto nostro[33].

Sono riconoscibili il motivo dell'*excusatio* così come il triplice riferimento alla divinità, con l'intento di attenuare l'immagine dell'autore dipinto non come *magister ex cathedra,* ma come un sottoposto che risponde ai richiami del proprio signore o superiore. Una attenuazione che è già codificata nel sistema della trattatistica ed è quindi già di per sé un dato letterario, al punto che contrasta di fatto con il livello matematico molto alto della trattazione, tanto da far dubitare - come ricordano Enrico Gamba e Vico Montebelli, curatori della più recente edizione del *Trattato* - che i *mercatanti* siano i veri destinatari dell'opera. È più probabile che Piero abbia voluto mostrare la profondità delle sue conoscenze all'ignoto destinatario dell'opera.

Più complesso, anche sintatticamente, è il più noto proemio della *Summa de arithmetica* di Luca Pacioli:

La quantità Magnanimo Duca *è sì nobile et eccellente cosa, che molti philosophi per questo giudicata l'ànno alla substantia para, e concessa coeterna.* Peroché hanno cognosciuto per vero modo alchuna cosa *in rerum natura* senza lei non potere existere. Per laqual cosa de lei intendo (*con l'adiuto de Colui che li nostri sensi regge*) tractarne: non che per altri prischi e antichi philosophi non ne sia copiosamente tractato: e in Theorica e practica. Ma perché lor dicti già alli tempi nostri sonno molto obscuri, e da molti male apresi, e *alle pratiche vulgari male applicati*, di che in loro operationi molto variano, e con grandi e laboriosi affanni mettano in opera, sì de numeri commo de misure; unde di lei parlando non intendo se non quanto che alla practica e operare sia mestiero, mescolandoci secondo i luoghi oportuni anchora la theorica: e causa de tale operare, sì de numeri commo de

[33] PIERO DELLA FRANCESCA, 2012, p. 3. Cfr. MARASCHIO, 1996.

geometria. Ma prima acciò meglio quello che sequita se habia apprendere, essa quantità dividiremo secondo el nostro proposito; e dividendola a ciaschuno suo membro assegneremo sua propria e vera diffinitione e descriptione. E allora poi seguirà quello che Aristotile dice in secondo posteriorum: *Tum enim maxime scitur aliquid cum habetur suum quid est* etc.

Diffinitiones et divisio discrete et continue quantitatis

Articulus primus, Prime distinctionis

Dico adonca. La quantità essere immediate bimembre, cioè continua e discreta. La continua è quella le cui parti sonno copulate e gionte a certo termine commune, commo sono legni, ferro, e saxi, etc. La discreta overamente numero è quella le cui parti non sonno gionte ad alchuno termine commune, commo è 1, 2, 3, etc. Di che prima de la discreta, cioè del numero, e poi della continua, cioè geometria, quanto allo intento aspecta chiaramente tracteremo[34].

A differenza del precedente testo di Piero, che ha una tradizione a stampa solo in età contemporanea, il testo della *Summa* di Pacioli è volto alla stampa già in età umanistica (prima edizione: Venezia, Paganino de' Paganini, 1494; seconda: Toscolano Maderno, Paganino de' Paganini, 1523) ed è corredato da una serie di apparati paratestuali che caratterizzano il prodotto editoriale, quali la lettera di dedica, la dedica stessa a Guidobaldo da Montefeltro, la presenza di indici ovvero "tavole" analitiche del contenuto, una somma delle trattazioni operate nei diversi libri che compongono l'opera. Dal punto di vista testuale è qui presente la decisa tendenza all'esposizione organica, tanto che il tema principale, ossia la *quantità*, è definita immediatamente con un piglio magistrale, che appare più da filosofo scolastico che da maestro d'abaco. Basti, in questo senso, la citazione di Aristotele e, poco oltre, quella di Boezio. Si noti la progressione dell'esposizione che unisce strutture elencative e retoriche (parallelismi e chiasmo): "Dico adonca. La quantità essere […] bimembre, cioè continua e discreta. La continua è quella le cui parti […]. La discreta […] è quella le cui parti […]. Di che prima de la discreta, cioè del numero, e poi della continua, cioè geometria, […] tracteremo". Pacioli non rinuncia al riferimento divino, quasi una rievocazione della tradizionale invocazione di lunga tradizione, e nemmeno alla giustificazione della scelta dell'impiego della lingua volgare a scopo di utilità. Dal punto di vista sintattico, Pacioli dà prova di una notevole capacità di modulazione della lingua. Pur prediligendo in questo proemio la paratassi, sono evidenti procedure tipiche della prosa latineggiante, come il verbo posto in posizione finale, la presenza di infinitive (*hanno cognosciuto* […] *alchuna cosa* […] *senza lei non potere essere*) come di parole latine o ricalcate sul latino, anche nella loro grafia: *substantia*, *in rerum natura*, *existere*, *habia*, ecc. Non manca infine la

[34] PACIOLI, 1523, c. 1r. Cfr. MATTESINI, 1996.

cadenza bimembre, a volte una vera e propria dittologia, con intento di elazione formale: *sua propria e vera diffinitione e descriptione*, *grandi e laboriosi*, *copulate e gionte*, ecc.

Il *De perspectiva pingendi*, di cui è conservato l'autografo di Piero della Francesca, ha una tradizione a stampa solo in età moderna. Il proemio offre un accesso al tema estremamente articolato per via di una successione di strutture elencative:

La pictura contiene in sé tre parti principali, quali diciamo essere *disegno, commensuratio et colorare*. *Desegno* intendiamo essere profili et contorni che nella cosa se contene. *Commensuratio* diciamo essere essi profili et contorni proportionalmente posti nei lughi loro. *Colorare* intendiamo dare i colori commo nelle cose se dimostrano, chiari et uscuri secondo che i lumi li devariano. *De le quali tre parti intendo tracta<re> solo de la commensuratione*, quale diciamo prospectiva, mescolandoci qualche parte de *desegno*, perciò che sença non se pò dimostrare in opera essa prospectiva; il *colorare* lasciaremo stare e tractaremo de quella parte che con line, angoli et proportioni se pò dimostrare dicendo de puncti, linee, superficie et de corpi. *La qual parte contiene in sé cinque parti: la prima* è il vedere, cioè l'ochio, *seconda* è la forma de la cosa veduta, *la terça* è la distantia da l'ochio a la cosa veduta, *la quarta* è le linee che se partano da l'estremità de la cosa e vanno a l'ochio, *la quinta* è il termine che è intra l'ochio e la cosa veduta dove se intende ponere le cose. *La prima* dissi essere l'ochio, del quale non intendo tractare se non quanto fie necessario a la pictura; dunqua dico l'ochio essere la prima parte, perché gl'è quello in cui s'apresentano tucte le cose vedute socto diversi angoli: cioè quando le cose vedute sono equalmente distante da l'ochio, la cosa magiore s'apresenta socto magiore angolo che la minore, et similmente, quando le cose sono equali et non sono a l'ochio equalmente distante, la più propinqua s'apresenta socto magiore angolo che non fa la più remota, per le quali deversità se intende il degradare d'esse cose. *La seconda* è la forma de la cosa, perhò che sença quella l'intellecto non poria giudicare né l'ochio comprendare essa cosa. *La terça* è la distantia da l'ochio a la cosa, perché, se no ci fusse la distantia, seria la cosa con l'ochio contingente overo contigui, e quando la cosa fusse magiore de l'ochio, non seria capaci a receverla. *La quarta* sono le linee, le quali s'apresentano da l'estremità de la cosa e terminano nell'ochio, infra le quali l'ochio le receve e discerne. *La quinta* è uno termine nel quale l'ochio descrive co' suoi raggi le cose proportionalmente et posse in quello giudicare la lor mesura: se non ci fusse termine non se poria intendere quanto le cose degradassaro, sì che non se porieno dimostrare. Oltra di questo è necesario sapere lineare im propia forma sopra il piano tucte le cose che l'omo intende fare.
Intese le sopradecte cose, seguitaremo l'opera, facendo di questa parte dicta pro<s>pectiva *tre libri*. *Nel primo* diremo de puncti, de linee et superficie piane. *Nel secondo* diremo de corpi chubi, de pilastri quadri, de colonne tonde et de più facce. *Nel terço* diremo de le teste et capitelli, base, torchi de più base et altri corpi diversamente posti[35].

[35] PIERO DELLA FRANCESCA, 2016, pp. 81-83.

Piero entra subito *in medias res*, abolendo ogni apparato di dedica o formula di sottomissione tipica della letteratura delle Corti (ma si ricordi che in questo caso siamo di fronte a un manoscritto, non a un'opera a stampa); nemmeno compare l'*excusatio* per la scelta della lingua volgare. Piero anzi dispone immediatamente le carte dispiegando il tema generale (*la pictura*), la sua triplice strutturazione (*contiene in sé tre parti principali*), la definizione dei tre oggetti individuati e la decisione di trattare di un unico argomento (*De le quali tre parti intendo tracta<re> solo de la commensuratione*), ovvero la prospettiva. Da qui discendono ordinatamente i cinque elementi di cui essa si compone: 1. l'occhio, 2. la forma dell'oggetto osservato, 3. la distanza tra l'oggetto e l'occhio, 4. le linee che uniscono l'occhio e gli estremi dell'oggetto e, infine, 5. il termine, ovvero il piano pittorico che rappresenta la distanza di osservazione che implica la degradazione prospettica. E da qui le definizioni di punto, di linea e di superficie: si tratta di nozioni proprie della geometria, che Piero riformula autonomamente:

Puncto è la cui parte nonn è, secondo i geumetri dicono essere inmaginativo; la linea dicono avere lunghecça sença latitudine. Et perché questi non sono aparenti se none a l'intellecto et io dico tractare de pro<s>pectiva con dimostrationi, *le quali voglo sieno comprese da l'ochio*, perhò è necessario dare altra difinitione. Dirò adunqua puncto essere una cosa tanto picholina quanto è posibile ad ochio comprendere. Le line dico essere extensione da uno puncto ad un altro, la cui largheçça è de simile natura che è il puncto. Superficie dico essere largheçça et longheçça compresa da le linee[36].

Nel *De perspectiva* l'autore respinge il discorso puramente astratto tipico della geometria per privilegiare le cose *comprese da l'ochio*. Dal punto di vista testuale Piero adotta un periodare estremamente strutturato, improntato alla chiarezza dell'esposizione, con frasi omogenee e ripetute ("Desegno intendiamo […]. Commensuratio diciamo […]. Colorare intendiamo"; "perhò che sença […] non poria", "perché, se no ci fusse […] seria", "se non ci fusse […] non se poria"), secondo caratteri tipici dei trattati scientifici volgari medievali, a loro volta ricalcati su una gabbia espositiva scolastica della materia che sfrutta abbondantemente le strutture elencative e i parallelismi. La sintassi predilige la paratassi, mentre l'ipotassi è limitata perlopiù a nessi relativi (*De le quai tre parti*, *La qual parte*) o a periodi ipotetici della possibilità: *se non ci fusse termine non se poria intendere*. Presente l'uso delle infinitive: *diciamo essere*. A differenza del testo di Pacioli, manca invece completamente la tendenza ad elevare la veste linguistica attraverso la collocazione in clausola del verbo, su

[36] *Ibidem*, p. 83.

esempio della sintassi latina. Anche qui si rileva la presenza della prima persona (singolare o plurale) che sancisce un procedere didascalico: *et io dico*, *dirò adunqua*, *diciamo*, *diremo*.

Anche il *Trattato della pittura* di Leonardo da Vinci offre diversi spunti di analisi. Il testo, redatto sulla base di testi leonardeschi nel terzo decennio del Cinquecento sotto il controllo del discepolo Francesco Melzi (o dal Melzi stesso), riporta un proemio, celeberrimo, molto interessante dal punto di vista sintattico-argomentativo:

Se la pittura è scienzia o no.
Scienzia è detto quel discorso mentale il qual ha origine da' suoi ultimi principi, *de' quali* in natura null'altra cosa si pò trovare che sia parte d'essa scienzia, come nella quantità continua, cioè la scienzia de geometria, *la quale*, cominciando dalla superficie de' corpi, si trova avere origine nella linea, termine d'essa superficie. *E* in questo non restiamo satisfatti, *perché* noi conosciamo la linea avere termine nel ponto, e il puonto essere quello del quale null'altra cosa pò essere minore. *Adonque il ponto* è il primo principio della geometria; e nissun'altra cosa può essere né in natura, né in mente umana, che possa dare principio al puonto. *Perché* se tu dirai nel contatto fatto <in s'una> superficie da una ultima acuità della ponta de lo stile, quello essere creazione del puonto, questo non è vero; *ma* diremo questo tale contatto essere una superfizie che circonda il suo mezzo, e in esso mezzo è la residenzia del puonto, *e* tal punto non è della materia d'essa superfizie, né lui, né tutti li puonti de l'universo sono in potenzia ancor che sieno uniti, <né>, dato che si potessero unire, comporrebbero parte alcuna d'una superfizie. *E* dato che tu te immaginassi un tutto essere composto da mille puonti, qui devidendo alcuna parte da essa quantità de mille, si può dire molto bene che tal parte sia equale al suo tutto. *E questo si prova col zero over nulla*, cioè la decima figura de la arismetica, per la quale si figura un 0 per esso nullo, il quale, posto dopo la unità, il farà dire dieci, e se ne porrai due dopo tale unità, dirà cento, e cosi infinitamente crescerà sempre dieci volte il numero dove esso s'aggionge; e lui in sé non vale altro che nulla, e tutti li nulli dell'universo sono equali ad un sol nulla in quanto alla loro sustanzia e valitudine.
Nissuna umana investigazione si pò dimandare vera scienzia, *se essa non passa* per le matematiche dimostrazioni. *E se tu dirai* che le scienzie, che principiano e finiscano nella mente, abbiano verità, questo non si concede, ma si niega per molte ragioni; e prima, che in tali discorsi mentali non accade esperienzia, senza la quale nulla dà di sé certezza[37].

Questo testo fu certamente pensato e rivisto da Leonardo, come provano le molteplici redazioni presenti nei diversi codici, in particolare nel Codice A. Dal punto di vista sintattico, il periodo ha un respiro ampio, nel quale si riconosce lo sforzo di sintetizzare in uno spazio contenuto una grande quantità di informazioni. Come Piero, anche Leonardo entra subito *in medias res*, ma

[37] LEONARDO DA VINCI, 1995, vol. 1, pp. 131-132.

all'accesso del testo non corrisponde la suddivisione delle varie parti della trattazione. Dove Piero prendeva le mosse da una partizione didattica della materia, Leonardo principia con una definizione che ha un tono radicale, ovvero *che cosa è la scienza*. La coordinazione presenta copulative, avversative, conclusive. La subordinazione ha relative, causali e periodo ipotetico e, anche qui, diverse infinitive, come in Pacioli: *diremo questo tale contatto essere una superficie*. Ancora come in Pacioli si riscontra una significativa tendenza alla dittologia (*alla loro sostanza e valore*), che è un tratto davvero tipico degli scritti leonardeschi. Non mancano elementi caratteristici della tradizione "tecnica", ovvero dei segnalatori sintattici reperibili già nei trattati d'abaco: *Adunque il punto*, *E questo si prova*.

In pieno Cinquecento, infine, uno snodo significativo per la scienza occidentale, tanto per la fortuna di Euclide quanto per la fondazione del discorso scientifico moderno, è l'*Euclide rassettato* di Niccolò Tartaglia, pubblicato a Venezia da Venturino Roffinelli nel 1543[38]. Il proemio di quest'opera è di fatto costituito dalla *Lettione de Nicolò Tartalea Brisciano, sopra tutta la opera di Euclide megarense acutissimo mathematico*, da cui cito:

Tutti gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, (come scrive Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere, et nel primo della posteriora *conchiude*, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. *Platone poi diffinisce* la sapientia non esser altro, che una cognitione delle cose divine et humane: *et tutti gli antiqui Philosophi dicono*, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, et operatione, over Theorica, et Pratica: *Et Aristotele* nel secondo della Methaphisica *dice*, che'l fine della speculatione, over della scientia speculativa non è altro, che la verità, et della operatione, over pratica, è l'opera compita: *Anchora li detti antiqui* investigatori delle cose, *affermano* come si tocca più la verità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia over arte liberale: Per il che hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: et però vediamo (come dice il Cardinal di Cusa) tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; et questo non è peraltro, se non perché in quelle si contiene il vero cibo della vita intellettuale.

Queste tali Scientie, over discipline sono state tanto intrinsicamente conosciute da nostri savi antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se dovesse far imparare a tutti quelli, che si dedicavano alla sapienza, fusseno le discipline mathematice (cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica.) *Et questa determinatione over costitutione ferno per tre cause: Prima perché* le dette scientie, over discipline, approvano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o no: perché tra quelli si costumava questo proverbio. *Sicut aurum probatur ingni, et ingenium Mathematicis*: cioè che sì come la bontà de l'oro vien conosciuta, et approbata con il fuoco, cosi l'ingegno dell'huomo vien conosciuto et approvato con le Discipline Mathematice. Et però quando per sorte trovavano alcuno, che di tai scientie non

[38] Per un inquadramento del valore storico dell'opera di Tartaglia è utile GAVAGNA, 2009 e la bibliografia ivi citata.

fusse capace, lo levavano da tal cominciato studio, et lo applicavano ad altro esercitio, perché in effetto comprendevano (come dice Vitruvio Polione al primo capo del suo primo libro) che la dottrina senza lo ingegno, né lo ingegno senza la Dottrina, può fare un perfetto artifice.
La seconda causa, perché li nostri antiqui volevano che le Mathematice discipline fusseno le prime imparate, è questa, perché alla intelligentia di quelle non vi occorre alcuna altra scientia. La causa è che per sé medesime si sostentano, per sé medesime si verificano, per sé medesime si approvano, et non per auttorità, over opinione de huomini, come fanno le altre scientie, ma per dimostratione.
La terza causa è, che conoscevano tutte le altre scientie, arti, over discipline, haver delle Mathemathice bisogno, et non solamente le liberali, et sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice, come al presente sottobreuità, in parte si farà manifesto[39].

A questa lunga introduzione seguono, come è noto, gli elementi di Euclide con la diffusa spiegazione di Tartaglia. Dal punto di vista sintattico è cospicua la presenza di infinitive sorrette da *verba dicendi* e un massiccio impiego di relative, che sono disposte in modo da creare bilanciamenti prosodici e iterazioni, come nel caso della ripetizione *non è altro, che* (qui in carattere sottolineato). Non sembra che Tartaglia voglia indulgere a una costruzione latineggiante della frase, dal momento che davvero minimi appaiono i casi di verbo in posizione finale; egli presenta invece un proverbio latino di cui dà una traduzione, o meglio una parafrasi, in lingua volgare: è anche il segnale, in epoca già post-bembesca, della consapevolezza da parte dello scrivente di una maggiore autonomia del volgare. La paratassi è invece abbondante soprattutto nei nessi coordinanti, assestando il periodare su una serie marcata di parallelismi: *scrive Aristotele … et … conchiude*; *Platone poi diffinisce*…; *et tutti gli antiqui Pilosophi dicono*…; *Et Aristotele … dice*; *Ancora li detti antiqui… affermano*, e così via (qui in corsivo).

Dal punto di vista argomentativo invece sembra che l'impostazione del testo sia debitrice della schematizzazione e della suddivisione per membri, di matrice ancora una volta scolastica: si vedano le tre ragioni che vengono addotte per spiegare come, presso gli antichi, fosse prassi insegnare prima le discipline matematiche e poi le altre arti. Di questi tre motivi il secondo è in particolare degno di nota, ovvero l'affermazione per cui, sulla scorta degli antichi, vien detto che le matematiche si verificano da sé tramite dimostrazioni, non hanno cioè bisogno di autorità che le convalidino o del giudizio degli uomini. Questo è senz'altro uno dei contenuti più innovativi del testo, forse quello che concettualmente pone in evidenza la contestazione più radicale della

[39] TARTAGLIA, 1543, c. 2r. Corsivo e sottolineato miei. Trascrivo, per comodità del lettore, distinguendo *u* da *v*, sciogliendo *&* in *et* e aggiungendo l'accentazione secondo l'uso moderno. Sulla lingua di Tartaglia cfr. PIOTTI, 1998.

tradizione e del principio di autorità; e, probabilmente, è deliberatamente collocato in posizione non eminente ma quasi ancillare, una sordina volutamente mascherata all'interno del testo.

Eppure, allo stesso tempo, a questa marcata presa di posizione si oppone un altrettanto energico segnale di resistenza della tradizione. Mentre Tartaglia confuta il principio di autorità in favore del principio della dimostrazione, di fatto non rinuncia, ancora una volta, a ritornare ai paradigmi della prosa autoritativa, citando Platone e Aristotele e Nicolò da Cusa e Vitruvio; e soprattutto iniziando con quella celebre frase del Filosofo - tutti gli uomini per natura desiderano sapere - che è un *leit motif* della scolastica più radicata e che ricalca precisamente l'incipit del *Convivio* dantesco: "Sì come dice lo Filosofo nel principio della Prima Filosofia, tutti li uomini naturalmente desiderano di sapere". Inoltre Tartaglia sembra ripristinare i paradigmi della prosa autoritativa anche attraverso gli strumenti espressivi tipici della tradizione, che riconducono a quelle formule sintattico argomentative ancora di stampo tradizionale (elenchi, progressione lineare e a tema costante, iterazioni, parallelismi). In sintesi: ciò che sembra voler essere negato e superato da un *contenuto*, da un *concetto* innovativo, viene invece esaltato dalla *forma*, dalle modalità dell'*espressione*. Si tratta di una chiara spia di come la lingua della scienza nelle sue strutture sintattico-argomentative presenti una ambiguità non facilmente sanabile tra innovazione e tradizione e si collochi in sensibile continuità con la trattatistica mediolatina dalla quale solo lentamente sarà in grado di svincolarsi, creando nell'arco del Rinascimento procedimenti via via più specifici e autonomi. Continuità (e ambiguità) che è legata a istanze culturali, ideali e anche inevitabilmente ideologiche, come dimostrerà entro pochi decenni il caso Galileo.

Bibliografia

ACKERMAN, 1991
Ackerman, James S., *Early Renaissance 'Naturalism' and Scientific Illustration*, in *Distance Points. Essays in Theory and Renaissance Art and Architecture*, Cambridge (Mass.), MIT Press, pp. 185-203.
ALTIERI BIAGI, 1965
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Galileo e la terminologia tecnico-scientifica*, Firenze, Olschki.
ALTIERI BIAGI, 1990
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Sulla sintassi dei "Massimi Sistemi"*, in *L'avventura della mente. Studi sulla lingua scientifica*, Napoli, Morano, pp. 35-85.
ALTIERI BIAGI, 1993a
Altieri Biagi, Maria Luisa, *"Il Dialogo sopra i massimi sistemi"*, in *Letteratura italiana*, diretta da Alberto Asor Rosa, vol. III (*Le opere*), t. II (*Dal Cinquecento all'Ottocento*), Torino, Einaudi, pp. 893-971.
ALTIERI BIAGI, 1993b
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Forme della comunicazione scientifica*, in *Letteratura italiana*, diretta da Alberto Asor Rosa, Torino, Einaudi, vol. III (*Le forme del testo*), t. II (*La prosa*), pp. 891-947.
ALTIERI BIAGI, 1998a
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Fra lingua scientifica e lingua letteraria*, Pisa-Roma, Istituti editoriali e poligrafici internazionali.
ALTIERI BIAGI, 1998b
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Sulla lingua di Leonardo* [1983], in ALTIERI BIAGI, 1998a, pp. 75-95.
ALTIERI BIAGI, 2013
Altieri Biagi, Maria Luisa, *Il lessico della passione conoscitiva in Galileo*, in *La lingua di Galileo*, Atti del Convegno (Firenze, Accademia della Crusca, 13 dicembre 2011), a cura di Elisabetta Benucci e Raffaella Setti Firenze, Accademia della Crusca, pp. 3-16.
ARRIGHI, 1973
Scuola lucchese, *Libro d'abaco*, a cura di Gino Arrighi, Lucca, Cassa di Risparmio di Lucca.

BENCIVENNI, 1999
Il trattato de la spera volgarizzato da Zucchero Bencivenni, a cura di Gabriella Ronchi, Firenze, Accademia della Crusca.

CASAPULLO, 2001
Casapullo, Rosa, *Segmentazione del testo e modalità d'uso delle enciclopedie tra latino e volgare*, in GUALDO, 2001, pp. 153-185.
COLETTI, 1993
Coletti, Vittorio, *Storia dell'italiano letterario. Dalle origini al Novecento*, Torino, Einaudi.
COLUCCIA, 2001
Coluccia, Rosario, *Le lingue della scienza oggi e ieri*, in GUALDO, 2001, pp. 7-18.

DALAI EMILIANI-CURZI, 1996
Piero della Francesca tra arte e scienza, Atti del Convegno internazionale di studi (Arezzo, 8-11 ottobre-Sansepolcro, 12 ottobre 1992), a cura di Marisa Dalai Emiliani e Valter Curzi, Venezia, Marsilio.
DARDANO, 1994
Dardano, Maurizio, *I linguaggi scientifici*, in *Storia della lingua italiana*, a cura di Luca Serianni e Pietro Trifone, vol. II (*Scritto e parlato*), Torino, Einaudi, pp. 487-551.
DARDANO, 2012
Dardano, Maurizio, *Sintassi dell'italiano antico. La prosa del Duecento e del Trecento*, Roma, Carocci.
DARDANO-TRIFONE, 1995
La sintassi dell'italiano letterario, a cura di Maurizio Dardano e Pietro Trifone, Roma, Bulzoni.

GAVAGNA, 2009
Gavagna, Veronica, *Euclide a Venezia*, in *Pacioli 500 anni dopo*, Atti del Convegno (Sansepolcro, 22-23 maggio 2009), a cura di Enrico Giusti e Matteo Martelli, Sansepolcro, Centro Studi "Mario Pancrazi", pp. 97-123.
GHERARDI, 1987
Gherardi, Paolo, *Opera matematica*, a cura di Gino Arrighi, Lucca, Pacini Fazzi.
GUALDO, 2001
Le parole della scienza. Scritture tecniche e scientifiche in volgare (secoli XIII-XV), Atti del Convegno (Lecce, 16-18 aprile 1999), a cura di Riccardo Gualdo, Galatina, Congedo.

LEONARDO DA VINCI, 1974
Leonardo da Vinci, *I codici di Madrid*, introduzione, commento e trascrizione di Ladislao Reti, 5 voll., Firenze, Giunti-Barbéra.

LEONARDO DA VINCI, 1975-1980
Leonardo da Vinci, *Il Codice atlantico della Biblioteca ambrosiana di Milano*, trascrizione diplomatica e critica di Augusto Marinoni, 12 voll., Firenze, Giunti-Barbéra.
LEONARDO DA VINCI, 1986
Leonardo da Vinci, *I manoscritti dell'Institut de France. Il manoscritto C*, trascrizione diplomatica e critica di Augusto Marinoni, Firenze, Giunti-Barbéra.
LEONARDO DA VINCI, 1989
Leonardo da Vinci, *I manoscritti dell'Institut de France. Il manoscritto K*, trascrizione diplomatica e critica di Augusto Marinoni, Firenze, Giunti-Barbéra.
LEONARDO DA VINCI, 1990
Leonardo da Vinci, *I manoscritti dell'Institut de France. Il manoscritto A*, trascrizione diplomatica e critica di Augusto Marinoni, Firenze, Giunti-Barbéra.
LEONARDO DA VINCI, 1992
Leonardo da Vinci, *I codici Forster del Victoria and Albert Museum di Londra*, trascrizione diplomatica e critica di Augusto Marinoni, Firenze, Giunti-Barbéra.
LEONARDO DA VINCI, 1995
Leonardo da Vinci, *Libro di pittura*, edizione in facsimile del Codice Urbinate lat. 1270 nella Biblioteca apostolica vaticana a cura di Carlo Pedretti, trascrizione critica di Carlo Vecce, Firenze, Giunti, 2 voll.
LEPSCHY, 1996
Lepschy, Anna Laura, *Varietà linguistiche e pluralità di codici nel Rinascimento*, Firenze, Olschki.
LIBRANDI, 1995
Librandi, Rita, *La Metaura d'Aristotile. Volgarizzamento fiorentino anonimo del XIV secolo*, Napoli, Liguori, 2 voll.
LIBRANDI, 2013
Librandi, Rita, *Dante e la lingua della scienza*, in *Dante e la lingua italiana*, a cura di Mirko Tavoni, in "Letture classensi", vol. 41, pp. 61-87.
LIBRANDI, 2015
Librandi, Rita, *Tratti sintattico-testuali e tipologia di testi: la trattatistica scientifica*, in *SintAnt. La sintassi dell'italiano antico*, Atti del Convegno internazionale di studi (Università "Roma Tre", 18-21 settembre 2002), a cura di Maurizio Dardano e Gianluca Frenguelli, Roma, Aracne, pp. 271-291.

MACCAGNI, 1996
Maccagni, Carlo, *Cultura e sapere dei tecnici del Rinascimento*, in DALAI EMILIANI-CURZI, pp. 279-292.

MANNI, 1985
Manni, Paola, *Galileo accademico della Crusca. Esperienza galileiana e cultura linguistica nella Firenze del primo Seicento*, in *La Crusca nella tradizione letteraria e linguistica italiana*, Atti del Congresso internazionale per il 4° centenario dell'Accademia della Crusca (Firenze, 29 settembre-2 ottobre 1983), Firenze, presso l'Accademia, pp. 119-136.
MANNI, 2001
Manni, Paola, *La matematica volgare nel Medioevo (con particolare riguardo al linguaggio algebrico)*, in GUALDO, 2001, pp. 127- 152.
MANNI, 2008a
Manni, Paola, *Percorsi nella lingua di Leonardo: grafie, forme, parole*, XLVIII Lettura vinciana, Vinci-Firenze, Giunti.
MANNI, 2008b
Manni, Paola, *Riconsiderando la lingua di Leonardo. Nuove indagini e nuove prospettive di studio*, in "Studi linguistici italiani", XXXIV, 1, pp. 11-51.
MANNI-BIFFI, 2011
Glossario leonardiano. Nomenclatura delle macchine nei codici di Madrid e Atlantico, a cura di Paola Manni e Marco Biffi, Firenze, Olschki.
MARASCHIO, 1996
Maraschio, Nicoletta, *Latino e volgare in Piero*, in DALAI EMILIANI-CURZI, pp. 223-237.
MARAZZINI, 1994
Marazzini, Claudio, *La lingua italiana. Profilo storico*, Bologna, il Mulino.
MARINONI, 1969
Marinoni, Augusto, *Leonardo as a Writer*, in *Leonardo's Legacy. An International Symposium*, edited by Charles D. O'Malley, Berkeley, University of California Press, pp. 57-66.
MARINONI, 1995
Marinoni, Augusto, *L'ortografia di Leonardo*, in "Raccolta vinciana", XXVI, 1995, pp. 135-158.
MATTESINI, 1996
Mattesini, Enzo, *Luca Pacioli e l'uso del volgare*, in "Studi Linguistici Italiani", XXII, pp. 145-180.
MELCHIORRE DA PARMA, 1499
Melchiorre da Parma, *Dialogi de anima*, Milano, Leonhard Pachel.
MIGLIORINI, 1960
Migliorini, Bruno, *Storia della lingua italiana*, Firenze, Sansoni.

MIGLIORINI, 1973
Migliorini, Bruno, *Galileo e la lingua italiana* [1942], in *Lingua d'oggi e di ieri*, Caltanissetta-Roma, Sciascia, pp. 111-133.
MONTGOMERY, 2001
Montgomery, Scott L., *Le illustrazioni scientifiche*, in *Storia della scienza*, vol. 4 (*Medioevo, Rinascimento*), Roma, Treccani (versione online consultata il 27 settembre 2019: http://www.treccani.it/enciclopedia/il-rinascimento-la-scienza-e-le-arti_%28Storia-della-Scienza%29/).

O'MALLEY-SAUNDERS, 1952
O'Malley, Charles D., and Saunders, James B. de C.M., *Leonardo da Vinci on the Human Body. The Anatomical, Physiological, and Embryological Drawings of Leonardo da Vinci*, New York, Schuman.

PACCAGNELLA, 1984
Paccagnella, Ivano, *Il fasto delle lingue. Plurilinguismo letterario nel Cinquecento*, Roma, Bulzoni.
PACIOLI, 1523
Pacioli, Luca, *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita: nuouamente impressa* […], [Toscolano], Paganino de' Paganini.
PALERMO, 2018
Palermo, Massimo, *Funzioni testuali della ripetizione nelle prediche di Giordano da Pisa e Bernardino da Siena*, in *Configurazioni della serialità linguistica. Prospettiva italoromanze*, a cura di Martin Becker e Ludwig Fesenmeier, Berlin, Franck & Timme, pp. 201-220.
PIERO DELLA FRANCESCA, 2012
Piero della Francesca, *Trattato d'abaco*, testo critico di Enrico Gamba e Vico Montebelli, Roma Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato.
PIERO DELLA FRANCESCA, 2016
Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, a cura di Chiara Gizzi, Venezia, Edizioni Ca' Foscari.
PIOTTI, 1998
Piotti, Mario, *La lingua di Niccolò Tartaglia: la "Nova scientia" e i "Quesiti et inventioni diverse". "Un puoco grossetto di loquella"*, Milano, LED Edizioni Universitarie di Lettere Economia Diritto.
PONTE, 1976
PONTE, GIOVANNI, *Leonardo prosatore*, Genova, Tilgher.

QUAGLINO, 2013
QUAGLINO, MARGHERITA, *Glossario leonardiano. Nomenclatura dell'ottica e della prospettiva nei codici di Francia*, Firenze, Olschki.

RESTORO D'AREZZO, 1976
Restoro d'Arezzo, *La composizione del mondo colle sue cascioni*, a cura di Alberto Morino, Firenze, Accademia della Crusca.

SACROBOSCO, 1949
The "Sphere" of Sacrobosco and Its Commentators, edited by Lynn Thorndike, Chicago, The University of Chicago Press.
SCARPATI, 2003
SCARPATI, CLAUDIO, *Leonardo scrittore*, Milano, Vita e Pensiero.
SEGRE, 1979
Segre, Cesare, *La descrizione al futuro: Leonardo da Vinci*, in *Semiotica filologica*, Torino, Einaudi, pp. 131-160.
SENNA, 2005
Senna, Paolo, *Un esempio di didattica sacra: i "Dialogi de anima" di Melchiorre da Parma (1499)*, in "Rivista di letteratura italiana", 3, pp. 12-34.
SERIANNI, 1989
Serianni, Luca, *Saggi di storia linguistica italiana*, Napoli, Morano.

TARTAGLIA, 1543
Euclide megarense philosopho solo introduttore delle scientie mathematice diligentemente rassettato, et alla integrità ridotto per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartalea, brisciano […], Venezia, Venturino Ruffinelli.
TAVONI, 1990
Tavoni, Mirko, *La linguistica rinascimentale*, in *Storia della linguistica*, a cura di Giulia Lepschy, Bologna, il Mulino, vol. II.
TAVONI, 1992
Tavoni, Mirko, *Storia della lingua italiana. Il Quattrocento*, Bologna, il Mulino.
TOPPER, 1996
Topper, David, *Towards an Epistemology of Scientific Illustration*, in *Picturing Knowledge. Historical and Philosophical Problems Concerning the Use of Art in Science*, edited by Brian S. Baigrie, Toronto, University of Toronto Press, pp. 215-249.
TROVATO, 1994a
Trovato, Paolo, *La lingua italiana. Profilo storico*, Bologna, il Mulino.
TROVATO, 1994b
Trovato, Paolo, *Storia della lingua italiana. Il primo Cinquecento*, Bologna, il Mulino.

VELTMAN, 1982
Veltman, Kim H., *Visualizzazione e prospettiva*, in *Leonardo e l'età della ragione*, a cura di Enrico Bellone e Paolo Rossi, Milano, Scientia, pp. 185-210.
VITALE, 1984
Vitale, Maurizio, *La questione della lingua*, Palermo, Palumbo.

DOCUMENTAZIONE FOTOGRAFICA
a cura di Enzo Mattei

Il Palazzo Alberti (Sansepolcro, Via XX Settembre, n. 46) - sede del convegno

Palazzo Alberti visto da nord (Porta Fiorentina): la facciata secentesca con il busto dedicato al granduca Cosimo II

L'interno del Palazzo (già sede dell'Accademia degli Sbalzati fino al 1966): l'affresco allegorico raffigurante la Fama, nella sala del piano nobile sede del convegno, è opera di Cherubino Alberti (1553-1615)

Il sindaco Mauro Cornioli porge il saluto della città di Sansepolcro ai convegnisti

Il saluto dell'assessore alla cultura Gabriele Marconcini

Il Presidente del Centro Studi "Mario Pancrazi" e Ilaria Margutti di Caserma Archeologica

Argante Ciocci espone il suo contributo

Argante Ciocci durante il suo intervento

I convegnisti seguono l'esposizione di Ciocci

L'intervento di Tullia Norando

Elisabetta Ulivi espone il suo contributo

Elisabetta Ulivi durante il suo intervento

La Sala della Fama con i convegnisti

Giovanni Cangi illustra il suo contributo

Giovanni Cangi nel corso del suo intervento

Vico Montebelli illustra il suo contributo

La Presidente di sessione, Paola Pierucci, e Vico Montebelli

Bruno D'amore illustra il suo contributo

I convegnisti

Bruno D'Amore nel corso del suo intervento

I convegnisti durante la relazione di Bruno D'Amore

Giuseppe Rossi espone il suo contributo

Giuseppe Rossi illustra la sua relazione

Il Sindaco Mauro Cornioli e lo staff della Bibliotreca comunale "Dionisio Roberti"

L'esposizione dell'esemplare dell'edizione della Summa *del 1494*

Katia Ferri Melzi D'Eril fa dono del suo saggio: Viaggio con Leonardo *(Arena Media Star) al Sindaco Cornioli*

Il Sindaco Mauro Cornioli riceve la targa ricordo del Cinquecentenario leonardiano

La targa ricordo

Il Sindaco Mauro Cornioli, Katia Ferri Melzi d'Eril e Marcella Flenghi della Biblioteca di Sansepolcro

Salvatore Dell'Atti illustra il suo contributo

Salvatore Dell'Atti durante il suo intervento

Il tavolo del buffet, preparato e gestito da Giancarlo Benedetti ed Elena Giombetti

Giulio Firpo apre la seduta del pomeriggio del 14 giugno

Giulio Firpo presenta Katia Ferri Melzi D'Eril

Katia Ferri Melzi D'Eril illustra il suo intervento

Katia Ferri Melzi D'Eril durante la sua relazione

John Butcher espone la sua relazione

John Butcher nel corso del suo intervento

Andrea Felici illustra il suo contributo

I convegnisti

Andrea Felici nel corso del suo intervento

Paolo Senna espone il suo contributo

La locandina del Convegno

Ritratto di Luca Pacioli. Attribuito a Jacopo de' Barbari (1495), Napoli, Museo di Capodimonte

PROGRAMMA
CONVEGNO INTERNAZIONALE

ARTE E MATEMATICA IN LUCA PACIOLI E LEONARDO DA VINCI

Sansepolcro, 13 e 14 giugno 2019
Sala conferenze - Palazzo Alberti

13 giugno 2019
Ore 15.00/17.00

PRESIEDE
ENRICO GIUSTI
(Il Giardino di Archimede)
Saluti istituzionali
Presentazione
MATTEO MARTELLI (CSMP)
Luca Pacioli (1446?/1517) e Leonardo da Vinci (1452-1519) - Amici e sodali: 500 anni dopo
ARGANTE CIOCCI (CSMP)
Luca Pacioli, Leonardo da Vinci e il disegno dei poliedri
PAOLA MAGNAGHI/TULLIA NORANDO (Politecnico di Milano)
Arte e matematica in Luca Pacioli
ELISABETTA ULIVI (Università di Firenze)
Abacisti e trattati d'abaco nella biblioteca di Leonardo
GIOVANNI CANGI (Associato di ricerca CNR - ITABC - Libero professionista)
Leonardo e l'«arte dell'architetto»

ORE 17.00

VISITA DEL MUSEO CIVICO DI SANSEPOLCRO

14 giugno 2019
Ore 09.00/13.00
PRESIEDE
PAOLA PIERUCCI
(Università di Chieti)

VICO MONTEBELLI (Università di Urbino)
La fisica "dotta", "pratica" e "curiosa" di Luca Pacioli
FRANCESCO PAOLO DI TEODORO (Politecnico di Torino)
Luca, Leonardo e Vitruvio
BRUNO D'AMORE (Università di Bologna)
La matematica nell'opera e nei progetti di Leonardo
GIUSEPPE ROSSI (CSMP)
La matematica che nasce dal disegno
SALVATORE DEL'ATTI (Conservatorio "G. Rossini" - Pesaro)
Esiti della curiositas *musicale in Leonardo*

Ore 15.00/17.00
PRESIEDE
GIULIO FIRPO
(Accademia Petrarca di Lettere, Scienze e Arti)

KATIA FERRI MELZI D'ERIL (Università di Pavia)
La 'nobile mercatura': Francesco Melzi amministratore di Leonardo. Gli insegnamenti di Luca Pacioli da Vaprio d'Adda a Amboise
JOHN BUTCHER (CSMP)
Leonardo: gli scritti letterari
ANDREA FELICI (Università per Stranieri di Siena)
La lingua di Leonardo
PAOLO SENNA (Università Cattolica del Sacro Cuore di Milano)
La lingua della scienza nel Rinascimento

PRESENTAZIONE

Il Centro Studi "Mario Pancrazi" nell'ultimo decennio ha promosso l'interesse e gli studi sulla presenza a Milano di Leonardo da Vinci e di Luca Pacioli nel triennio 1496-1499, mettendo a fuoco il significato e le conseguenze dell'incontro dei due toscani nella città di Ludovico il Moro e sviluppando la ricerca sui comuni interessi per l'arte e la cultura scientifica dei due amici e sodali. Leonardo e Luca nella capitale lombarda si sono facilmente riconosciuti come persone provenienti da ambienti culturali omogenei ed hanno agevolmente individuato la comunanza di interessi per l'arte e la cultura scientifica, oltre che per lo studio della natura alla luce degli insegnamenti della grande cultura greca: Platone, Euclide, Archimede.

Il Centro Studi, con specifiche iniziative culturali e con apprezzate pubblicazioni, ha promosso lo studio dei rapporti del Genio di Vinci con la terra valtiberina, illustrando il significato e le conseguenze della sua presenza in vallata nei primi anni del '500. Ed ha contribuito a mettere a fuoco i rapporti di Leonardo con la terra aretina e soprattutto con Sansepolcro e la sua valle (cfr. www.centrostudimariopancrazi.it).

La Valtiberina Toscana è da anni fortemente impegnata non solo a promuovere la conoscenza e gli studi della grande arte e degli scritti di Piero della Francesca, ma a ridefinire la poliedricità dell'opera e dell'attività di Luca Pacioli, maestro di contabilità, di matematica e filosofo della natura.

Il Convegno del 14 giugno 2019 riprende la linea di ricerca sviluppata in occasione delle celebrazioni del Cinquecentenario della morte del Frate del Borgo (14-17 giugno 2017) e indica come ambiti di studio gli spazi dell'arte e della matematica condivisi da Leonardo e Luca negli anni cruciali del passaggio dal XV al XVI secolo. Senza trascurare gli scritti, non solo scientifici, dei due protagonisti della cultura italiana del Rinascimento.

(M. M.)

Ad illustrissimum Principem Gui. Ubaldum Urbini Ducē Montis feretri: ac Durantis Comitem. Grecis latinisq; litteris Ornatissimum: ⁊ Mathematice discipline cultorem feruentissimum: Fratris Luce de Burgo sancti Sepulchri: Ordinis minor: ⁊ sacre Theologie Magistri. In artez arithmetice: ⁊ Geometrie. Prefatio.

La quantita Magnanimo Duca: e si nobile ⁊ excellēte cosa che molti phylosophi per questo lhano giudicata ala substantia para: ecōessa coeterna. Peroche hano cognosciuto per verū modo alcuna cosa in rerū natura sença lei nō potere existere. Per la qual cosa de lei ītēdo (cō laiuto de colui che li nostri sensi reggi) tractarne: nonche per altri prischi e antichi phylosophi nonne sia copiosamente tractato: e in theorica e pratica. Ma per che lor dicti gia ali tempi nostri sonno molto obscuri: e damolti male apresi: e ale pratiche vulgari male applicati: diche i loro operationi molto variano: e con grandi elaboriosi affanni mettano in opera: si de numeri cōmo de misure: vnde di lei parlando non intendo se non quāto che ala pratica e operare sia mestiero: mescolandoci secōdo iluoghi oportuni ancora la theorica: ecausa de tale operare: si de numeri cōmo de geometria. Ma prima accio meglio q̄llo che sequita se habia apprehēdere: essa quantita diuidiremo secōdo el nostro proposito: ediuidendola aciascun suo membro assegnaremo sua propria e vera diffinitione e descriptione. E alora poi sequira quello che Arist. dici in secundo poster. Tūc enim maxime scitur aliquid cum habetur suum quid est ⁊c.

Diffinitiones ⁊ diuisio discrete ⁊ continue quantitatis: articulus primus prime distinctionis.

Dico adōca. La quātita essere īmediate bimembre: cioe continua e discreta. La continua e quella lechui parti sonno copulate e gionte a certo termine cōmune: cōme sōno legni: ferro: e saxa ⁊c. La discreta oueramēte numero: e q̄lla lecui parti nō sōno giōte adalcuno termine cōe: cōmo e.1.2.3. ⁊c. Diche prima dela discreta: cioe del numero: e poi dela continua cioe geometria: quāto alo intento aspecta. chiaramente tractaremo.

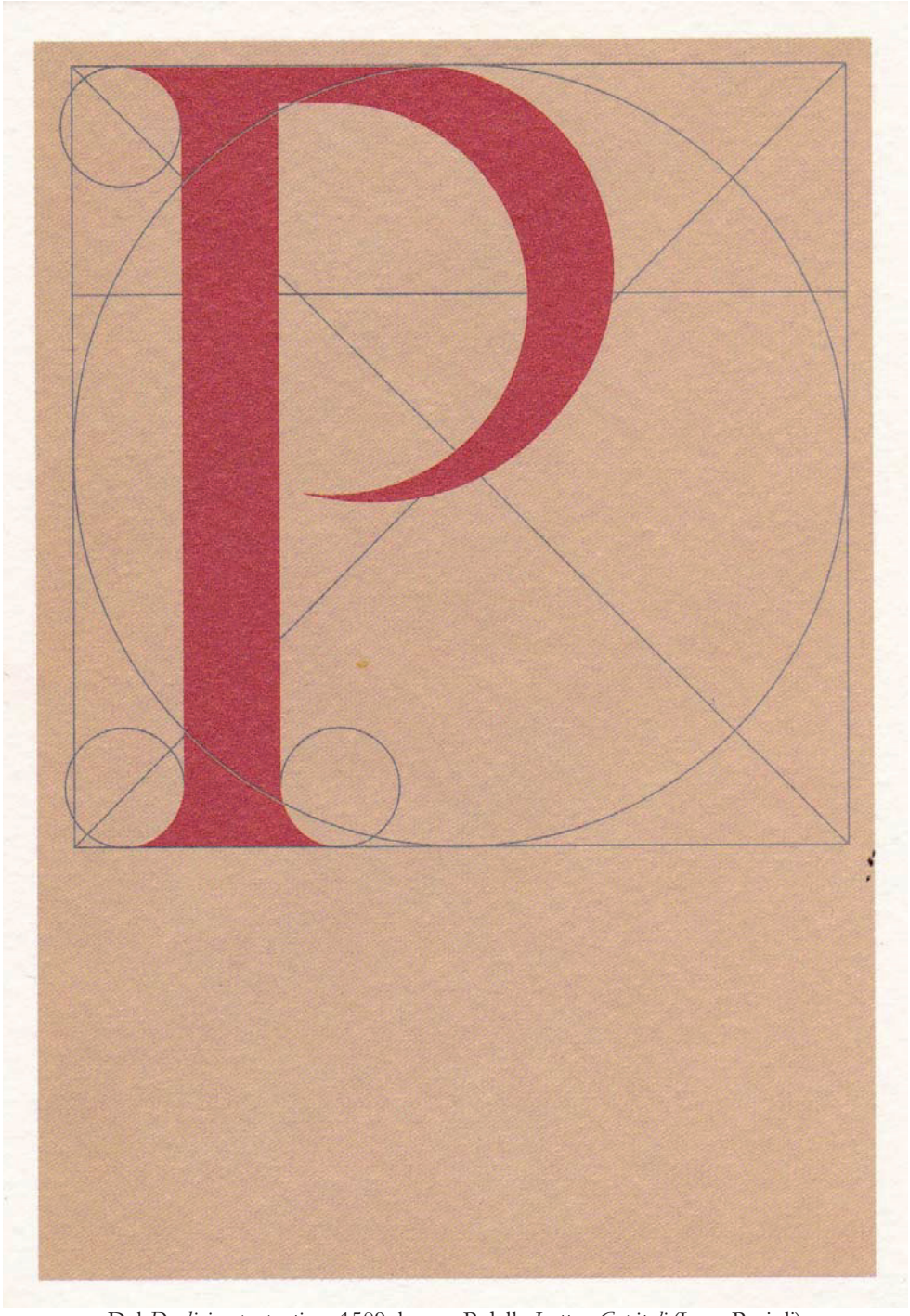
Diffinitio numeri proprissima: articulus secundus.

Numero: e (secondo ciascuno phylosophāte) vna multitudine de vnita cōposta: et essa vnita nō e numero: ma ben principio de ciascun numero: ede q̄lla mediāte laq̄le ogni cosa e dicta essere vna. E secōdo elseuerin Boetio i sua musica: e la vnita ciascū nūero i potētia: ⁊ passiz i la sua arihmetica Regina e fondamento dogni numero lapella. Laqual piu magnificandola in le cose naturali disse in quello che fa de vnitate ⁊ vno. Omne quod est: ideo est: quia vnum numero est. E ne ancora el numero in infiniti membri diuiso: per quel che esso Aristo. dixe: cioe. Siquid infinitum est: numerus est. E per la terça petitione del septimo de Euclide: la sua serie in infinito potere procedere: et quocūq; numero dato: dari pōt maior: vnitatem addendo. Ma noi pigliaremo quelle parti a noi piu note e accomodate. E pero dico con glialtri alcuno essere primo: ede quello che solo dala vnita e numerato: e non ha altro numero: che integralmente aponto lo parta. Altro e ditto cōposto: ede quello che da altro numero e mesurato: ouero numerato. Exēplum primi Cōmo.3.7.11.13.e.17. ⁊c. Exemplū secūdi. Cōmo.4. chel doi lo mesura e numera: e.8. chel.2.e.4. El.12.14.18. e simili: tutti sōno ditti numeri composti: nō solo che constino

Summa arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita (1494)
EPISTOLA DEDICATORIA AL DUCA GUIDUBALDO DA MONTEFELTRO

Autoritratto (1510-15) - Torino, Biblioteca Reale

Interpretazione di Tommaso Brogini (nonfinitoartgallery@gmail.com)



Dal *De divina proportione*, 1509, lettera P delle *Lettere Capitali* (Luca Pacioli)

Monumento a Leonardo da Vinci (Piero Magni, 1872)
in Piazza della Scala a Milano

NOTIZIE SUI RELATORI, SUGLI AUTORI E SUI PRESIDENTI DI SESSIONE

JOHN BUTCHER (Centro Studi "Mario Pancrazi")

È nato a Redhill (GB). Nel 2003 ha conseguito il titolo di dottore di ricerca presso l'University College London con una tesi sulla poesia di Eugenio Montale. Successivamente ha trascorso un biennio presso il Centro di ricerca sulla tradizione manoscritta di autori moderni e contemporanei, Università di Pavia. Dal 2006 al 2008 è stato assegnista di ricerca in Letteratura italiana presso il Dipartimento di Italianistica e Spettacolo dell'Università di Roma "La Sapienza". Dal settembre 2017 è direttore scientifico della sezione arte e letteratura del Centro Studi "Mario Pancrazi", Sansepolcro (AR). In seguito a una prima fase di ricerca legata alla letteratura italiana postunitaria (monografie su Eugenio Montale, Domenico Rea, Vittoria Aganoor Pompilj e Domenico Gnoli), dal 2011 Butcher si interessa prevalentemente dell'Umanesimo italiano: in particolare, si occupa della poesia in lingua latina del Quattrocento e dei rapporti intercorsi tra gli umanisti e la Grecia. In tale ambito ha all'attivo studi su Gregorio Tifernate, Giovanni Pontano, Matteo Maria Boiardo e Aldo Manuzio. Di recente ha cominciato a interrogarsi sulla poesia italiana del Seicento con interventi su Francesca Turini Bufalini e Antonio Abati.

GIOVANNI CANGI (Associato di Ricerca del CNR- ITABC (Istituto per le Tecnologie Applicate ai Beni Culturali) e professore a contratto presso la Scuola di Ingegneria e Architettura di Cesena dell'Università di Bologna

È ingegnere civile, Docente nel Master di II livello in "Restauro architettonico e cultura del patrimonio" dell'Università di RomTre e nel Master sul "Miglioramento sismico, restauro e consolidamento del costruito storico e monumentale" dell'Università di Ferrara. Svolge attività professionale e di ricerca dal 1985, occupandosi prevalentemente di recupero e consolidamento dell'edilizia storica monumentale e in ambito archeologico fra cui si segnalano il Podio del Tempio di Claudio al Celio, la Domus Tiberiana al Palatino e Foro Romano, Palazzo Senatorio al Campidoglio. Autore di diverse pubblicazioni rivolte al settore del recupero edilizio, tra cui il "Manuale del Recupero Strutturale e Antisismico" edito dalla DEI - Roma. Dal 1998 coordina il progetto didattico "Architettura e territorio" e la Collana omonima, presso l'IT

"Franchetti-Salviani" di Città di Castello (PG), rivolti alla riscoperta e valorizzazione dei monumenti minori dell'Alta Valle del Tevere

ARGANTE CIOCCI (Centro Studi "Mario Pancrazi")

Dopo aver conseguito la Laurea in Filosofia a Perugia (1993) e una seconda Laurea in Lettere (1995) è diventato dottore di ricerca in Storia della Scienza con una tesi su Luca Pacioli. I suoi interessi scientifici, testimoniati dalle precedenti pubblicazioni su riviste specialistiche, vertono sul Rinascimento e la Rivoluzione scientifica del XVII secolo. Il suo lavoro di ricerca è incentrato sulla matematica del Rinascimento e, in particolare, sulle figure di Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo da Vinci. A queste tematiche sono dedicati i volumi su Pacioli (*Luca Pacioli e la matematizzazione del sapere nel Rinascimento*, Bari, Cacucci 2003; *Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo*, Sansepolcro, Aboca, 2009; *Luca Pacioli. Letture e interpretazioni*, Biblioteca del Centro Studi "Mario Pancrazi", Selci-Lama, L'Artistica, 2012) - e gli articoli sulla diffusione dell'Archimede latino di Iacopo da San Cassiano (*L'Archimede latino di Iacopo da San Cassiano, Francesco dal Borgo e Piero della Francesca*, in "1492?"- Rivista della Fondazione Piero della Francesca, Anno IV (2011), nn. 1-2-Anno V (2012), nn. 1-2, pp. 43-64; *Luca Pacioli e l'Archimede latino*, in "Bollettino di Storia delle scienze matematiche", Vol- XXXV- 2015, fasc. 2, pp. 165-184)

BRUNO D'AMORE (Università di Bologna)

È laureato in Matematica, in Filosofia ed in Pedagogia. Ha il titolo di PhD in Mathematics Education; ed ha ottenuto un PhD Honoris Causa dalla Università di Cipro. Fino al settembre 2010 è stato professore ordinario di "Didattica della Matematica" nell'Università di Bologna; ha insegnato inoltre in modo fisso presso l'Alta Scuola Pedagogica di Locarno (Svizzera) e tiene corsi in varie Università americane ed europee, in corsi post laurea e di Dottorato di ricerca. Collabora per la ricerca in didattica della matematica con molti Istituti universitari in vari altri Paesi del mondo. Ha fondato nel 1987 la rivista "La matematica e la sua didattica"; dirige varie collane per diversi Editori. È membro del Comitato Scientifico di molte e importanti riviste di Didattica della Matematica, edite in molti Paesi del mondo (Italia, Cipro, Slovacchia, Grecia, Messico, Colombia, Svizzera, Perù, …). È fondatore e tuttora responsabile scientifico del Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica di

Bologna (con finanziamenti: C.N.R. e MIUR). Ideatore nel 1986 e direttore scientifico del Convegno Nazionale "Incontri con la Matemática" di Castel San Pietro Terme.
Ha pubblicato circa 170 libri (in varie lingue) e oltre settecento articoli in riviste prestigiose di tutto il mondo, in varie lingue. Ha vinto numerosi premi. Gli sono stati dedicati 5 convegni ad honorem in Italia, Argentina e Brasile.
Attualmente vive a Bogotà, Colombia, dove detta seminari e dirige tesi nel Dottorato di ricerca in Educación matemática della università Distrital Francisco José de Caldas.
Wikipedia inglese: https://en.wikipedia.org/wiki/Bruno_D%27Amore
Wikipedia spagnolo: https://es.wikipedia.org/wiki/Bruno_D%27Amore

SALVATORE DELL'ATTI (Conservatorio "G. Rossini" - Pesaro)
Musicologo, Compositore, Direttore d'Orchestra e Flautista

Diplomato in Composizione, Direzione d'Orchestra, Musica Corale e Direzione di Coro, Strumentazione per Banda, Didattica della Musica, Flauto dolce, Fagotto e ha conseguito il Master in *Le culture musicali del Novecento* presso l'Università Tor Vergata di Roma. Grazie a borse di studio, si è perfezionato in Flauto e Direzione presso l'Accademia Chigiana di Siena (René Clemencic, Kees Boeke e Frans Brüggen); Musica da Camera barocca con David Bellugi, poi assistente al cembalo (Scuola di Musica di Fiesole) e Scuola di Paleografia e Filologia musicale di Cremona. Membro della Società Italiana di Musicologia e dell'Accademia «Petrarca» e di Musicologie Médievale (*Resources for medieval musicology and liturgy*).
Vincitore di concorsi nazionali e internazionali (Genova e Stresa). È stato assistente di Clemencic (direzione musica barocca), di Marco de Natale (Semiologia della musica) e dal 2015 è direttore artistico dell'Audioteca Poggiana.
Attività di ricerca:
Collabora con Università, Conservatori, Accademie, Biblioteca Nazionale di Firenze, Fondazioni, ecc. Autore di saggi su Verdi, Wagner, Holmès, Strauss, Orgitano, Tesi, Ricci, spesso riportando alla luce opere di compositori poco conosciuti.
Più recentemente i suoi studi vertono sull'analisi e la ricerca interdisciplinare. Co-curatore della mostra documentaria «Uno sguardo su Mozart» per il 250esimo della nascita del musicista salisburghese (Conservatorio di Potenza e Università «La Sapienza», 2006).

Tra le più recenti pubblicazioni (2017) si segnalano: *Un coro d'angeli nell'Incoronazione della Vergine e santi di Sandro Botticelli*; *Contentar l'udito: dalla* Divina proportione *alla prassi musicale della corte urbinate* (V International Conference On Luca Pacioli In Accounting History - Università di Urbino) e Theatrum Instrumentorum: *voci organologiche a confronto* (in *Suoni per lemmi - Giornata di studi su dizionari e lessici d'argomento musicale*, R. Accademia Filarmonica di Bologna). Come responsabile dell'Audioteca Poggiana, ha organizzato Convegni internazionali, Tavole rotonde, Giornate di studi, Cicli di Conferenze che hanno visto la collaborazione di importanti istituzioni, musicologi e studiosi italiani e stranieri (*Dante e la Musica*; *Musica e musicisti in Toscana*; *Intorno a messer Claudio musico*; *Colleganze musicali: la direzione d'orchestra e la critica*; Frau Musika, *Rapporti tra musica e cultura religiosa a 500 anni dalla Riforma*).

Conferenziere, recensore e divulgatore, collabora per alcune testate giornalistiche e per «Nuova informazione bibliografica» de Il Mulino. Nell'anno rossiniano ha presentato (Biblioteca San Giovanni di Pesaro) il volume *Selim e Isabella* di Enrico Costa (saggista e professore di Urbanistica all'Università Mediterranea di Reggio Calabria); ha presieduto la terza sessione (Palazzo Montani Antaldi 26 ottobre del 2018 per la Fondazione Rossini) del Convegno Internazionale «Che testa! Che Talento»: *omaggio a Rossini* e ha partecipato (Arezzo - seconda sessione) con la relazione: *Una compositrice rossiniana, Carolina Pazzini Uccelli, e una sua sinfonia inedita.*

Docente:

A seguito della vincita del Concorso ordinario per esami e titoli (1989) per i Conservatori di musica, ha svolto attività didattica presso il "G. da Venosa" di Potenza, il "G. Verdi" di Milano, "A. Casella" di L'Aquila " G. Rossini" di Pesaro per: Storia e Analisi del Repertorio, Musica da camera, Prassi esecutiva per la Musica del '900 e contemporanea, Principi di direzione d'Orchestra, Musica d'insieme per strumenti antichi. Docente per il Corso di Specializzazione in Musicoterapia (Conservatorio e Università di L'Aquila) per Semiologia della Musica e Ascolto musicale; dall'a. a. 2019/20 insegna presso il Conservatorio «F. Morlacchi» di Perugia. Ha tenuto Corsi di Musica medievale (notazioni, trattatistica e prassi esecutiva) in particolare su vari alcuni mss. (Codex H 196 di Montpellier; Squarcialupi, Pal.87; Roman de Fauvel, cod. Fr.146, El Libre Vermell de Montserrat, ecc.), rinascimentale e barocca oltre che per i corsi di formazione per Direttori di Coro (Feniarco - Toscana).

Musicista (Compositore, Direttore d'Orchestra e Flautista):

Ha composto su commissione musica da camera, per orchestra e - con un'opera su testo di E. Ionesco - ha vinto un concorso come migliore opera.

Dopo il debutto (1988 - Accademia Chigiana) come Direttore d'Orchestra con il *Clemencic Consort* di Vienna inizia a dirigere opere barocche, approdando successivamente al grande repertorio lirico-sinfonico (*Nuova Cameristica di Milano*, *Filarmonica di Roma*, *Sinfonica di Kmelnitsky*, ecc.) sia in Italia che all'estero; come flautista e/o direttore di gruppi si è dedicato più in particolare alla musica antica, collaborando con importanti istituzioni (Teatro Comunale di Firenze; *Consort Fontegara*; *Solisti di Fiesole*; Istituto Abruzzese di Storia Musicale; *Solisti Aquilani*; Canto delle Pietre - Europa Musica, Museo degli Strumenti Musicali di Roma, ecc.) inaugurando altresì importanti Festival (Lecce, III Festival internazionale di Musica barocca, Babylon Festival, Dvdgrad Festival, ecc.).
Tra alcune incisioni si segnalano: «Il Giardino dell'Amore: Musiche strumentali nell'Europa fra Medioevo e Rinascimento» (*Consort Fontegara*- Bongiovanni); «El Camino de Santiago - 12th and 14th Century Spanish Manuscripts» (*Consort Fontegara* - Dynamic); «Giovanni Gabrieli, Canzoni et Sonate, 1615» (*Consort Fontegara,* R. Clemencic - Tactus). Partecipa, inoltre come direttore d'Orchestra ad eventi significativi come il Concerto per la Festa della Repubblica e presso la Casa Circondariale di Potenza.
Wolfgang Witzenmann gli ha dedicato *Bourdon* e Walter Kolneder ha scritto: «Salvatore Dell'Atti possiede eccellenti e straordinarie doti capacità musicali».
Diplomato in Composizione, Direzione d'Orchestra, Musica Corale e Direzione di Coro, Strumentazione per Banda, Didattica della Musica, Flauto dolce, Fagotto e ha conseguito il Master in *Le culture musicali del Novecento* presso l'Università Tor Vergata di Roma. Grazie a borse di studio, si è perfezionato in Flauto e Direzione presso l'Accademia Chigiana di Siena (René Clemencic, Kees Boeke e Frans Brüggen); Musica da Camera barocca con David Bellugi, poi assistente al cembalo (Scuola di Musica di Fiesole) e Scuola di Paleografia e Filologia musicale di Cremona. Membro della Società Italiana di Musicologia e dell'Accademia «Petrarca» e di Musicologie Médievale (*Resources for medieval musicology and liturgy*).
Vincitore di concorsi nazionali e internazionali (Genova e Stresa). È stato assistente di Clemencic (direzione musica barocca), di Marco de Natale (Semiologia della musica) e dal 2015 è direttore artistico dell'Audioteca Poggiana.
Attività di ricerca:
Collabora con Università, Conservatori, Accademie, Biblioteca Nazionale di Firenze, Fondazioni, ecc. Autore di saggi su Verdi, Wagner, Holmès, Strauss, Orgitano, Tesi, Ricci, spesso riportando alla luce opere di compositori poco conosciuti.
Più recentemente i suoi studi vertono sull'analisi e la ricerca interdisciplinare. Co-curatore della mostra documentaria «Uno sguardo su Mozart» per il

250esimo della nascita del musicista salisburghese (Conservatorio di Potenza e Università «La Sapienza», 2006).
Tra le più recenti pubblicazioni (2017) si segnalano: *Un coro d'angeli nell'Incoronazione della Vergine e santi di Sandro Botticelli*; *Contentar l'udito: dalla* Divina proportione *alla prassi musicale della corte urbinate* (V International Conference On Luca Pacioli In Accounting History - Università di Urbino) e Theatrum Instrumentorum: *voci organologiche a confronto* (in *Suoni per lemmi - Giornata di studi su dizionari e lessici d'argomento musicale*, R. Accademia Filarmonica di Bologna). Come responsabile dell'Audioteca Poggiana, ha organizzato Convegni internazionali, Tavole rotonde, Giornate di studi, Cicli di Conferenze che hanno visto la collaborazione di importanti istituzioni, musicologi e studiosi italiani e stranieri (*Dante e la Musica*; *Musica e musicisti in Toscana*; *Intorno a messer Claudio musico*; *Colleganze musicali: la direzione d'orchestra e la critica*; Frau Musika, *Rapporti tra musica e cultura religiosa a 500 anni dalla Riforma*).
Conferenziere, recensore e divulgatore, collabora per alcune testate giornalistiche e per «Nuova informazione bibliografica» de Il Mulino. Nell'anno rossiniano ha presentato (Biblioteca San Giovanni di Pesaro) il volume *Selim e Isabella* di Enrico Costa (saggista e professore di Urbanistica all'Università Mediterranea di Reggio Calabria); ha presieduto la terza sessione (Palazzo Montani Antaldi 26 ottobre del 2018 per la Fondazione Rossini) del Convegno Internazionale «Che testa! Che Talento»: *omaggio a Rossini* e ha partecipato (Arezzo - seconda sessione) con la relazione: *Una compositrice rossiniana, Carolina Pazzini Uccelli, e una sua sinfonia inedita.*
Docente:
A seguito della vincita del Concorso ordinario per esami e titoli (1989) per i Conservatori di musica, ha svolto attività didattica presso il "G. da Venosa" di Potenza, il "G. Verdi" di Milano, "A. Casella" di L'Aquila "G. Rossini" di Pesaro per: Storia e Analisi del Repertorio, Musica da camera, Prassi esecutiva per la Musica del '900 e contemporanea, Principi di direzione d'Orchestra, Musica d'insieme per strumenti antichi. Docente per il Corso di Specializzazione in Musicoterapia (Conservatorio e Università di L'Aquila) per Semiologia della Musica e Ascolto musicale; dall'a. a. 2019/20 insegna presso il Conservatorio «F. Morlacchi» di Perugia. Ha tenuto Corsi di Musica medievale (notazioni, trattatistica e prassi esecutiva) in particolare su vari alcuni mss. (Codex H 196 di Montpellier; Squarcialupi, Pal.87; Roman de Fauvel, cod. Fr.146, El Libre Vermell de Montserrat, ecc.), rinascimentale e barocca oltre che per i corsi di formazione per Direttori di Coro (Feniarco - Toscana).
Musicista (Compositore, Direttore d'Orchestra e Flautista):

Ha composto su commissione musica da camera, per orchestra e - con un'opera su testo di E. Ionesco - ha vinto un concorso come migliore opera.
Dopo il debutto (1988 - Accademia Chigiana) come Direttore d'Orchestra con il *Clemencic Consort* di Vienna inizia a dirigere opere barocche, approdando successivamente al grande repertorio lirico-sinfonico (*Nuova Cameristica di Milano*, *Filarmonica di Roma*, *Sinfonica di Kmelnitsky*, ecc.) sia in Italia che all'estero; come flautista e/o direttore di gruppi si è dedicato più in particolare alla musica antica, collaborando con importanti istituzioni (Teatro Comunale di Firenze; *Consort Fontegara*; *Solisti di Fiesole*; Istituto Abruzzese di Storia Musicale; *Solisti Aquilani*; Canto delle Pietre - Europa Musica, Museo degli Strumenti Musicali di Roma, ecc.) inaugurando altresì importanti Festival (Lecce, III Festival internazionale di Musica barocca, Babylon Festival, Dvdgrad Festival, ecc.).
Tra alcune incisioni si segnalano: «Il Giardino dell'Amore: Musiche strumentali nell'Europa fra Medioevo e Rinascimento» (*Consort Fontegara*- Bongiovanni); «El Camino de Santiago - 12th and 14th Century Spanish Manuscripts» (*Consort Fontegara* - Dynamic); «Giovanni Gabrieli, Canzoni et Sonate, 1615» (*Consort Fontegara,* R. Clemencic - Tactus). Partecipa, inoltre come direttore d'Orchestra ad eventi significativi come il Concerto per la Festa della Repubblica e presso la Casa Circondariale di Potenza.
Wolfgang Witzenmann gli ha dedicato *Bourdon* e Walter Kolneder ha scritto: «Salvatore Dell'Atti possiede eccellenti e straordinarie doti capacità musicali».

FRANCESCO PAOLO DI TEODORO (Politecnico di Torino)

Ordinario di Storia dell'architettura presso il Politecnico di Torino, PhD in "Storia e critica dei beni architettonici e ambientali", ha insegnato alla "Scuola di Specializzazione in Storia dell'arte medievale moderna" (Roma, La Sapienza), dopo aver insegnato a lungo Storia dell'arte nei licei. È stato Professeur invité all'EPHE-Paris Sorbonne e Coordinatore del Dottorato in "Beni architettonici e paesaggistici". Distaccato per un triennio al Centro Linceo Interdisciplinare "B. Segre"-Accademia Nazionale dei Lincei, è accademico d'onore dell'Accademia Clementina-Bologna e dell'Accademia Raffaello-Urbino. È membro del "Comitato Nazionale per l'edizione dei manoscritti e dei disegni di Leonardo da Vinci" (dal 2018), è nei Comitati scientifici della "Fondazione Rossana e Carlo Pedretti" e del "Centro Studi Vitruviani" di Fano. Ha curato (con Filippo Camerota e Luigi Grasselli) la mostra pierfrancescana di Reggio Emilia (2015) e (con Filippo Camerota) quella sulla prospettiva di Sansepolcro (2018-2019). È cocuratore della mostra leonardiana di Torino (2019) e di quella su Raffaello di Mantova (2020-2021).

È nel comitato scientifico delle mostre leonardesche di Firenze-Uffizi (2018-2019) e di Venezia-Gallerie dell'Accademia (2019). È nel Comitato scientifico di tre convegni leonardiani (Parigi, Torino 2019) e in quello della mostra nazionale (Scuderie del Quirinale) dedicata a Raffaello (2020). È nei comitati scientifici e/o di direzione di «Albertiana», «Humanistica», «Atti e studi. Accademia Raffaello», «Opus incertum». Ha pubblicato saggi e libri su Piero della Francesca, Raffaello, Leonardo, Vitruvio, Leon Battista Alberti, Ammannati, Brunelleschi, Francesco di Giorgio, Luca Pacioli, trattatistica architettonica rinascimentale. Collabora con numerose riviste internazionali. È autore (con G. Cricco) di un manuale di Storia dell'arte (Bologna, Zanichelli).
Pubblicazioni:
http://porto.polito.it/view/creators/Di_Teodoro=3AFrancesco_Paolo=3A003069=3A.html

ANDREA FELICI (Università per stranieri di Siena)

È assegnista di ricerca presso l'Università per Stranieri di Siena e docente a contratto di Storia della lingua italiana all'Università degli Studi di Urbino "Carlo Bo". Già contrattista presso l'Accademia della Crusca e l'Istituto del CNR - Opera del Vocabolario Italiano di Firenze, si è formato sotto la guida di Giuseppe Patota (Università degli Studi di Siena) e di Giovanna Frosini (Università per Stranieri di Siena). In passato ha pubblicato saggi sull'italiano contemporaneo, sulla prosa del Novecento (Pasolini, Pea) e sulla canzone d'autore (De André, Gaber). Negli ultimi anni la sua attività di ricerca si è concentrata sulla lingua degli scritti di architettura di Michelangelo e sulla prosa cancelleresca del XV secolo, con riferimento specifico agli stilemi della scrittura machiavelliana. Per Michelangelo si ricordano, tra i numerosi contributi editi, la monografia *Michelangelo a San Lorenzo (1515-1534). Il linguaggio architettonico del Cinquecento fiorentino* (Firenze, Olschki, 2015), preceduta da un contributo relativo al ritrovamento di un autografo michelangiolesco presso la British Library di Londra (*Michelangelo a San Lorenzo: un autografo ritrovato (London, British library, Ms. Additional 46473)*, in «Studi Linguistici Italiani», XXXVIII, 1 [2012], pp. 28-49). Per i testi cancellereschi, sono di recente pubblicazione: *«Parole apte et convenienti». La lingua della diplomazia fiorentina di metà Quattrocento*, Firenze, Accademia della Crusca, 2018; *Una strategia argomentativa dalle lettere della cancelleria fiorentina di metà Quattrocento. Il procedimento ipotetico-dilemmatico*, in «Interpres», XXVI (2018), pp. 51-91; *«Honore, utile et stato». "Lessico di rappresentanza" nelle*

lettere della cancelleria fiorentina all'epoca della pace di Lodi, in «Studi di Lessicografia Italiana», XXXIV (2017), pp. 83-130.
Attualmente è affidatario, presso l'Università per Stranieri di Siena, di un progetto di ricerca mirato alla nuova edizione e allo studio linguistico-lessicografico del Codice Leicester di Leonardo da Vinci.

KATIA FERRI MELZI D'ERIL (Università di Pavia)

Laureata in Scienze economiche e aziendali, è giornalista professionista, scrittrice, autrice e regista televisiva. Consulente di marketing e comunicazione per aziende, banche ed enti pubblici tra cui municipalità e musei in varie regioni italiane, dal 2004 insegna comunicazione d'impresa all'Università di Pavia. Consulente di gruppi bancari e assicurativi, imprese della filiera tessile-abbigliamento e del turismo-agroalimentare, ha pubblicato20 libri, di cui 16 saggi su temi economici con prestigiosi editori quali Sole 24Ore, Sonzogno, Sperling & Kupfer e manuali sulla comunicazione e il trading finanziario con Lupetti, Trading Library, Univers Pavia e Bruno Editore ebook. Nel 2004 ha vinto il Premio Aidda-Censis-Italtel-Sole 24Ore Lombardia con la monografia "Risorsa Donna". La copertina del suo primo libro "Spot Babilionia", ed. Lupetti, è stata illustrata dal pubblicitario Armando Testa. Il suo primo romanzo "La Promessa" ha vinto la medaglia d'argento al Premio Camaiore Giallo nel 2007. Ad esso ha fatto seguito, sempre con Zonza Editore "Il gioco dei quattro". Nel 2009 è uscito il primo romanzo storico "Cristo Nerone e il segreto di Maddalena" (Baldini Castoldi Dalai), tradotto in 3 lingue. L'ultima opera, "Viaggio con Leonardo", pubblicata con Univers Editrice Pavia pubblicato nel 2017-2018, il 2 maggio 2018 è stata presentata al Senato della Repubblica a Roma. Ripubblicato con Dromo editrice, nel 2019 ha già in programma 10 presentazioni in Italia e all'estero.

GIULIO FIRPO (Accademia Petrarca - Arezzo)

Già Professore Ordinario di Storia Romana nella Facoltà di Lettere e Filosofia dell'Università "G. D'Annunzio" di Chieti-Pescara.
Presidente dell'Accademia Petrarca di Lettere Arti e Scienze di Arezzo dal 2003.
Membro di varie Accademie, tra cui l'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere di Milano, l'Accademia Etrusca di Cortona, la Società Ligure di Storia Patria.
I suoi prevalenti interessi di ricerca riguardano:

a) i rapporti tra mondo giudaico e mondo ellenistico-romano fra II secolo a.C. e II secolo d.C.
b) i rapporti tra Roma e le popolazioni dell'Italia antica (etruschi e italici) tra il IV secolo a.C. e l'età augustea
c) i problemi di storia repubblicana arcaica (V-metà IV secolo a.C.)
d) la "rilettura" della storia e della costituzione romana in età moderna (XVIII e XIX secolo)
e) la storia locale.
Autore di circa 160 tra articoli di rivista e monografie, tra le quali le più recenti:
Romanità risuscitata. Letture moderne di Roma antica (2012)
Roma e i "veteres hostes" (2016)
Co-autore e co-curatore del progetto "Storia di Arezzo" dell'Accademia Petrarca, di cui sono usciti i primi due volumi: *Arezzo nell'antichità*, 2009 e *Arezzo nel Medioevo*, 2012. Il terzo, *Arezzo in età moderna* è in lavorazione e uscirà antro dicembre di quest'anno.

ENRICO GIUSTI (Il Giardino di Archimede)

È nato a Priverno (LT) il 28 ottobre 1940. Dopo gli studi secondari si è laureato in Fisica nel 1963 all'Università di Roma con una tesi sulle particelle elementari e gli anelli di accumulazione. Sempre nel campo della fisica delle alte energie, è stato per due anni borsista dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare all'Università di Firenze. È poi passato a compiere ricerche di Matematica, ricoprendo un posto di Assistente all'Università di Pisa, dove dal 1967 ha tenuto l'incarico di insegnamento prima di Analisi funzionale e poi di Analisi per il corso di laurea in Fisica.
Nel 1968 otteneva la libera docenza in Analisi Matematica, e nel 1971 risultava vincitore di un concorso a cattedra nella stessa materia, a seguito del quale veniva chiamato come professore straordinario all'Università dell'Aquila. Successivamente è stato professore ordinario all'Università di Trento (1975-78), di Pisa (1978-80) e dal 1980 presso il Dipartimento "U. Dini" dell'Università di Firenze.
Come professore visitatore ha insegnato e compiuto ricerche in numerose Università straniere, tra cui:

University of California,
Berkeley
Stanford University,
Stanford
Institute for Advanced Studies,
Princeton
Australian National University,
Canberra
Mittag-Leffler Institute,
Stoccolma
Università Lomonosov,
Mosca
Nankai Institute of Mathematics,
Tientsin,
Cina Università di Paris-Dauphine
Università di Tokyo
Max-Planck-Institut, Bonn
Per le sue ricerche in matematica ha ottenuto nel 1968 il premio Pomini e nel 1978 il premio Caccioppoli. Nel 1999 ha ricevuto la medaglia dell'Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL per i suoi studi in matematica e in storia della matematica.
Nel 1999 ha fondato "Il Giardino di Archimede", il primo museo in assoluto dedicato completamente alla matematica, per il quale nel 2002 ha ricevuto il premio "Capo d'Orlando".
È direttore fin dalla sua fondazione (1981) del *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, edito fino al 2001 dall'Unione Matematica Italiana e poi da Il Giardino di Archimede.

PAOLA MAGNAGHI DELFINO (Politecnico di Milano)
Dati personali
Laboratorio FDS
Dipartimento di Matematica
Politecnico di Milano
Via Bonardi, 9 - 20133 Milano
Attività didattica e di ricerca

Dopo aver frequentato il liceo scientifico, si è laureata in Matematica presso l'Università degli Studi di Milano nel 1976. Dall'aprile 1977 al giugno 1978 è stata assistente supplente presso l'Istituto di Matematica del Politecnico di

Milano. Dal 1 gennaio 1979 al 30 ottobre 1980 è stata assistente presso il Dipartimento di Matematica Del l'Ecole Polytechnique Fédérale di Lausanne (CH). Dal 1 novembre 1981 lavora al Politecnico di Milano come ricercatore confermato. Nell'attività di docenza universitaria ha tenuto insegnamenti di Analisi Matematica I, II e di Fondamenti di Matematica e di Istituzioni di Matematica nella sede di Milano. È stata tutor per le classi virtuali della Laurea OnLine in Ingegneria Informatica del Politecnico di Milano. Ha partecipato in qualità di docente alla Summer School di Ateneo. Ha pubblicato tre esercizi di Analisi Matematica, rivolti agli studenti dei corsi di Ingegneria.
Nella sua attività coniuga la produzione scientifica con l'impegno nella sperimentazione didattica e costruzione di attività didattiche per l'e-learning. Ha collaborato alla costruzione di alcune attività formative del progetto *MathOnLine* realizzato dal Centro Metid del Politecnico di Milano ed è stata tutor di una classe virtuale. Ha collaborato alla recensione e revisione dei materiali didattici del progetto europeo *EleneLearning* realizzato dal Centro Metid del Politecnico di Milano. Ha realizzato progetti in collaborazione con l'INAF- Osservatorio Astronomico di Brera, con la compagnia PACTA.deiTeatri, con l'Accademia delle Belle Arti di Brera nonché progetti di Ateneo. Ha realizzato con piccoli gruppi di allievi di scuola superiore numerosi progetti finalizzati alla valorizzazione delle eccellenze, che hanno conseguito premi nell'ambito di concorsi nazionali e internazionali. Si dedica anche alla divulgazione matematica attraverso consulenza a spettacoli teatrali, che la vedono anche presente sul palco al termine dello spettacolo per chiarimenti di contenuto scientifico. Partecipa in qualità di relatore a convegni sulla didattica della matematica. Nel 2012, in collaborazione con Alessandra Angelini, artista e docente di Grafica d'Arte presso l'Accademia delle Belle Arti di Brera, e con Tullia Norando del laboratorio FDS, ha progettato e realizzato il progetto artistico-didattico "Lezione di Galileo Galilei sulla struttura dell'Inferno" rivolto agli studenti del corso di Grafica d'Arte della prof. Angelini. Il lavoro, tenutosi sia al Politecnico che all'Accademia è culminato nella mostra, tenutasi al Politecnico nel maggio 2012, curata dalle docenti stesse. La mostra, trasformatasi in mostra itinerante nel 2013, è ospite delle scuole superiori che la richiedono, accompagnata da una conferenza introduttiva tenuta dalle curatrici. La mostra è esposta al Museo Centro Dantesco, via Dante Alighieri 4, Ravenna nel periodo 25/08-25/09/2013 e al Festival BergamoScienza nel periodo 05/10-20/10/2013. Nel 2013 partecipa alla progettazione di *In Action with Math*, di cui, in collaborazione con Tullia Norando, crea il modulo "Dammi una chance" del percorso di Matematica cre-attiva dedicato agli allievi della Scuola Secondaria Superiore di Primo Grado. Nel 2015, in occasione di EXPO

2015, in collaborazione con la Prof.ssa Tullia Norando e l'arch. Anna Rho e il laboratorio HOC del Politecnico di Milano, ha ideato e curato il concorso a premi *Matemangiamo*. Nel 2015/16 e 2016/17, in collaborazione con la prof. Tullia Norando e l'arch. Anna Rho, ha ideato e curato il concorso a premi *MatemArtiAmo: la Matematica si fa Arte*. Il concorso a premi di letteratura & arte figurativa è rivolto agli studenti del triennio di Scuola Secondaria di Secondo Grado e agli studenti del Politecnico di Milano ed è volto a far emergere gli aspetti artistici della matematica. Le sezioni del concorso comprendono, oltre alle forme letterarie e figurative tradizionali, anche computer grafica, video e fotografia. Tutte le opere presentate sono pubblicate sulla pagina Facebook di FDS. Al termine della pubblicazione delle opere, i lavori più apprezzati sono esposti al Politecnico di Milano nella mostra allestita e organizzata dalle stesse curatrici

TULLIA NORANDO (Politecnico di Milano)
Dati personali
Laboratorio FDS
Dipartimento di Matematica
Politecnico di Milano
Via Bonardi, 9 - 20133 Milano
tullia.norando@polimi.it
Attività didattica e di ricerca
Di formazione classica, si è laureata in Matematica presso l'Università degli Studi di Milano nel 1972. Dopo la laurea ha lavorato nella scuola superiore e, in tale ambito, ha conseguito l'abilitazione all'insegnamento di matematica e matematica e fisica nelle scuole superiori, ed è risultata vincitore sia del concorso a cattedre per l'insegnamento di Matematica e Osservazioni scientifiche nella scuola superiore di primo grado sia del concorso a cattedre per l'insegnamento di Matematica nella scuola superiore di secondo grado. Dal 1974/75 lavora al Politecnico di Milano, prima come ricercatore, in quanto vincitore di concorso per ricercatori universitari raggruppamento MAT 05, poi come professore associato di Analisi Matematica per le Facoltà di Ingegneria, in quanto vincitore di un concorso nazionale per professore universitario associato raggruppamento MAT 05. Nella attività di docenza universitaria, ha tenuto insegnamenti di Analisi Matematica I, II, III nelle sedi di Milano, Como, Lecco del Politecnico; Calcolo delle Probabilità e Statistica ed Equazioni Differenziali Ordinarie nella sede di Milano Leonardo; Matematica per i corsi di Diploma Universitario a Milano e a Lecco. È stata tutor per le classi virtuali della Laurea OnLine in Ingegneria Informatica del Politecnico di Milano. Ha

partecipato in qualità di docente alla Summer School di Ateneo. Ha tenuto corsi di aggiornamento per i maestri; corsi di formazione rivolti a docenti di scuola superiore; corsi di preparazione al TOL (Test On Line) di accesso alle Facoltà di Ingegneria al Politecnico di Milano. Ha tenuto lezioni e collaborato ai laboratori dei corsi Learning Week "Approfondimento" della Regione Lombardia (edizione 2009); ha tenuto lezioni e collaborato ai laboratori del corso sperimentale Learning Week "Consolidamento" della Regione Lombardia (edizione 2010). Ha tenuto laboratori rivolti a docenti di scuola superiore in convegni a carattere nazionale. Nella sua attività coniuga la produzione scientifica, testimoniata da pubblicazioni scientifiche di contenuto matematico su riviste accreditate, con l'impegno nella sperimentazione didattica, in particolare di carattere interdisciplinare e nell'ambito della progettazione e costruzione di attività didattiche per l'e-learning. Ha collaborato alla progettazione e alla costruzione di alcune unità formative del progetto MathOnline realizzato dal centro METID del Politecnico di Milano e ha collaborato alla progettazione delle lezioni di Analisi Matematica della Laurea Online del Politecnico di Milano. Ha collaborato alla recensione e alla revisione dei materiali didattici del progetto europeo EleneLearning realizzato dal centro METID del Politecnico di Milano. Con i professori R. Betti, C. Citrini, L. Rossi Costa, è parte del gruppo fondatore del Laboratorio di Didattica Sperimentale FDS del Dipartimento di Matematica "F. Brioschi", la cui nascita nel 2008 ha avviato l'attività del gruppo di ricerca Mathematical Education Project. Ha realizzato progetti in collaborazione con l'INAF - Osservatorio Astronomico di Brera, con la compagnia PACTA.dei Teatri, con l'Ufficio Scolastico Regionale, con l'Accademia di Belle Arti di Brera, nonché progetti d'Ateneo. Nell'ambito delle iniziative di FDS, ha collaborato alla progettazione ed esecuzione di attività di formazione rivolte a studenti e docenti di scuola superiore di secondo grado della Lombardia e di altre Regioni. Ha collaborato alla progettazione ed esecuzione di Progetti - Ponte tra Scuola Superiore ed Università, progetti della Regione Lombardia dedicati agli allievi di scuola superiore, sia nell'ambito dell'approfondimento delle conoscenze matematiche, sia nell'ambito del consolidamento. Ha realizzato con piccoli gruppi di allievi di scuola superiore numerosi progetti finalizzati alla valorizzazione delle eccellenze, che hanno conseguito premi nell'ambito di concorsi nazionali e internazionali. Si dedica anche alla divulgazione della Matematica attraverso consulenza a spettacoli teatrali, che la vedono anche presente sul palco sia, prima dello spettacolo, per un dialogo con esperti di varie discipline, sia al termine per chiarimenti sui contenuti specifici. Partecipa in qualità di relatore a convegni sulla didattica della matematica. Nel 2012, in

collaborazione con Alessandra Angelini, artista e docente di Grafica d'Arte presso l'Accademia di Belle Arti di Brera, e con Paola Magnaghi- Delfino del laboratorio FDS, ha progettato e realizzato il progetto artistico-didattico "Lezione di Galileo Galilei sulla struttura dell'Inferno" rivolto agli studenti del corso di Grafica d'Arte della prof. Angelini. Il lavoro, tenutosi sia al Politecnico sia in Accademia, è culminato nella mostra, tenutasi al Politecnico nel maggio 2012, curata dalle docenti stesse. La mostra, trasformata in mostra itinerante nel 2013, è ospite delle scuole superiori che la richiedono, accompagnata da una conferenza introduttiva tenuta dalle curatrici. La mostra è esposta al Museo Centro Dantesco, Via Dante Alighieri 4, Ravenna nel periodo 25/08-25/09/2013 e al Festival Bergamo Scienza 05- 20/10/2013. Nel 2013 partecipa alla progettazione di In Action with Math, di cui, in collaborazione con Paola Magnaghi, crea il modulo "Dammi una chance" del percorso di Matematica cre-attiva dedicato agli allievi della Scuola Secondaria Superiore di Primo Grado. Nel 2015, in occasione di EXPO 2015, in collaborazione con la prof. Paola Magnaghi Delfino e l'arch. Anna Rho e il laboratorio HOC del Politecnico di Milano, ha ideato e curato il concorso a premi Matemangiamo. Nel 2015/16 e 2016/17, in collaborazione con la prof. Paola Magnaghi Delfino e l'arch. Anna Rho, ha ideato e curato il concorso a premi MatemArtiAmo: la Matematica si fa Arte. Il concorso a premi di letteratura & arte figurativa è rivolto agli studenti del triennio di Scuola Secondaria di Secondo Grado e agli studenti del Politecnico di Milano ed è volto a far emergere gli aspetti artistici della matematica. Le sezioni del concorso comprendono, oltre alle forme letterarie e figurative tradizionali, anche computer grafica, video e fotografia. Tutte le opere presentate sono pubblicate sulla pagina Facebook di FDS. Al termine della pubblicazione delle opere, i lavori più apprezzati sono esposti al Politecnico di Milano nella mostra allestita e organizzata dalle stesse curatrici

MATTEO MARTELLI (Centro Studi "Mario Pancrazi")

Laureatosi con una Tesi su Ippolito Nievo, pubblicata nel 1970 in "Belfagor" (f.V) con il titolo: *Due momenti dell'ideologia nieviana*, negli anni Settanta e Ottanta è stato ricercatore presso le Università di Firenze e di Siena e docente di materie letterarie nelle Scuole Medie Superiori. Dal 1991 al 2008 è stato dirigente di Istituti Scolastici Statali di 2° Grado; ha collaborato e collabora con riviste di cultura e con il MIUR in attività di formazione, laboratori e progetti di ricerca; è volontario di Rondine Cittadella della Pace. Nel 1982 (con F. Nibbi) ha pubblicato: *Arezzo. Guida storico-artistica* (Aretia). Dal 1998 al 2008 ha diretto i Quaderni della Valtiberina Toscana. Nel 2007 ha curato (con R.

Manescalchi) *L'Archimede di Piero* (GEC of FA, Firenze), nel 2010 (con E. Giusti) *Pacioli 500 anni dopo* (Suppl. a Quaderni di R&D, Sansepolcro), nel 2011 (con E. Hernández-Esteve) *Before and after Luca Pacioli* (Suppl. a Quaderni di R&D, Sansepolcro), nel 2012 *Leonardo da Vinci e la Valtiberina* (Edizioni Montag); e per la Biblioteca del Centro Studi "Mario Pancrazi" ha curato: nel 2014 *Luca Pacioli a Milano*; nel 2015 *L'Umanesimo nell'Alta Valtiberina*; nel 2016 *Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano* e il volume *Cento anni dopo*. Presidente del Centro Studi "Mario Pancrazi", ne dirige la Biblioteca dei quaderni, dei testi e dei supplementi, e ne promuove le attività. In particolare, nell'ultimo biennio è stato impegnato nella realizzazione del Progetto PACIOLI 2017, che ha registrato: un Convegno internazionale itinerante (14, 15, 16, 17 giugno 2017 - Sansepolcro, Urbino, Perugia, Firenze) con la pubblicazione degli Atti (la curatela è stata affidata anche ad Esteban Hernández-Esteve); i Giochi della Matemagica (27 aprile 2017, 19 aprile 2018, 11 aprile 2019); corsi di aggiornamento per insegnanti di matematica (12, 13, 14 ottobre 2017 e 29 aprile 2019); i tornei di scacchi (20 e 21 marzo 2018, 15 e 16 aprile 2019, 5 maggio 2019) e varie pubblicazioni scientifiche su Luca Pacioli maestro di contabilità, matematico e filosofo della natura.

VICO MONTEBELLI (Università di Urbino)

Già professore di Matematica Applicata negli Istituti Tecnici e docente a contratto di Statistica e Informatica presso l'Università degli Studi di Urbino, è stato membro del Consiglio di Amministrazione della Fondazione Villa del Balì (Museo della scienza interattivo di Saltara).
È socio fondatore del Centro Internazionale di Studi "Urbino e la Prospettiva". Si occupa di storia della Matematica in particolare medioevale e rinascimentale. In questo campo ha curato le mostre seguenti:

a) Galileo Galilei e gli scienziati del Ducato di Urbino, Pesaro,1989
b) La terra e le sue copie, Leonardo, Raffaello, Boscovich, la cartografia del Ducato e della Legazione di Urbino, Pesaro,1991
c) Piero ed i poliedri, Palazzo Ducale di Urbino, 1992
d) Macchine da Teatro e Teatri di Macchine, Branca, Sabbatini, Torelli scenotecnici e meccanici del Seicento, Pesaro,1995

Ha partecipato a congressi come relatore e scritto numerosi articoli su riviste specializzate; i principali:

- *Storia di un inventore del Seicento: Frat'Antonio Torelli*, in "Nuovi Studi Fanesi", 6, Fano 1991
- *La matematica e il diritto: contratti e misurazioni di "appassatori" dal Cinquecento al Settecento*, in *La terra e le sue copie*, catalogo della mostra relativa, Quattroventi, Urbino, 1991
- *Piero, la matematica ed i poliedri*, in *Piero e Urbino, Piero e le corti rinascimentali*, Marsilio, 1992
- *Tommaso Leonardi, algebrista fanese*, in "Nuovi Studi Fanesi", 8, Fano 1993.
- *Piero della Francesca matematico*, in "Le Scienze", marzo 1996.
- *L'uomo della misura. La professione del geometra dal 1300 al 1800*. Arti Grafiche Editoriali Srl, Urbino, 1996
- *La geometria nel Trattato d'abaco e nel Libellus de quinque corporibus regularibus di Piero della Francesca: raffronto critico*, in *Piero della Francesca tra arte e scienza* a cura di M. Dalai Emiliani e V. Curzi, Marsilio, Venezia, 1996.
- *I giochi matematici nel* De viribus quantitatis, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, Atti del convegno internazionale di studi, Sansepolcro 1994, a cura di E. Giusti, Petruzzi, Editore, Città di Castello, 1998.
- *La Matematica di Piero della Francesca*, in "Lettera Matematica 59 Pristem", Centro Eleusi Università Bocconi, Springer, 2006.
- *Luca Pacioli: la magia delle "Mathematiche discipline",* in F. M. Cesaroni, M. Ciambotti, E. Gamba, V. Montebelli, *Le tre facce del poliedrico Luca Pacioli*, Quaderni del Centro Internazionale di Studi Urbino e la Prospettiva, Urbino 2010
- *Luca Pacioli e la prospettiva*, Parte prima e seconda, in "Lettera Matematica Pristem", 93-94, Centro Pristem Università Bocconi, Springer, 2015.
- *Paolo da Middelburg algebrista alla corte di Federico da Montefeltro*, in Itinerari, "Annuario di ricerche filosofiche", Litografia Botolini srl di Rocca San Giovanni (Ch), 2015.

Fra le sue pubblicazioni principali ricordiamo come coautore: *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento* (Quattroventi Urbino, 1988); come cocuratore: Piero della Francesca, *Libellus de quinque corporibus regularibus*, codice Vaticano Urbinate Lat. 632, corredato dalla trascrizione della versione volgare di Luca Pacioli, testo critico dell'edizione nazionale (Giunti, 1995); Piero della Francesca, *Trattato d'abaco*, dal codice Ashburnham 359 della Biblioteca Medicea Laurenziana di Firenze, testo critico dell'edizione nazionale (Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, 2013; Federico Commandino, *De centro gravitatis solidorum*, traduzione in italiano e testo critico (Edizioni della Normale, 2015).

PAOLA PIERUCCI (Università di Chieti e Pescara)

Ha prestato sevizio presso l'Università di Bari prima come ricercatore di Storia Economica e poi come Professore Associato; successivamente ha insegnato Storia Economica, Storia d'Impresa e Storia delle Teorie e delle Tecniche Contabili presso l'Università di Chieti dove è stata in servizio come Professore Ordinario ed ha presieduto il corso di laurea in Economia e Amministrazione delle Imprese della facoltà di Economia. Ha fatto parte del collegio dei docenti del dottorato in Storia Economica dell'Università di Bari e successivamente ha coordinato il dottorato di ricerca in Economia e Storia del Territorio dell'Università di Chieti. Dal 2006 fa parte del comitato scientifico dell'Istituto Internazionale di Storia Economica "F. Datini" di Prato. Attualmente è vicepresidente della Società Italiana degli Storici Economici
I suoi interessi scientifici si sono inizialmente orientati sugli aspetti fiscali della pastorizia in area mediterranea nell'età moderna; successivamente si è dedicata allo studio, sempre con riferimento all'età moderna, dei problemi monetari e creditizi della Repubblica di Ragusa che si sono concretizzati nella pubblicazione di un volume tradotto anche in lingua croata. In tempi più recenti si è occupata di archeologia industriale marittima nell'ambito del progetto europeo INTERADRIA: eredità culturali dell'Adriatico, nell'ambito del quale ha coordinato una sezione. Attualmente i suoi interessi scientifici sono orientati verso studi di Storia della Contabilità e Storia del Turismo.

GIUSEPPE ROSSI (Centro Studi "Mario Pancrazi")

Laureato in matematica presso l'Università di Perugia, si è perfezionato in Pedagogia e didattica multimediale presso le Università di Padova e Roma III. Vincitore di concorso, dal 2000 è abilitato all'insegnamento presso la scuola secondaria superiore. Svolge la sua attività didattica presso istituti e licei di Sardegna, Toscana e Umbria. Ha collaborato al progetto "Matematica e Realtà" ed è stato tutor dell'esame di Storia delle Matematiche 1 presso il corso di Laurea in Matematica dell'Università di Perugia. Ha collaborato alla realizzazione del IX congresso nazionale della SISM. È stato riconosciuto cultore della materia "Storia delle matematiche" dal Consiglio di corso di Laurea dell'Università perugina. Ha pubblicato (2012) nel volume Leonardo da Vinci e la Valtiberina, della Biblioteca del Centro Studi "Mario Pancrazi", il saggio: Leonardo da Vinci e Pacioli da Milano alla Valtiberina; nel volume

L'Umanesimo nell'Alta Valtiberina, sempre della Biblioteca del Centro Studi "Mario Pancrazi" (2015), in collaborazione con L. Bernardini, P. Cagnacci, E. Cavalli, il saggio: Piero, Luca e l'Umanesimo matematico; il saggio Leonardo da Vinci e la quadratura del cerchio, in Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano, a cura di Matteo Martelli, University Book, Umbertide, 2016.

PAOLO SENNA (Università Cattolica del Sacro Cuore di Milano)

Nato nel 1973, bibliotecario presso l'Università Cattolica del Sacro Cuore di Milano. È autore di diversi articoli di argomento letterario usciti su rivista («Testo», «Rivista di Letteratura italiana», «Otto/Novecento», «Giornale storico della letteratura italiana», «Critica letteraria»), in volume e su quotidiani («Avvenire», «Il Sole 24 Ore»). Nel 2006 ha curato l'edizione dell'epistolario editoriale di San Marco dei Giustiniani (Amici miei poeti). I suoi interessi si rivolgono in particolar modo alla letteratura quattrocentesca (Pico della Mirandola, Leonardo da Vinci) e novecentesca (Pascoli, Barile, Franchi, Moretti, Montale, Benzoni), anche dialettale (Balestrieri, Tessa, Giotti, Loi). Ha collaborato a vario titolo con diverse case editrici ed ha allestito antologie, testi ed apparati per le edizioni scolastiche.

ELISABETTA ULIVI (Università di Firenze)

Laureata in Matematica, è Professore associato presso il Dipartimento di Matematica e Informatica U. Dini di Firenze. Da diversi anni è docente del Corso di Storia della Matematica per la Laurea Magistrale in Matematica, e del Corso di Elementi di Matematica e Statistica per il CdL in Biotecnologie. Ha pubblicato articoli e saggi sulla storia della didattica della matematica, sulla scuola galileiana, e soprattutto sulla matematica del Medioevo e del Rinascimento, con particolare riferimento alla storia delle scuole d'abaco in Italia, e con contributi alle biografie di Leonardo da Vinci, di Luca Pacioli, e d'importanti abacisti del secoli XIV-XVI. Tra gli altri:
Le fonti di Bonaventura Cavalieri: la costruzione delle Coniche fino allo "Specchio Ustorio (1632)", "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", vol. VII (1987), fasc. 1, pp. 117-179.
Luca Pacioli, una biografia scientifica, in *Luca Pacioli e la matematica del Rinascimento*, a cura di E. Giusti, C. Maccagni, Firenze, Giunti, 1994, pp. 21-78.

Benedetto da Firenze (1429-1479), un maestro d'abaco del XV secolo. Con documenti inediti e con un'Appendice su abacisti e scuole d'abaco a Firenze nei secoli XIII-XVI, Pisa-Roma, Istituti Editoriali e Poligrafici Internazionali, 2002 (fascicolo monografico del "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", XXII, 1, 2002, pp. 3- 243).
Scuole e maestri d'abaco in Italia tra Medioevo e Rinascimento, in *Un ponte sul Mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, a cura di E. Giusti e con la collaborazione di R. Petti, Firenze, Edizioni Polistampa, 2002, pp. 121-159.
Per la genealogia di Leonardo. Matrimoni e altre vicende nella famiglia Da Vinci sullo sfondo della Firenze rinascimentale, a cura di Agnese Sabato e Alessandro Vezzosi, Museo Ideale Leonardo Da Vinci, Vinci, 2008.
Scuole d'abaco e insegnamento della matematica, in *Il Rinascimento Italiano e l'Europa.* Volume quinto: *Le scienze,* Fondazione Cassamarca, Treviso, Angelo Colla Editore, 2008, pp. 403-420.
Documenti inediti su Luca Pacioli, Piero della Francesca e Leonardo Da Vinci, con alcuni autografi, fascicolo monografico del "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", XXIX, 1, 2009, pp. 15-160.
I Maestri Giovanni dei Sodi, Francesco Galigai e le loro scuole d'abaco, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", XXXII, 2, 2012, pp. 311-405. *Gli abacisti fiorentini delle famiglie 'del Maestro Luca', Calandri e Micceri e le loro scuole d'abaco*, Firenze, Olschki, 2013, pp. V-X, 3-296.*Masters, questions and challenges in the abacus schools*, "Archive for History of Exact Sciences", 69, 6, 2015, pp. 651-670.

Sansepolcro

Il Centro Studi "Mario Pancrazi", fin dalla sua fondazione nel 2005, ha perseguito lo scopo di promuovere la ricerca culturale e la divulgazione dei suoi risultati. In particolare, il Centro è stato promotore di azioni e iniziative per la valorizzazione delle matematiche, per lo sviluppo degli studi umanistici, scientifici, tecnici e tecnologici nella Valtiberina toscana e umbra. Ha organizzato, in collaborazione con Università ed Accademie italiane e straniere, seminari e convegni di studi tra cui: nel 2009 su "Pacioli 500 anni dopo"; nel 2011 su "Before and after Luca Pacioli"; nel 2013 su "Leonardo e la Valtiberina"; nel 2014 su "Luca Pacioli a Milano" e nel 2015 su "L'Umanesimo nell'Alta Valtiberina"; nel 2016 su "Gregorio e Lilio. Due Tifernati protagonisti dell'Umanesimo italiano"; nel 2017 su "Luca Pacioli. Maestro di contabilità, matematico e filosofo della natura" e su "Francesca Turini Bufalini e la "letteratura di genere". Dal 2015 il Centro ha inaugurato una collana di testi. È stato pubblicato il primo volume: Maria Gaetana Agnesi, *Proposizioni filosofiche*, con testo latino a fronte, a cura di Elena Rossi. Nel 2016 sono state realizzate: la pubblicazione del testo *Delle traduzioni dal greco in latino fatte da Gregorio e da Lilio Tifernati* di Francesco Maria Staffa (originario di Citerna) a cura di John Butcher e la stampa anastatica del *Trattato del modo di tenere il libro doppio domestico e il suo essemplare* (1636) di Lodovico Flori (originario di Fratta-Umbertide), con allegati tre *Studi* a cura di Gianfranco Cavazzoni, Libero Mario Mari, Fabio Santini dell'Università di Perugia. Nel 2017 sono stati editi, gli *Elementi di logica* di Padre Giuseppe Maria Campanozzi e l'anastatica del saggio *Francesca Turina Bufalini. Una poetessa umbra* di Vittorio Corbucci. Nel 2018: *La scuola pubblica a Sansepolcro tra Basso Medioevo e Primo Rinascimento (secoli XIV-XV)*, a cura di Robert Black; Gaspare Torelli, *Amorose faville. Il Quarto Libro delle Canzonette. A tre voci,* a c. di Carolina Calabresi; Roberto Orsi, *De obsidione Tiphernatum*, a c. di Gabriella Rossi.

Il Centro Studi "Mario Pancrazi" organizza conferenze, promuove eventi a sostegno dell'insegnamento-apprendimento delle matematiche, delle scienze integrate, delle tecnologie, della cultura umanistica; favorisce la collaborazione con e tra le istituzioni formative del territorio; sostiene la cooperazione tra scuole e mondo del lavoro, tra centri di educazione, università e luoghi di ricerca; premia con borse di studio gli studenti meritevoli, con l'intento di coniugare il lavoro svolto dalle istituzioni scolastiche con quello portato avanti dagli enti e associazioni locali, dalle università e dalle imprese del territorio, con cui intrattiene speciali rapporti di collaborazione, programmazione e realizzazione di progetti culturali, percorsi di studi, pubblicazioni di quaderni di ricerca e didattica.

BIBLIOTECA
del Centro Studi "Mario Pancrazi"
QUADERNI R&D - Ricerca e Didattica

RICERCA E DIDATTICA

1. *Il Riordino Scolastico ed i Nuovi Piani Orari nella Scuola Superiore. Un contributo di idee in Alta Valle del Tevere*, a c. di Matteo Martelli, 2009.
2. *Pacioli fra Arte e Geometria*, a c. di Matteo Martelli, 2010.
3. *2010. Dove va l'Astronomia. Dal sistema solare all'astronomia gravitazionale*, a c. di Giampietro Cagnoli e Matteo Martelli, 2010.
4. *Leonardo da Vinci e la Valtiberina*, a c. di Matteo Martelli, 2012.
5. *Le competenze nella scuola dell'autonomia*, a c. di Matteo Martelli, 2012.
6. *150 anni e oltre*, a c. di Matteo Martelli, 2012.
7. Giulio Cesare Maggi, *Luca Pacioli. Un francescano "Ragioniere" e "Maestro delle matematiche"*, 2012 (ristampa 2018).
8. Baldassarre Caporali, *Uomini e api*, 2014.
9. Venanzio Nocchi, *Scienza, arte e filosofia tra modernità e postmoderno. Il caso Burri*, 2014.
10. Paolo Raneri, *FLAT WORD. La Rete, i Social Network e le relazioni umane*, 2014.
11. John Butcher, *La poesia di Gregorio Tifernate*, 2014.
12. Venanzio Nocchi - Baldassarre Caporali, *Ritorno a Platone*, 2015.
13. Luca Pantaleone, *Il matrimonio*, 2016.
14. Argante Ciocci, *Luca Pacioli. La Vita e le Opere*, 2017.
15. Argante Ciocci, *Luca Pacioli. La Vida y las Opras*, 2017.
16. Argante Ciocci, *Ritratto di Luca Pacioli*, 2017.
17. Gabriella Rossi*, Le donne forti del Castello Bufalini a San Giustino*, 2017.
18. Francesca Chieli, *Sansepolcro. Guida storica e artistica*, 2018.
19. Lucia Bucciarelli-Valentina Zorzetto, *Luca Pacioli tra matematica, contabilità e filosofia della natura*, 2018.
20. *Luca Pacioli a fumetti*, a c. di Alessandro Bacchetta, 2018.
21. Nicoletta Cosmi, *Gli stendardi "ritrovati"*, 2019.
22. *Leonardo a fumetti*, a cura di Alessandro Bacchetta, 2019.
23. Anselmo Grotti, *Come comunicare*, 2019.
24. Venanzio Nocchi*, Lezioni sulla modernità. Teoria e critica*, 2019.
25. Sara Borsi, *Città di Castello. Guida storia e artistica*, 2019.
26. Fabrizio Ciocchetti, *Francesco Bartoli: l'uomo, il professore, lo scrittore, lo storico*, 2019.

TESTI

1. Maria Gaetana Agnesi, *Propositioni philosofiche*, a c. di Elena Rossi, 2015.
2. Nicola Palatella, *Quando la scrittura è vocazione*, a c. di Matteo Martelli, 2016.
3. Francesco Maria Staffa, *Delle traduzioni dal greco in latino fatte da Gregorio e Lilio Tifernate*, a c. di John Butcher, 2016.

4. Lodovico Flori, *Trattato del modo di tenere il libro doppio domestico col suo essemplare*, copia anastatica con allegati tre STUDI a c. di Gianfranco Cavazzoni, Libero Mario Mari, Fabio Santini, 2016.
5. *Cento anni dopo. Lettere, testimonianze e diari. 1915-1918*, a c. di Matteo Martelli, 2016.
6. Vittorio Corbucci, *Francesca Turina Bufalini. Una poetessa umbra*, copia anastatica, a c. di Paolo Bà, 2017.
7. *La scuola pubblica a Sansepolcro tra Basso Medioevo e Primo Rinascimento (secoli XIV-XV)*, a cura di Robert Black, 2018.
8. Padre Giuseppe Maria Campanozzi, *Elementi di logica*. Traduzione dal latino a c. di Gabriella Rossi, *Introduzione* a c. di Giuseppe Soccio, 2018.
9. Gaspare Torelli, *Amorose faville. Il Quarto Libro delle Canzonette. A tre voci*, a c. di Carolina Calabresi, 2018.
10. Roberto Orsi, *De Obsidione Tiphernatum*, a c. di Gabriella Rossi, 2018.

SUPPLEMENTI

1. *A scuola di scienza e tecnica*, a c. di Fausto Casi, 2009.
2. Enzo Mattei, *L'infinito da chiusa prospettiva* - Parole di Daniele Piccini, 2010.
3. *Pacioli 500 anni dopo*, a c. di Enrico Giusti e Matteo Martelli, 2010.
4. Gian Paolo G. Scharf, *Fiscalità pubblica e finanza privata: il potere economico in un comune soggetto (Borgo SanSepolcro1415-1465)*, 2011.
5. *Before and after Luca Pacioli*, a c. di Esteban Hernández-Esteve e Matteo Martelli, 2011.
6. Argante Ciocci, *Pacioli: letture e interpretazioni*, 2012.
7. Enzo Papi, *Sancta Jerusalem Tiberina*, 2013.
8. *Luca Pacioli a Milano*, a c. di Matteo Martelli, 2014.
9. Franca Cavalli, *Appunti di viaggio*, 2014.
10. *L'Umanesimo nell'Alta Valtiberina*, a c. di Andrea Czortek e Matteo Martelli, 2015.
11. *Il geometra e il territorio aretino*, a c. di Massimo Barbagli, 2015.
12. *Luca Pacioli e i grandi artisti del Rinascimento italiano*, a c. di Matteo Martelli, 2016.
13. *Gregorio e Lilio. Due Tifernati protagonisti dell'Umanesimo italiano*, a c. di John Butcher, Andrea Czortek e Matteo Martelli, 2017.
14. *Luca Pacioli. Maestro di contabilità - Matematico - Filosofo della natura*, a c. di Esteban Hernández-Esteve e Matteo Martelli, 2018.
15. *Francesca Turini Bufalini e la "letteratura di genere"*, a c. John Butcher, 2018.
16. *Il Magistero di Fra' Luca Pacioli. Arte, economia, matematica e finanza*, a c. di Matteo Martelli, 2019.
17. Caterina Casini, *Tieni anche me sotto il tuo manto azzurro*, 2019.
18. *La forma nello spazio. Michelangelo architetto*, a c. di Matteo Martelli, 2019.
19. *La traduzione latina dei classici greci nel Quattrocento in Toscana e in Umbria*, a c. di John Butcher e Giulio Firpo, 2019.
20. *Arte e matematica in Luca Pacioli e Leonardo da Vinci*, a c. di Matteo Martelli, 2019.

EDIZIONI**NUOVA**PRHOMOS

gennaio 2020

Edizioni Nuova Prhomos
Via Orazio Bettacchini 3
06012 Città di Castello (PG) - Italy
Tel. 075/8550805
Email: stampa@nuovaprhomos.com
www.nuovaprhomos.com

Stampa Nuova Prhomos - Città di Castello - PG